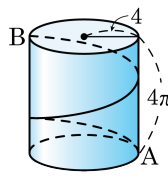


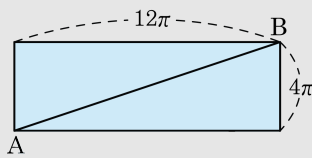
1. 다음 그림은 밑면의 반지름의 길이가 4 이고, 높이가 4π 인 원통이다. 그림과 같이 A 에서 B 까지 실로 원통을 한 바퀴 반 감아서 연결할 때, 실의 길이의 최소값을 구하면?



- ① $8\sqrt{2}\pi$ ② 6π ③ 10π
 ④ 8π ⑤ $4\sqrt{10}\pi$

해설

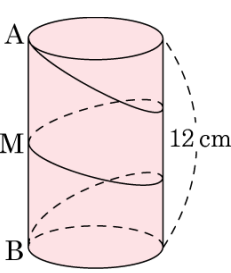
실의 길이의 최솟값은 실을 팽팽히 잡아당길 때이다. 전개도를 그려 보면 다음과 같다.



따라서, 실의 길이의 최솟값은 $\overline{AB}$ 의 길이와 같다.

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(12\pi)^2 + (4\pi)^2} = 4\sqrt{10}\pi$$

2. 다음 그림과 같이 높이가 12 cm 인 원기둥이 있다. 점 A에서 옆면을 따라 $\overline{AB}$ 의 중점 M을 지나 점 B에 이르는 최단 거리가 20 cm 일 때, 이 원기둥의 밑면의 둘레의 길이를 구 하여라.



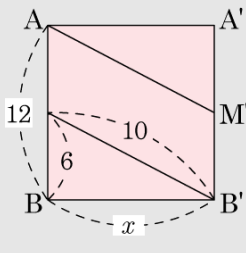
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

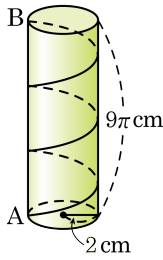
해설

$$x = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$$

따라서 밑면의 둘레는 8 (cm)



3. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2 cm, 높이가 9π cm 인 원기둥이 있다. 점 A 에서 점 B 까지 표면을 따라 세 바퀴 감았을 때, 실의 최소 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

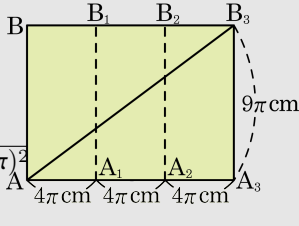
▷ 정답 : 15π cm

해설

밑면의 둘레의 길이는 $2\pi \times 2 = 4\pi$ (cm)

다음 전개도에서 구하는 실의 길이는 $\overline{AB_3}$ 의 길이이다.

$$\begin{aligned}\therefore \overline{AB_3} &= \sqrt{(4\pi + 4\pi + 4\pi)^2 + (9\pi)^2} \\ &= \sqrt{225\pi^2} = 15\pi \text{ (cm)}\end{aligned}$$



4. 어떤 전자제품 회사에서 기존에 가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 4 : 3 인 모니터만을 생산하다가, 디자인적인 측면을 강화하기 위해 대각선의 길이는 유지하면서 가로와 세로의 비율이 6 : $\sqrt{14}$ 인 모니터를 생산하였다. 새로운 모니터의 가로와 세로의 길이를 각각 $a\sqrt{b}$, $c\sqrt{d}$ 라고 할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하시오. (단, b, d 는 최소의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 4 : 3 인 모니터의 대각선의 길이는 20 인치이다.

새로운 모니터의 가로의 길이를 $6x$, 세로의 길이를 $\sqrt{14}x$ 라고 하면

피타고라스 정리에 따라

$$(6x)^2 + (\sqrt{14}x)^2 = 20^2$$

$$50x^2 = 400$$

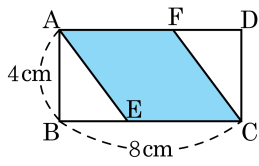
$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 2\sqrt{2}$$

$$\text{따라서 가로의 길이는 } 6 \times 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2}(\text{인치})$$

$$\text{세로의 길이는 } \sqrt{14} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{7}(\text{인치})$$

이므로 $a + b + c + d = 25$ 이다.

5. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 넓이를 구하여라.



