

1. 다음은 5 명의 학생의 50m 달리기 결과의 편차를 나타낸 표이다. 이 5 명의 50m 달리기 결과의 평균이 7점 일 때, 영진이의 성적과 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

이름	윤숙	태경	혜진	도경	영진
편차(점)	-1	1.5	x	0.5	0

- ① 5 점, $\sqrt{0.8}$ kg ② 6 점, $\sqrt{0.9}$ kg ③ 6 점, 1kg
 ④ 7 점, $\sqrt{0.9}$ kg ⑤ 8 점, 1kg

해설

영진이의 성적은 $7 - 0 = 7$ (점)

또한, 편차의 합은 0 이므로

$$-1 + 1.5 + x + 0.5 + 0 = 0, \quad x + 1 = 0 \quad \therefore x = -1$$

따라서 분산이

$$\frac{(-1)^2 + 1.5^2 + (-1)^2 + 0.5^2 + 0^2}{5} = \frac{4.5}{5} = 0.9$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{0.9}$ kg 이다.

2. 다음 표는 A, B, C, D, E 인 5 명의 학생의 음악 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
변량(점)	72	75	77	76	80

① 5

② 5.4

③ 6.2

④ 6.6

⑤ 6.8

해설

주어진 자료의 평균은

$$\frac{72 + 75 + 77 + 76 + 80}{5} = \frac{380}{5} = 76(\text{점})$$

이므로 각 자료의 편차는 $-4, -1, 1, 0, 4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(-4)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 0^2 + 4^2}{5} = \frac{34}{5} = 6.8$$

3. 다음 변량에 대하여 물음에 답하여라.

4, 6, 7, 9, 11, 17

- (1) 평균을 구하여라.
- (2) 편차를 모두 써라.
- (3) 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 9

▷ 정답 : (2) -5, -3, -2, 0, 2, 8

▷ 정답 : (3) $\frac{53}{3}$

해설

$$(1) (\text{평균}) = \frac{4 + 6 + 7 + 9 + 11 + 17}{6} = \frac{54}{6} = 9$$

$$(2) -5, -3, -2, 0, 2, 8$$

$$\begin{aligned}(3) (\text{분산}) &= \frac{(4-9)^2 + (6-9)^2 + (7-9)^2}{6} \\ &\quad + \frac{(9-9)^2 + (11-9)^2 + (17-9)^2}{6} \\ &= \frac{25 + 9 + 4 + 4 + 64}{6} \\ &= \frac{106}{6} = \frac{53}{3}\end{aligned}$$

4. 6개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$ 의 평균이 4이고 분산이 6일 때, $3x_1 - 1, 3x_2 - 1, 3x_3 - 1, \dots, 3x_6 - 1$ 의 평균과 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 11

▷ 정답 : 분산 : 54

해설

평균은 $3 \cdot 4 - 1 = 11$ 이고

분산은 $3^2 \cdot 6 = 54$ 이다.

5. 5개의 변량 a, b, c, d, e 의 평균이 6이고 분산이 5일 때, $a-3, b-3, c-3, d-3, e-3$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 3

▷ 정답 : 분산 : 5

해설

$$(\text{평균}) = 1 \cdot 6 - 3 = 3$$

$$(\text{분산}) = 1^2 \cdot 5 = 5$$

6. 다음 a, b, c 의 평균을 $4M$, 분산을 $2S^2$ 이라 할 때, 세 수 $a + 10, b + 10, c + 10$ 의 평균과 분산을 순서대로 적어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 평균 : $4M + 10$

▷ 정답: 분산 : $2S^2$

해설

평균 : $4M + 10$

분산 : $2S^2$

7. 어느 고등학교 동아리 회원 45 명의 몸무게의 평균이 60kg 이다. 5 명의 회원이 탈퇴한 후 나머지 40 명의 몸무게의 평균이 59.5kg 이 되었다. 이때, 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은?

