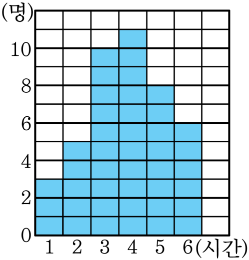
1. 다음은 희정이네 학급 43 명의 일주일 동안의 운동시간을 조사하여 나타낸 그래프이다. 학생들의 운동시간의 중앙값과 최빈값은?



① 중앙값 : 3, 최빈값 : 3

② 중앙값 : 3, 최빈값 : 4

③ 중앙값 : 4, 최빈값 : 3

④ 중앙값 : 4, 최빈값 : 4

⑤ 중앙값 : 5, 최빈값 : 5

해설

최빈값은 학생 수가 11 명으로 가장 많을 때인 4 이고, 운동시간을 순서대로 나열하면

1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6 이므로 중앙값은 4 이다.

2. 용제는 4 회에 걸쳐 치른 수학 시험 성적의 평균이 90 점이 되게 하고 싶다. 3 회까지 치른 수학 평균이 89 점일 때, 4 회에는 몇 점을 받아야 하는가?

① 90 점 ② 91 점 ③ 92 점 ④ 93 점 ⑤ 94 점

해설

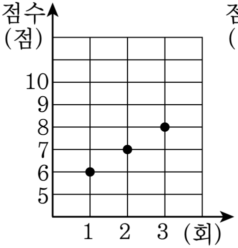
1, 2, 3 회 때 각각 받은 점수를 a, b, c , 다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$\frac{a+b+c}{3} = 89, \quad a+b+c = 267$$

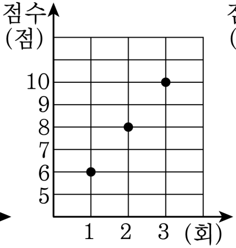
$$\frac{a+b+c+x}{4} = 90, \quad (a+b+c)+x = 360, \quad 267+x = 360 \quad \therefore \ x = 93$$

따라서 93 점을 받으면 평균 90 점이 될 수 있다.

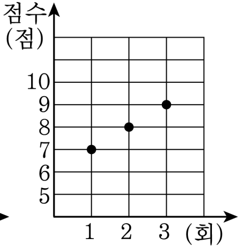
3. 다음은 양궁선수 A, B, C 가 3 회에 걸쳐 활을 쏜 기록을 나타낸 그래프이다.



⟨A의 점수분포⟩



⟨B의 점수분포⟩



⟨C의 점수분포⟩

A, B, C 의 활을 쏜 점수의 표준편차를 각각 a, b, c 라고 할 때, a, b, c 의 대소 관계는?

① $a = b = c$　② $a = c < b$　③ $a < b = c$

④ $a = b > c$　⑤ $a < b < c$

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 A, C 의 표준편차는 같고, B 의 표준편차는 A, C 의 표준편차보다 크다.
따라서 $a = c < b$이다.

4. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 학급에 대한 학생들의 몸무게에 대한 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 학생들 간의 몸무게의 격차가 가장 큰 학급과 가장 작은 학급을 차례대로 나열한 것은?

이름	A	B	C	D	E
평균(kg)	67	61	65	62	68
표준편차(kg)	2.1	2	1.3	1.4	1.9

① A, B　② A, C　③ B, C　④ B, E　⑤ C, D

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어지므로 몸무게의 격차가 가장 큰 학급은 A이다. 또한, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 몸무게의 격차가 가장 작은 학급은 C이다.

5. 다음은 학생 8 명의 기말고사 수학 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 수학 성적의 분산은?

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
$55^{이상} \sim 65^{미만}$	60	3	180
$65^{이상} \sim 75^{미만}$	70	3	210
$75^{이상} \sim 85^{미만}$	80	1	80
$85^{이상} \sim 95^{미만}$	90	1	90
계	계	8	560

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

학생들의 수학 성적의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}} = \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

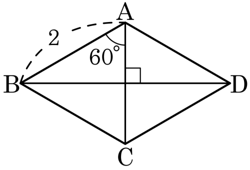
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2\times3+(70-70)^2\times3+(80-70)^2\times1+(90-70)^2\times1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300+0+100+400) = 100$$

이다.

6. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 2 인 마름모이다. □ABCD 의 넓이는?