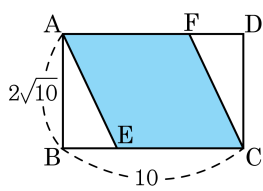
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 20 cm^2

해설

$\overline{CE} = x(\text{cm})$ 라 하면
 $x^2 = 4^2 + (8 - x)^2 \therefore x = 5$
 $\therefore \square\text{AECF} = 5 \times 4 = 20(\text{cm}^2)$

6. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $14\sqrt{10}$

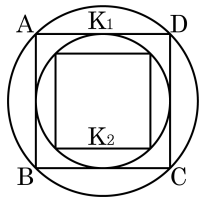
해설

$\overline{CE} = x$ 라 하면

$$x^2 = (2\sqrt{10})^2 + (10 - x)^2 \quad \therefore x = 7$$

$$\therefore \square AECF = 7 \times 2\sqrt{10} = 14\sqrt{10}$$

7. 그림과 같이 지름의 길이가 20 cm 인 원에 내접하는 정사각형을 K_1 이라 할 때, K_1 에 내접하는 원에 또 다시 내접하는 정사각형 K_2 의 한 변의 길이는 얼마인가?



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 10cm

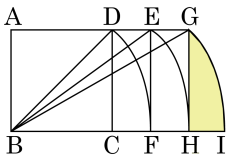
해설

지름의 길이가 20 cm 이므로 사각형 ABCD 의 대각선의 길이는 20 cm 이므로 정사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 $10\sqrt{2}$ cm 이다.

정사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 안에 내접하는 작은 원의 지름이므로 작은 원의 지름은 $10\sqrt{2}$ cm 이고, 작은 원의 지름은 K_2 의 대각선의 길이와 같다.

따라서 K_2 는 대각선의 길이가 $10\sqrt{2}$ cm 인 정사각형이므로 K_2 의 한 변의 길이는 10 cm 이다.

8. 다음 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BD} = \overline{BF}$, $\overline{BE} = \overline{BH}$, $\overline{BG} = \overline{BI}$ 이고, $\overline{AB} = 3$, $\angle GBI = 30^\circ$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\pi - \frac{9}{2}\sqrt{3}$

해설

$\overline{BG} = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2} = 6$ 이다.

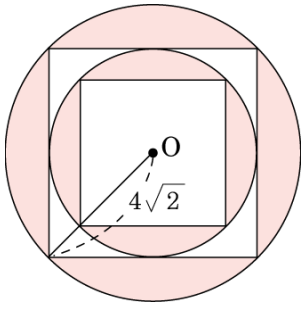
색칠한 부분의 넓이를 구하기 위해서 부채꼴의 넓이를 구하면

$\frac{30^\circ}{360^\circ} \times 6 \times 6 \times \pi = 3\pi$ 에서 삼각형 GBH 의 넓이를 빼면 된다.

$\overline{BH} = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} = 3\sqrt{3}$ 이므로 넓이는 $3\sqrt{3} \times 3 \times \frac{1}{2}$ 이다.

따라서 구하는 부분의 넓이는 $3\pi - \frac{9}{2}\sqrt{3}$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 크기가 다른 원과 정사각형들이 서로 연이어 접하고 있다. 바깥쪽 큰 원의 반지름이 $4\sqrt{2}$ 일 때, 색칠한 부분의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $32 + 16\sqrt{2} + (8\sqrt{2} + 8)\pi$

해설

큰 정사각형의 대각선의 길이는 큰 원의 지름과 같으므로 $8\sqrt{2}$ 이다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 $x(\text{cm})$ 라 하면

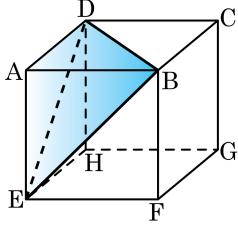
$$1 : \sqrt{2} = x : 8\sqrt{2} \quad \therefore x = 8$$

작은 원의 지름은 큰 정사각형의 한 변의 길이와 같으므로 8 이고, 작은 정사각형의 대각선의 길이는 작은 원의 지름과 같다. 따라서, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 하면

$$1 : \sqrt{2} = y : 8 \quad \therefore y = 4\sqrt{2}$$

색칠한 부분의 둘레는 $8\sqrt{2}\pi + 8\pi + 8 \times 4 + 4 \times 4\sqrt{2} = 32 + 16\sqrt{2} + (8\sqrt{2} + 8)\pi$ 이다.

10. 한 모서리의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정육면체를 다음 그림과 같이 잘랐을 때, 사면체 A-DEB의 겹넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $48 + 16\sqrt{3}$

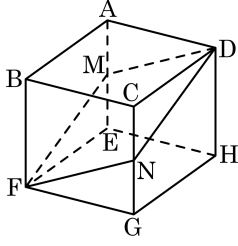
해설

$\triangle DEB$ 는 한 변의 길이가 8인 정삼각형이므로

$$(\triangle DEB \text{의 넓이}) = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 16\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{A-DEB의 겹넓이}) &= 3\triangle ABE + 16\sqrt{3} \\ &= 48 + 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

11. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 6인 정육면체에서 $\overline{AE}$ 의 중점을 M, $\overline{CG}$ 의 중점을 N이라 할 때, $\square MFND$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{6}$

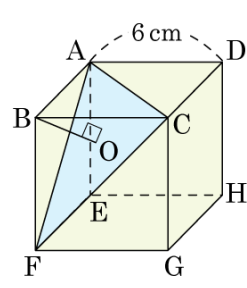
해설

$$\overline{MN} = \overline{AC} = 6\sqrt{2}$$

$$\overline{DF} = 6\sqrt{3},$$

$$\square MFND \text{의 넓이} : 6\sqrt{3} \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 18\sqrt{6}$$

12. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6cm 인 정육면체의 꼭짓점 B 에서 삼각형 AFC 에 내린 수선의 발을 O 라 할 때, $\overline{BO}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

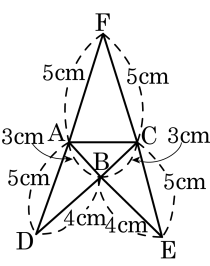
삼각뿔 F-ABC 의 부피는 $\frac{1}{3} \times \triangle ABC \times \overline{BF} = \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} \times 6 \times 6) \times 6 = 36(\text{cm}^3)$

$\triangle AFC$ 는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}\text{cm}$ 인 정삼각형이므로 $\triangle AFC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{2})^2 = 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

삼각뿔 B-AFC 의 부피는 $\frac{1}{3} \times \triangle AFC \times \overline{BO} = \frac{1}{3} \times 18\sqrt{3} \times \overline{BO} = 6\sqrt{3} \times \overline{BO}$

따라서 $6\sqrt{3} \times \overline{BO} = 36$ 이므로 $\overline{BO} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 전개도를 가지는 삼각뿔의 부피를 구하여라.

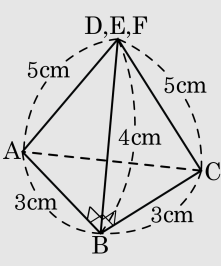


▶ 답 :

▷ 정답 : 6

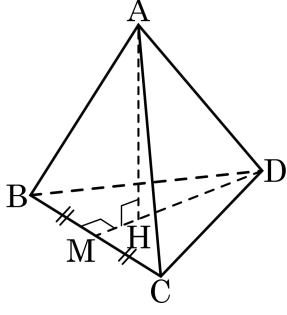
해설

$3^2 + 4^2 = 5^2$ 이므로 $\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 는 $\angle ABD = \angle CBE = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.



(삼각뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times \triangle ABC \times \overline{DB}$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3^2 \times 4 = 6$

14. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12cm인 정사면체이다. 점 M은 $\overline{BC}$ 의 중점이고 $\overline{AH}$ 는 정사면체의 높이일 때, $\triangle AMH$ 의 넓이를 구하여라.



- ☒ ① $12\sqrt{2}\text{cm}^2$
 ☐ ② $13\sqrt{2}\text{cm}^2$
 ☐ ③ $14\sqrt{2}\text{cm}^2$
☐ ④ $15\sqrt{2}\text{cm}^2$
 ☐ ⑤ $16\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

$$\overline{AH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\overline{MH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times \frac{1}{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$(\therefore \triangle AMH \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2}$$

15. 한 변의 길이가 3 인 정사면체의 높이와 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (높이) = $\sqrt{6}$

▷ 정답 : (부피) = $\frac{9\sqrt{2}}{4}$

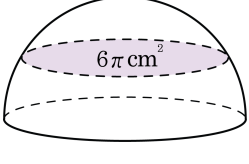
해설

한 변의 길이가 a 인 정사면체에서

$$(\text{높이}) = \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 3 = \sqrt{6}$$

$$(\text{부피}) = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 3^3 = \frac{9\sqrt{2}}{4}$$

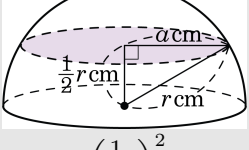
16. 다음 반구에서 반지름의 $\frac{1}{2}$ 지점을 지나고
 밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\text{cm}^2$
 일 때, 반구의 겉넓이를 구하면?