① 60kg

② 61kg

③ 62kg

④ 63kg

⑤ 64kg

해설

동아리를 탈퇴한 5 명의 학생의 몸무게의 합을 x kg 이라고 하면

$$\frac{60 \times 45 - x}{40} = 59.5, \quad 2700 - x = 2380 \quad \therefore x = 320(\text{kg})$$

따라서 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은

$$\frac{320}{5} = 64(\text{kg}) \text{ 이다.}$$

8. 네 개의 자료 10, 12, 14, x 의 평균이 13일 때, x 의 값은?

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

평균이 13이므로 $\frac{10 + 12 + 14 + x}{4} = 13$

$$36 + x = 52$$

$$\therefore x = 16$$

9. 영이의 4 회에 걸친 음악 성적이 90, 84, 88, 94 이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 90 점 되겠는가?

① 88 점

② 90 점

③ 92 점

④ 94 점

⑤ 96 점

해설

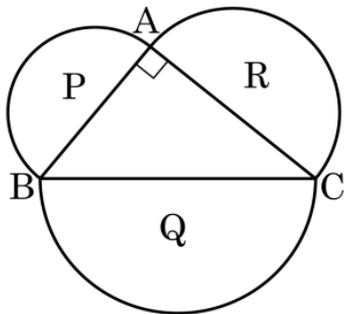
다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$(\text{평균}) = \frac{90 + 84 + 88 + 94 + x}{5} = 90, \quad \frac{356 + x}{5} = 90, \quad 356 +$$

$$x = 450 \quad \therefore x = 94$$

따라서 94 점을 받으면 평균 90 점이 될 수 있다.

10. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R이라 하자. $P = 10\pi\text{cm}^2$, $R = 15\pi\text{cm}^2$ 일 때, \overline{BC} 의 길이를 구하여라.



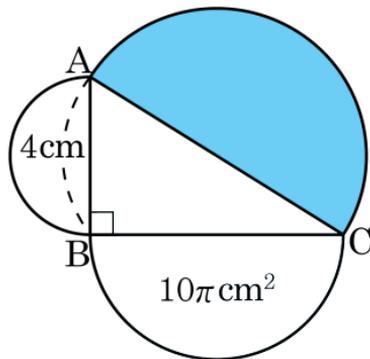
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $10\sqrt{2}$ cm

해설

$$Q = P + R = 25\pi\text{cm}^2 \text{ 이므로 } \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\overline{BC}\right)^2 \cdot \pi = 25\pi, \left(\frac{1}{2}\overline{BC}\right)^2 = 50, \frac{1}{2}\overline{BC} = 5\sqrt{2} \text{ 이다. 따라서 } \overline{BC} = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

11. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$, $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC의 각 변을 지름으로 하는 세 반원을 그렸다. \overline{BC} 를 지름으로 하는 반원의 넓이가 $10\pi\text{cm}^2$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\pi\text{cm}^2}$

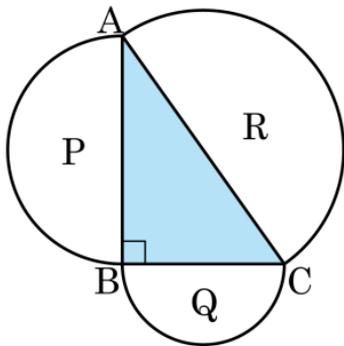
▷ 정답 : $12\pi\text{cm}^2$

해설

반지름 r 인 원의 넓이는 $r^2\pi$ 이므로 지름이 4cm 인 반원의 넓이는 $2^2\pi \times \frac{1}{2} = 2\pi(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $10\pi + 2\pi = 12\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 세 변의 넓이를 각각 P, Q, R 이라 하자. $P = 16\pi\text{cm}^2$, $R = 24\pi\text{cm}^2$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답: cm^2

▷ 정답: $32\sqrt{2}$ cm^2

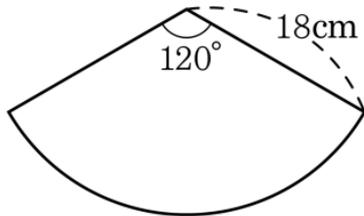
해설

$R = P + Q$ 이므로 $Q = 24\pi - 16\pi = 8\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