① 2　　② $2\sqrt{3}$　　③ 4

④ $4\sqrt{3}$　　⑤ $8\sqrt{3}$

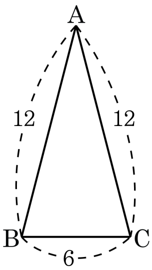
해설

대각선의 교점을 H 라 하면 △ABH 에서

$\overline{AH}=1$, $\overline{BH}=\sqrt{3}$ 이므로 $\overline{AC}=2$, $\overline{BD}=2\sqrt{3}$

$\therefore$ □ABCD $=\dfrac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

7. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$의 넓이는?



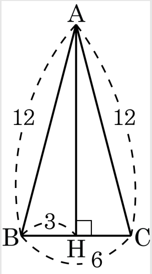
① $12\sqrt{3}$ ② $15\sqrt{3}$ ③ $9\sqrt{15}$

④ 36 ⑤ $10\sqrt{15}$

해설

점 A에서 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AH} = \sqrt{12^2 - 3^2} = 3\sqrt{15}$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{15} = 9\sqrt{15}$ 이다.



8. 다음 중 원점 $O(0,0)$와의 거리가 가장 먼 점은?

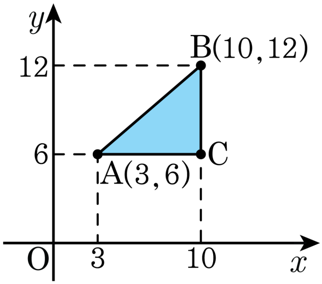
① $A(-1,\ -2)$　② $B(1,\ -1)$　③ $C(2,\ 3)$

④ $D(\sqrt{2},\ 1)$　⑤ $E(-2,\ -1)$

해설

① $\sqrt{5}$
② $\sqrt{2}$
③ $\sqrt{13}$
④ $\sqrt{3}$
⑤ $\sqrt{5}$

9. 다음 좌표평면 위의 두 점 A(3, 6), B(10, 12) 사이의 거리를 구하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 수를 구하여라.



(두 점 A, B 사이의 거리)$= \overline{\mathrm{AB}}$

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AB}}^2 &= \overline{\mathrm{AC}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2 \\ &= (10-3)^2 + (12-6)^2 \\ &= 49 + 36 \\ &= 85\end{aligned}$$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = \boxed{}$

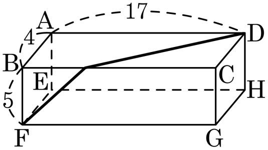
① $3\sqrt{5}$ ② 6 ③ $6\sqrt{7}$ ④ 8 ⑤ $\sqrt{85}$

해설

(두 점 A, B 사이의 거리)$= \overline{\mathrm{AB}}$

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AB}}^2 &= \overline{\mathrm{AC}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2 \\ &= (10-3)^2 + (12-6)^2 \\ &= 49 + 36 = 85\end{aligned}$$

10. 다음 직육면체의 꼭짓점 D 에서 모서리 $\overline{BC}$ 를 거쳐 점 F 에 이르는 최단거리를 구하여라.

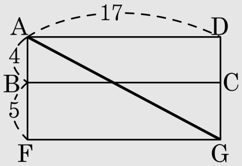


① $\sqrt{130}$ cm ② $\sqrt{370}$ cm ③ $37\sqrt{10}$ cm

④ $\dfrac{37\sqrt{10}}{2}$ cm ⑤ $130\sqrt{2}$ cm

해설

$$\overline{FD} = \sqrt{17^2 + (4+5)^2} = \sqrt{370}(\text{cm})$$



11. 다섯 개의 수 5, 3, a, b, 10 의 평균이 4 이고, 분산이 4 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -34

해설

다섯 개의 수 5, 3, a, b, 10 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5+3+a+b+10}{5}=4,\ \ a+b+18=20$$

$$\therefore\ \ a+b=2\cdots㉠$$

또, 분산이 4 이므로

$$\frac{(5-4)^2+(3-4)^2+(a-4)^2}{5}+$$

$$\frac{(b-4)^2+(10-4)^2}{5}=4$$

$$\frac{1+1+a^2-8a+16+b^2-8b+16+36}{5}=4$$

$$\frac{a^2+b^2-8(a+b)+70}{5}=4$$

$$a^2+b^2-8(a+b)+70=20$$

$$\therefore\ \ a^2+b^2-8(a+b)=-50\cdots㉡$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore\ \ a^2+b^2=8(a+b)-50=8\times2-50=-34$$

12. 10개의 변량 $x_1, x_2, \cdots, x_{10}$의 평균이 6이고 분산이 5일 때, 다음 10개의 변량의 평균과 분산을 구하여라.