- ① $6\pi\text{cm}^2$ ② $12\pi\text{cm}^2$ ③ $18\pi\text{cm}^2$
 ④ $24\pi\text{cm}^2$ ⑤ $30\pi\text{cm}^2$

해설

밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가
 $6\pi\text{cm}^2$ 이므로 단면의 반지름의 길이
 를 $a\text{cm}$ 라고 하면 $\pi a^2 = 6\pi$, $a^2 = 6$
 $\therefore a = \sqrt{6}$



반구의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라고 하면 $r^2 = \left(\frac{1}{2}r\right)^2 + a^2$,

$$\frac{3}{4}r^2 = 6, r^2 = 8$$

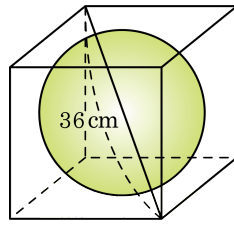
반구의 겉넓이 = 구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2}$ + 밑면의 넓이

$$\text{구의 겉넓이} \times \frac{1}{2} = 4\pi r^2 \times \frac{1}{2} = 4\pi \times 8 \times \frac{1}{2} = 16\pi(\text{cm}^2)$$

$$\text{밑면의 넓이} = \pi r^2 = \pi \times 8 = 8\pi(\text{cm}^2)$$

따라서 반구의 겉넓이는 $16\pi + 8\pi = 24\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

17. 대각선 길이가 36 cm 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답 : cm^3

▷ 정답 : $864\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라고 하면

$$\sqrt{3}a = 36 \quad \therefore a = 12\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$(\text{구의 반지름의 길이}) = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$(\text{구의 부피}) = \frac{4}{3}\pi \times (6\sqrt{3})^3 = 864\sqrt{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

18. 구의 중심에서 구의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 떨어진 평면으로 구를 자를 때 생기는 단면의 반지름이 4cm 이다. 이때 구의 겉넓이는?

- ① $\frac{32}{3}\pi \text{ cm}^2$
 ② $\frac{64}{3}\pi \text{ cm}^2$
 ③ $\frac{128}{3}\pi \text{ cm}^2$
- ④ $\frac{256}{3}\pi \text{ cm}^2$
 ⑤ $\frac{512}{3}\pi \text{ cm}^2$

해설

구의 반지름의 길이를 2cm라 하면

$$(2a)^2 = 4^2 + a^2$$

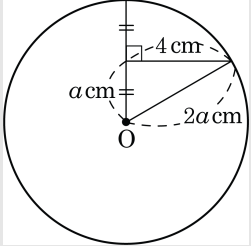
$$4a^2 = 16 + a^2$$

$$\therefore a^2 = \frac{16}{3}$$

구의 겉넓이는 $4\pi r^2$ 이므로

$$4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2 \quad (a^2 = \frac{16}{3} \text{ 대입})$$

$$16\pi a^2 = 16\pi \times \frac{16}{3} = \frac{256}{3}\pi (\text{cm}^2)$$



19. $45^\circ \leq A < 90^\circ$ 이고 $\sqrt{(\sin A + \cos A)^2} + \sqrt{(\cos A - \sin A)^2} = \frac{30}{17}$

을 만족하는 A 에 대해서 $\cos A \times \tan A$ 의 값을 구하여라.

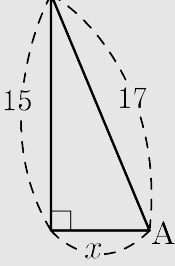
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{15}{17}$

해설

$45^\circ \leq A < 90^\circ$ 이므로 $0 < \cos A \leq \sin A$

$$\begin{aligned} &\therefore \sqrt{(\sin A + \cos A)^2} + \sqrt{(\cos A - \sin A)^2} \\ &= \sin A + \cos A - \cos A + \sin A \\ &= 2 \sin A = \frac{30}{17} \\ &\therefore \sin A = \frac{15}{17} \end{aligned}$$



그림에서 $x = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$ 이므로

$$\cos A = \frac{8}{17}, \tan A = \frac{15}{8}$$

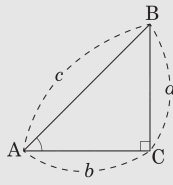
$$\therefore \cos A \times \tan A = \frac{8}{17} \times \frac{15}{8} = \frac{15}{17}$$

20. $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $2 \sin A = \cos A$ 일 때, $\sin B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

해설



$\sin A = \frac{a}{c}, \cos A = \frac{b}{c}, \tan A = \frac{a}{b}$ 이다.

$2 \sin A = \cos A$ 이므로 $\frac{2a}{c} = \frac{b}{c}$ 이다.

$\Rightarrow 2a = b, c = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = \sqrt{5}a$

따라서 $\sin B = \frac{b}{c} = \frac{2a}{\sqrt{5}a} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 이다.

21. $\tan A = \frac{1}{2}$ 일 때, $\frac{\sin A + 2 \cos A}{\sin A - \cos A}$ 의 값을 구하면?

① 5

② 3

③ 1

④ -1

⑤ -5

해설

주어진 식의 분모, 분자를 각각 $\cos A$ 로 나눈 후, $\frac{\sin A}{\cos A} = \tan A$ 로 고치면

$$\frac{\tan A + 2}{\tan A - 1} = \frac{\frac{1}{2} + 2}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{5}{2} \times (-2) = -5 \text{ 이다.}$$