따라서 P 와 Q 의 반지름을 각각 a, b 라고 할 때, $a^2 = 32, b^2 = 16$ 이므로 $2a = 8\sqrt{2}, 2b = 8$ 이 성립한다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (8\sqrt{2}) \times 8 = 32\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림은 원뿔의 전개도이다. 이 전개도로 만들어지는 원뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답 : cm^3

▷ 정답 : $144\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$

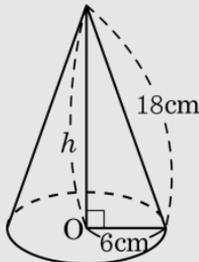
해설

부채꼴의 호의 길이 : $18 \times 2 \times \pi \times \frac{1}{3} = 12\pi(\text{cm})$

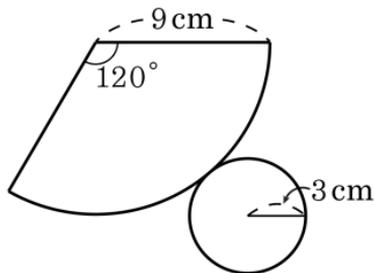
밑면의 반지름을 r 라고 하면 $2\pi r = 12\pi \therefore r = 6(\text{cm})$

원뿔의 높이 $h = \sqrt{18^2 - 6^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times 6^2 \times \pi \times 12\sqrt{2} = 144\sqrt{2}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.



15. 다음 그림과 같은 전개도에서 원뿔의 높이를 구하면?



① 3 cm

② 6 cm

③ $6\sqrt{2}$ cm

④ $6\sqrt{3}$ cm

⑤ 9 cm

해설

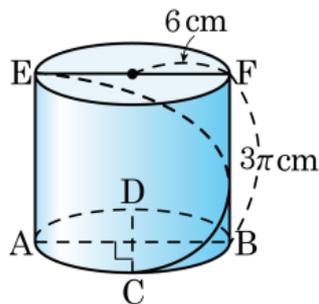


원뿔의 단면을 그리면 위의 그림과 같으므로

$$h^2 + 3^2 = 9^2$$

$$\therefore h = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

16. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 6 cm, 높이가 3π cm 인 원기둥에서 밑면의 지름 AB 와 수직인 지름 CD 에 대하여 점 C 에서 점 E 까지 원기둥의 옆면을 따라 오른쪽으로 올라갈 때의 최단 거리를 구하여라. (단, $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$)



▶ 답: cm

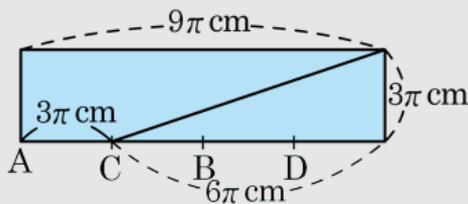
▷ 정답: $3\sqrt{10}\pi$ cm

해설

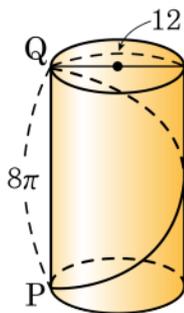
$$\sqrt{(3\pi)^2 + (9\pi)^2}$$

$$3\sqrt{10}\pi \text{ (cm)}$$

=



17. 다음 그림과 같은 원기둥에서 점 P 에서 옆면을 따라 점 Q 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

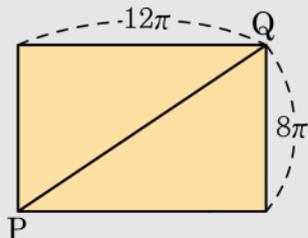


▶ 답:

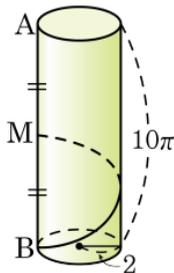
▶ 정답: $4\sqrt{13}\pi$

해설

$$\overline{PQ} = \sqrt{(12\pi)^2 + (8\pi)^2} = 4\sqrt{13}\pi$$



18. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 2 이고 높이가 10π 인 원기둥에서 점 B 를 출발하여 원기둥 옆면을 따라 \overline{AB} 의 중점인 점 M 까지 가는 최단 거리를 구하여라.