$-3x_1+1, -3x_2+1, \cdots -3x_{10}+1$

▶ 답 :

▶ 답 :

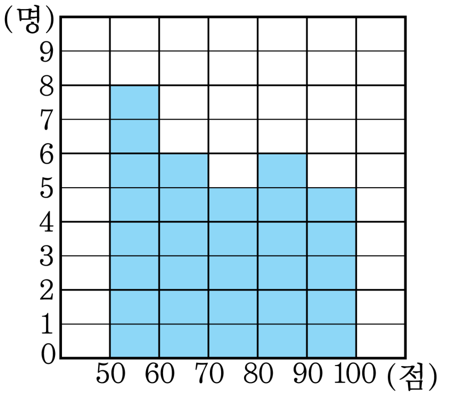
▷ 정답 : 평균 : -17

▷ 정답 : 분산 : 45

해설

(평균)$= -3\cdot 6+1=-17$,
(분산)$=(-3)^2\cdot 5=45$

13. 다음은 희종이네 반 학생 30 명의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 희종이네 반 학생들의 수학 성적의 분산과 표준편차를 차례대로 구하면?



① $\dfrac{53}{2}, \dfrac{\sqrt{106}}{2}$　② $\dfrac{161}{2}, \dfrac{\sqrt{322}}{2}$　③ $\dfrac{571}{3}, 4\sqrt{11}$
④ $\dfrac{628}{3}, \dfrac{2\sqrt{471}}{3}$　⑤ $\dfrac{525}{4}, 5\sqrt{21}$

해설

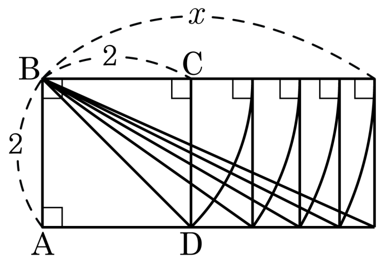
평균 : $\dfrac{55 \times 8 + 65 \times 6 + 75 \times 5 + 85 \times 6}{30} + \dfrac{95 \times 5}{30} = 73$

편차 : $-18,\ -8,\ 2,\ 12,\ 22$

분산 : $\dfrac{(-18)^2 \times 8 + (-8)^2 \times 6 + 2^2 \times 5 + 12^2}{30} + \dfrac{6 + 22^2 \times 5}{30} = \dfrac{628}{3}$

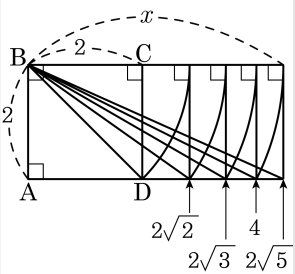
표준편차 : $\sqrt{\dfrac{628}{3}} = \dfrac{2\sqrt{471}}{3}$

14. 그림을 보고 x 의 값으로 알맞은 것은 어느 것인가?

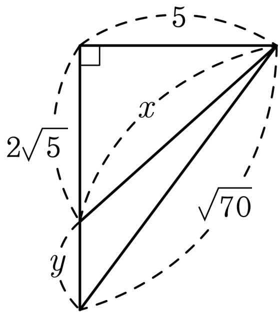


① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설



15. 다음 그림에서 $x+y$ 의 값은?



① 6　　② $2\sqrt{5}$　　③ 7　　④ $4\sqrt{5}$　　⑤ 8

해설

윗 삼각형에서 피타고라스 정리에 따라

$x^2 = 5^2 + (2\sqrt{5})^2$

$x > 0$ 이므로 $x = 3\sqrt{5}$

전체 삼각형에서 피타고라스 정리에 따라

$(\sqrt{70})^2 = 5^2 + (2\sqrt{5}+y)^2$

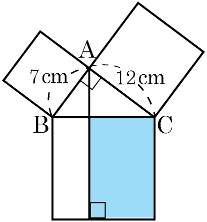
$(2\sqrt{5}+y)^2 = 45$

$2\sqrt{5}+y = 3\sqrt{5}$

$y = \sqrt{5}$

따라서 $x+y = 3\sqrt{5}+\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$ 이다.

16. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 3개의 정사각형을 만들었을 때, 색칠된 부분의 넓이는?



① $49\,cm^2$　　② $120\,cm^2$

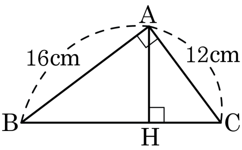
③ $144\,cm^2$　　④ $150\,cm^2$

⑤ $84\,cm^2$

해설

색칠한 부분의 넓이는 $\overline{AC}$를 포함한 정사각형의 넓이와 같으므로 $12^2 = 144\ (cm^2)$이다.

17. 다음 그림에서 $\angle A = 90°$ 이고, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$ cm

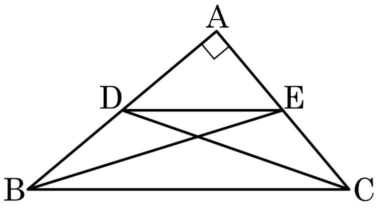
해설

$\overline{BC} = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{256 + 144} = \sqrt{400} = 20(\text{cm})$

$\triangle ABC$ 에서 $16 \times 12 \times \frac{1}{2} = 20 \times \overline{AH} \times \frac{1}{2}$

$\therefore\ \overline{AH} = \frac{16 \times 12}{20} = \frac{48}{5}(\text{cm})$

18. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DC} = 5$, $\overline{BC} = 7$ 일 때, $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 를 구하여라.



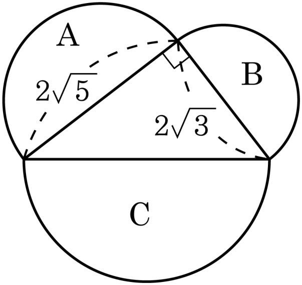
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$7^2 - 5^2 = \overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 이므로 $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 49 - 25 = 24$

19. 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 A, B, C 라고 할 때, $2(\mathrm{A}+\mathrm{B})+\mathrm{C}$ 의 값을 구하면?



① 8π ② 10π ③ 12π ④ 14π ⑤ 16π

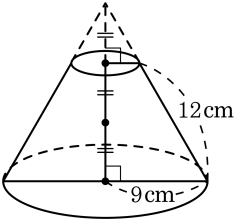
해설

피타고라스 정리에 의해서 C 의 지름을 c 라고 하면 $c^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 32$

따라서 $c = 4\sqrt{2}$ 이므로 $\mathrm{C} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{c}{2}\right)^2 \pi = \frac{1}{8} \times 32\pi = 4\pi$

피타고라스 정리를 이용하면 $\mathrm{C} = \mathrm{A}+\mathrm{B}$ 이므로 $2(\mathrm{A}+\mathrm{B})+\mathrm{C} = 3\mathrm{C} = 12\pi$

20. 다음 그림의 원뿔대는 밑면의 반지름이 9 cm 인 원뿔을 높이가 $\frac{2}{3}$ 인 점을 지나도록 자른 것이다. 이 원뿔대의 부피를 구하면?



① $486\sqrt{3}\pi\ \text{cm}^3$

② $243\sqrt{3}\pi\ \text{cm}^3$

③ $234\sqrt{3}\pi\ \text{cm}^3$

④ $162\sqrt{3}\pi\ \text{cm}^3$

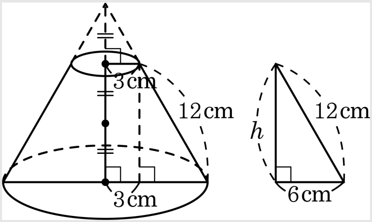
⑤ $81\sqrt{3}\pi\ \text{cm}^3$

해설

$\therefore\ h = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}\ (\text{cm})$

큰 원뿔 : 높이가 $9\sqrt{3}$ cm, 반지름이 9 cm

작은 원뿔 : 높이가 $3\sqrt{3}$ cm, 반지름이 3 cm

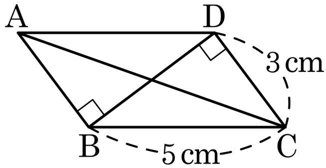


따라서 원뿔대의 부피는

$$\left(\frac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times 9\sqrt{3}\right) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3\sqrt{3}\right)$$

$= 234\sqrt{3}\pi\ (\text{cm}^3)$ 이다.

21. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 5\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CD}} = 3\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AC}} + \overline{\mathrm{BD}}$ 의 값은?

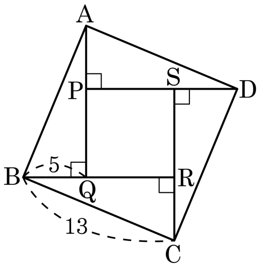


① $(2\sqrt{13}+2)\,\mathrm{cm}$
② $(4\sqrt{13}+2)\,\mathrm{cm}$
③ $(2\sqrt{13}+4)\,\mathrm{cm}$
④ $(4\sqrt{13}+4)\,\mathrm{cm}$
⑤ $10\,\mathrm{cm}$

해설

삼각형 BCD 에서 피타고라스 정리에 따라
$5^2 = 3^2 + \overline{\mathrm{BD}}^2$
$\overline{\mathrm{BD}} > 0$ 이므로 $\overline{\mathrm{BD}} = 4\,\mathrm{cm}$ 이다.
평행사변형의 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로
대각선끼리의 교점을 O 라 할 때,
삼각형 ABO 에 대해서
$\overline{\mathrm{AB}} = 3\,\mathrm{cm},\ \overline{\mathrm{BO}} = 2\,\mathrm{cm}$
피타고라스 정리에 의해서 $\overline{\mathrm{AO}} = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}(\,\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{\mathrm{AC}} + \overline{\mathrm{BD}} = (4+2\sqrt{13})\,\mathrm{cm}$ 이다.

22. 다음 그림의 □ABCD 는 합동인 네 개의 직각삼각형을 붙여 만든 정사각형이다. $\overline{BC}=13$, $\overline{CR}=5$ 일 때, □PQRS 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

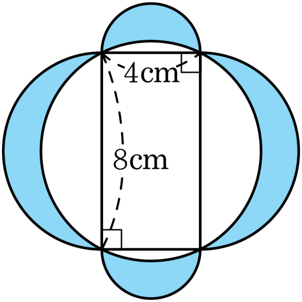
△ABQ 에서 $\overline{AB}=13$, $\overline{BQ}=5$ 이므로

$\overline{AB}^2=\overline{BQ}^2+\overline{AQ}^2$ $\therefore$ $\overline{AQ}=12$,

$\overline{AP}=5$ 이므로 □PQRS 에서 $\overline{PQ}=12-5=7$

$\therefore$ □PQRS $=7\times7=49$

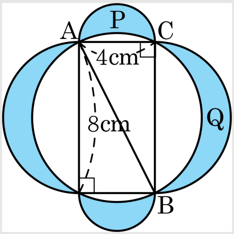
23. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 직사각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 32 cm^2

해설

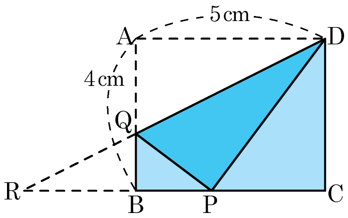


색칠한 부분 $P+Q$ 의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.

따라서 색칠한 전체 넓이는 직사각형의 넓이와 같다.

$\therefore \quad 4 \times 8 = 32(\mathrm{cm}^2)$

24. 다음 그림과 같이 □ABCD 를 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 위의 점 P 에 오도록 접는다. $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 일 때, △DPR 의 넓이는?



① 10cm^2　② 20cm^2　③ 30cm^2

④ 40cm^2　⑤ 50cm^2

해설

$\overline{DP} = 5(\text{cm})$ 이므로 $\overline{CP} = 3(\text{cm})$

따라서, $\overline{BP} = 2(\text{cm})$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{AQ} = x(\text{cm})$ 로 놓으면

$\overline{BQ} = (4 - x)\,\text{cm}$

△QBP 에서 $x^2 = (4 - x)^2 + 2^2$ 이므로

$8x = 20$

$\therefore\ x = 2.5(\text{cm})$

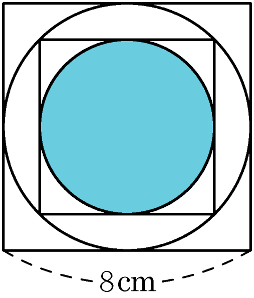
$\triangle DAQ \backsim \triangle RBQ$ (AA 닮음) 이므로

$5 : \overline{RB} = 2.5 : 1.5$

$\therefore \overline{RB} = 3(\text{cm}),\ \overline{RP} = 3 + 2 = 5(\text{cm})$

$$\therefore\ \triangle DPR = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10(\text{cm}^2)$$

25. 다음 그림은 한 변의 길이가 8cm 인 정사각형의 내부에 내접하는 원을 그리고, 또 그 원에 내접하는 정사각형을 그린 후 또 내접하는 원을 반복하여 그린 것이다. 어두운 원의 반지름을 구하여라.



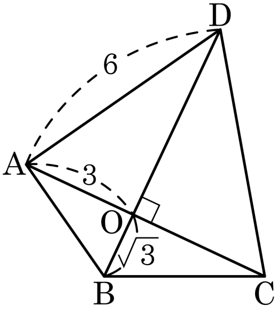
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$ cm

해설

큰 원의 반지름 : 4cm
작은 정사각형의 대각선의 길이 : 8cm
작은 정사각형의 한 변의 길이 : $4\sqrt{2}$cm
작은 원의 반지름 :$2\sqrt{2}$cm

26. 다음 그림과 같이 □ABCD 에서 두 대각선이 서로 직교하고, $\overline{AD} = 6$, $\overline{AO} = 3$, $\overline{BO} = \sqrt{3}$ 일 때, $\overline{CD}^2 - \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

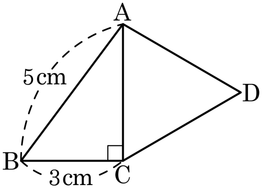
$\triangle ABO$ 에서

$\overline{AB}^2 = 3^2 + (\sqrt{3})^2 = 12$ 이므로

$12 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + 6^2$

$\overline{CD}^2 - \overline{BC}^2 = 36 - 12 = 24$

27. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 3\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 ACD 의 넓이를 구하면?



① $4\,\mathrm{cm}^2$　② $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

③ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　④ $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AC} = 4\,\mathrm{cm}$ 이므로

$\triangle$ACD 의 넓이 $S = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$

28. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : \sqrt{2} : 2$ 이고 대각선의 길이가 $3\sqrt{7}$ 일 때, 이 직육면체의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $54\sqrt{2}$

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : \sqrt{2} : 2$ 이므로 세 변의 길이를 각각 k, $\sqrt{2}k$, $2k$ (k는 양의 실수) 로 나타낼 수 있다.

대각선의 길이가 $3\sqrt{7}$ 이므로

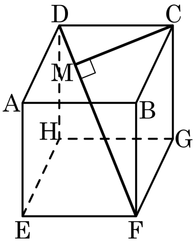
$$\sqrt{k^2 + (\sqrt{2}k)^2 + (2k)^2} = 3\sqrt{7}$$

$7k^2 = 63$, $k^2 = 9$, $k > 0$ 이므로 $k = 3$

따라서 세 변의 길이는 3, $3\sqrt{2}$, 6 이다.

따라서 이 직육면체의 부피는 $3 \times 3\sqrt{2} \times 6 = 54\sqrt{2}$ 이다.

29. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3 인 정육면체의 꼭짓점 C 에서 대각선 DF 에 내린 수선의 발을 M 이라 할 때, $\overline{\mathrm{CM}}$ 의 길이는?



① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

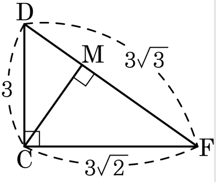
해설

$\overline{\mathrm{DF}} = 3\sqrt{3}$, $\overline{\mathrm{CF}} = 3\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{DC}} = 3$

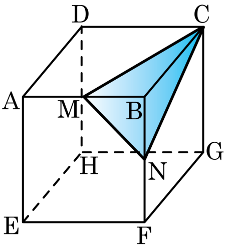
$\triangle$DCF 를 평면에 나타내 보면 다음과 같다. $\overline{\mathrm{DC}} \times \overline{\mathrm{CF}} = \overline{\mathrm{DF}} \times \overline{\mathrm{CM}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{CM}} \times 3\sqrt{3} = 3\sqrt{2} \times 3$

$\therefore \overline{\mathrm{CM}} = \sqrt{6}$



30. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $12\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BF}}$ 의 중점이다. $\triangle\mathrm{CMN}$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

피타고라스 정리를 이용해서 $\overline{\mathrm{MN}}$, $\overline{\mathrm{CM}}$, $\overline{\mathrm{CN}}$ 을 각각 구하면 $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$, $6\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$, $6\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ 이므로 $\triangle\mathrm{CMN}$ 은 이등변삼각형이다.