▶ 답 :

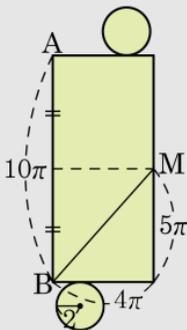
▷ 정답 : $\sqrt{41}\pi$

해설

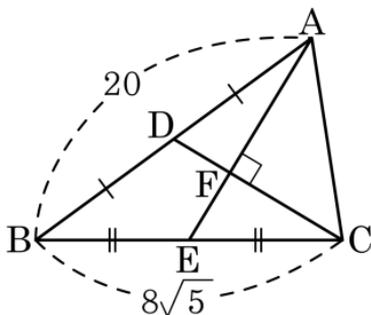
원기둥의 전개도를 그리면 다음과 같다. 직사각형의 가로 길이는 밑면(원)의 둘레의 길이이므로 $2\pi \times 2 = 4\pi$ 이다.

따라서, 최단 거리는

$$\overline{BM} = \sqrt{(4\pi)^2 + (5\pi)^2} = \sqrt{41}\pi$$



19. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 \overline{AB} 와 \overline{BC} 의 중점을 각각 D, E 라 하고 $\overline{AE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 20$, $\overline{BC} = 8\sqrt{5}$ 일 때, \overline{AC} 의 길이를 구하여라.

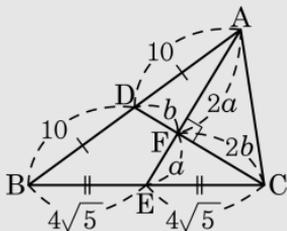


▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

점 F는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{EF} = a$, $\overline{DF} = b$ 라 하면
 $\overline{AF} = 2a$, $\overline{CF} = 2b$



$$\triangle ADF \text{ 에서 } 4a^2 + b^2 = 100$$

$$\triangle CFE \text{ 에서 } a^2 + 4b^2 = 80$$

$$\therefore 5a^2 + 5b^2 = 180 \quad \therefore a^2 + b^2 = 36$$

$$\triangle AFC \text{ 에서 } \overline{AC}^2 = 4a^2 + 4b^2 = 144$$

$$\therefore \overline{AC} = 12$$

20. 변의 길이가 각각 4, 6, 8 인 삼각형 ABC 에서 변 AB, BC, CD 의 중점을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE^2} + \overline{BF^2} + \overline{CD^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 87

해설

파푸스의 정리에 의해

$$\overline{AB^2} + \overline{CA^2} = 2 \left\{ \overline{AE^2} + \left(\frac{\overline{BC}}{2} \right)^2 \right\} \dots \textcircled{A}$$

$$\overline{BC^2} + \overline{AB^2} = 2 \left\{ \overline{BF^2} + \left(\frac{\overline{CA}}{2} \right)^2 \right\} \dots \textcircled{B}$$

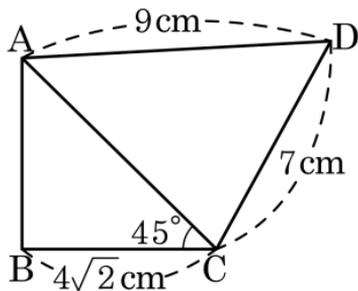
$$\overline{CA^2} + \overline{BC^2} = 2 \left\{ \overline{CD^2} + \left(\frac{\overline{AB}}{2} \right)^2 \right\} \dots \textcircled{C}$$

ⓐ + ⓑ + ⓒ 를 하면

$$\frac{3}{4} (\overline{AB^2} + \overline{BC^2} + \overline{CA^2}) = \overline{AE^2} + \overline{BF^2} + \overline{CD^2}$$

$$\therefore \overline{AE^2} + \overline{BF^2} + \overline{CD^2} = \frac{3}{4} (4^2 + 6^2 + 8^2) = 87$$

21. 다음 그림에서 $\triangle ACD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $12\sqrt{5}\text{cm}^2$

해설

$$\triangle ABC \text{ 에서 } \overline{AC} : \overline{BC} = \sqrt{2} : 1$$

$$\overline{AC} = 4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8(\text{cm})$$

점 D 에서 \overline{AC} 에 내린 수선의 발을 H 라 하고 $\overline{AH} = x$ 라 하면

$$\overline{CH} = 8 - x$$

$$\overline{DH}^2 = 9^2 - x^2 = 7^2 - (8 - x)^2$$

$$16x = 96$$

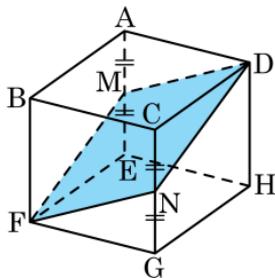
$$\therefore x = 6$$

$$\overline{DH} = \sqrt{81 - 36} = 3\sqrt{5}(\text{cm})$$

$$\text{따라서 } \triangle ACD \text{ 의 넓이는 } \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{DH} = \frac{1}{2} \times 8 \times 3\sqrt{5} =$$

$12\sqrt{5}(\text{cm}^2)$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정육면체가 있다. \overline{AE} 의 중점을 M, \overline{CG} 의 중점을 N이라 할 때, $\square MFND$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $72\sqrt{6}\text{cm}^2$

해설

$$\triangle FGN \text{에서 } \overline{FN} = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

따라서 $\square MFND$ 는

$$\overline{MF} = \overline{FN} = \overline{ND} = \overline{DM} = 6\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

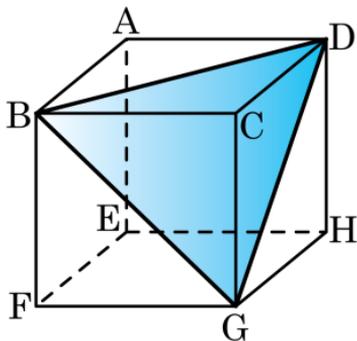
인 마름모이고 두 대각선의 길이는 각각

$$\overline{DF} = \sqrt{12^2 + 12^2 + 12^2} = 12\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{MN} = \overline{AC} = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2} \text{ (cm) 이므로}$$

$$\square MFND = \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{2} = 72\sqrt{6} \text{ (cm}^2\text{)}$$

23. 다음 그림과 같이 정육면체의 꼭짓점 C 에서 삼각형 BGD 에 내린 수선의 길이가 18 일 때, 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

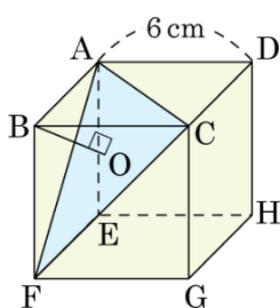
정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면,
입체도형 C - BDG 의 부피에서

$$\frac{1}{3} \times \triangle BCG \times \overline{CD} = \frac{1}{3} \times \triangle BGD \times 18$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times a \times a \times a = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\sqrt{2}a)^2 \times 18$$

$$a^3 = 18\sqrt{3}a^2 \therefore a = 18\sqrt{3}$$

24. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6cm 인 정육면체의 꼭짓점 B 에서 삼각형 AFC 에 내린 수선의 발을 O 라 할 때, \overline{BO} 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

삼각뿔 F-ABC 의 부피는 $\frac{1}{3} \times \Delta ABC \times \overline{BF} = \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} \times 6 \times 6) \times 6 = 36(\text{cm}^3)$

ΔAFC 는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}\text{cm}$ 인 정삼각형이므로 $\Delta AFC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{2})^2 = 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

삼각뿔 B-AFC 의 부피는 $\frac{1}{3} \times \Delta AFC \times \overline{BO} = \frac{1}{3} \times 18\sqrt{3} \times \overline{BO} = 6\sqrt{3} \times \overline{BO}$

따라서 $6\sqrt{3} \times \overline{BO} = 36$ 이므로 $\overline{BO} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.