$\triangle\mathrm{CMN}$ 의 높이

$$h = \sqrt{(6\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{2})^2} = 9\sqrt{2}(\,\mathrm{cm})$$

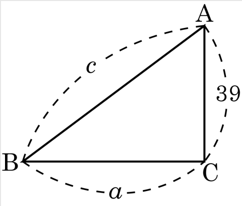
$$\triangle\mathrm{CMN} = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 9\sqrt{2} = 54(\,\mathrm{cm}^2)$$ 이다.

31. 세 변의 길이가 모두 자연수이고 가장 짧은 변의 길이가 39 인 직각삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1014

해설



위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=c$, $\overline{BC}=a$ 라 하자.

(단, a, c 는 자연수이다.)

$c^2=39^2+a^2$, $c^2-a^2=39^2$

$(c-a)(c+a)=3^2\times13^2$

그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times a\times39$ 가 최소가 되려면 a 의 값이 최소가 되어야 한다.

따라서 $c+a>c-a$ 인 경우를 순서쌍 $(c+a,\ c-a)$ 로 나타내어 보면

$$(c+a,\ c-a)=(13^2,\ 3^2),\ (13^2\times3,\ 3),\ (13\times3^2,\ 13),\ (13^2\times3^2,\ 1)$$

이때, a 의 값이 최소가 되는 경우는

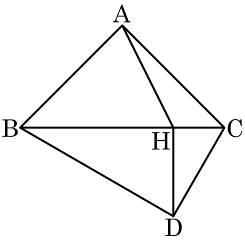
$c+a=13\times3^2$, $c-a=13$ 이다.

$\therefore\ a=52,\ c=65$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은

$\frac{1}{2}\times52\times39=1014$ 이다.

32. 다음 그림에서 $\angle A = \angle D = 90°$, $\angle DBC = 30°$, $\angle ACB = 45°$, $\overline{CD} = 1$ 이고, 점 D 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 ACH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$\angle DBC = 30°$ 이므로

$\overline{BC} = 2\overline{CD} = 2$

$\angle ACB = 45°$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC} = x$ 라 하면

$x^2 + x^2 = 2^2 \quad \therefore x = \sqrt{2}$

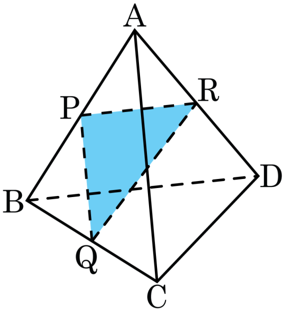
따라서 $\triangle ABC$ 에서 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 그은 수선의 길이는 1

$\triangle CDH$ 에서 $\angle HCD = 60°$ 이므로

$\overline{CH} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \frac{1}{2}$

$\therefore \triangle ACH = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{4}$

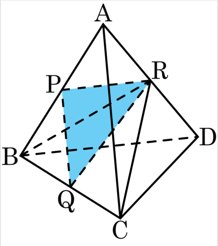
33. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 15 인 정사면체 A−BCD 에서 모서리 AB, BC, AD 의 중점을 각각 P, Q, R 이라 할 때, 삼각형 PQR 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{225}{8}$

해설



$\overline{\mathrm{PR}} = \overline{\mathrm{PQ}} = \frac{15}{2}$

$\triangle\mathrm{RBC}$ 는 $\overline{\mathrm{BR}} = \overline{\mathrm{RC}}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{RQC} = 90°$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{BR}}$ 과 $\overline{\mathrm{RC}}$ 은 각각 정삼각형 ABD 와 ACD 의 높이이므로 $\overline{\mathrm{RC}} = \overline{\mathrm{BR}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 15 = \frac{15}{2}\sqrt{3}$ 이고

$\overline{\mathrm{BQ}} = \frac{15}{2}$ 이므로

$\overline{\mathrm{RQ}} = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \frac{15}{2}\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{PR}^2} + \overline{\mathrm{PQ}^2} = \overline{\mathrm{RQ}^2}$ 이므로 $\triangle\mathrm{PRQ}$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore\ \triangle\mathrm{PQR} = \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times \frac{15}{2} = \frac{225}{8}$