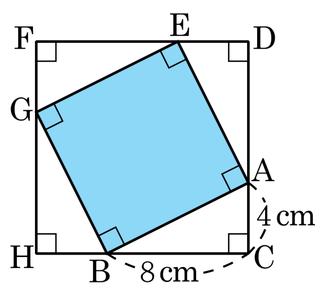
1. 다음 그림의 □FHCD 는 △ABC 와 합동인 직각삼각형을 이용하여 만든 사각형이다. □BAEG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

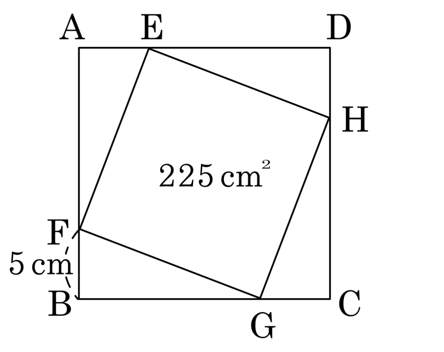
▷ 정답 : $80\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{8^2+4^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$\square\mathrm{BAEG} = (4\sqrt{5})^2 = 80\ (\mathrm{cm}^2)$

2. 다음 □ABCD 는 정사각형이고, $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 5\text{cm}$ 이다. □EFGH 의 넓이가 225cm^2 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $(225 + 100\sqrt{2})\,\text{cm}^2$

해설

□EFGH $= 225(\text{cm}^2)$ 인 정사각형이므로 $\overline{FG} = 15(\text{cm})$,
$\overline{BG} = \sqrt{15^2 - 5^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}(\text{cm})$
$\overline{BG} = 10\sqrt{2}(\text{cm})$ 이므로
$\overline{BC} = 10\sqrt{2} + 5(\text{cm})$
□ABCD 는 정사각형이므로 넓이는
$(10\sqrt{2} + 5)(10\sqrt{2} + 5) = 225 + 100\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

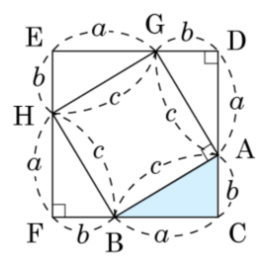
3. 다음과 같은 설명에서 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 와 이와 합동인 3 개의 삼각형을 붙여서 정사각형 CDEF 를 만들면 △ABC, △GAD, △HGE, △BHF 가 서로 합동이므로 ▫AGHB 는 정사각형이다.

따라서 (▫CDEF) $=\boxed{}+4\times$ (△ABC)

$(a+b)^2=\boxed{}+4\times\frac{1}{2}ab$

$\therefore\ a^2+b^2=\boxed{}$



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ▫AGHB

▷ 정답 : c^2

▷ 정답 : c^2

해설

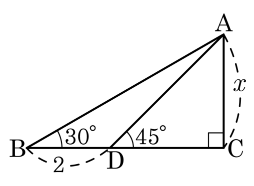
사각형CDEF 는 한 개의 정사각형과 4개의 합동인 직각삼각형으로 이루어져있다.

□CDEF 는 한 변의 길이가 $(a+b)$ 인 정사각형이다.

$(a+b)^2=c^2+4\times\frac{1}{2}\times ab$

$a^2+2ab+b^2=c^2+2ab$ 이므로 $a^2+b^2=c^2$

4. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BD}} = 2$일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이는?



① $1+\sqrt{2}$ ② $1+\sqrt{3}$

③ $2+\sqrt{3}$ ④ $3+\sqrt{3}$

⑤ $4+\sqrt{3}$

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = x$라 하면

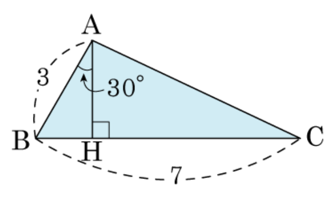
$1 : \sqrt{3} = x : x+2$

$\sqrt{3}x = x+2$

$(\sqrt{3}-1)x = 2,\ x = \dfrac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BD}} + \overline{\mathrm{DC}} = 3+\sqrt{3}$ 이다.

5. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 7$, $\angle BAH = 30°$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{21\sqrt{3}}{4}$

해설

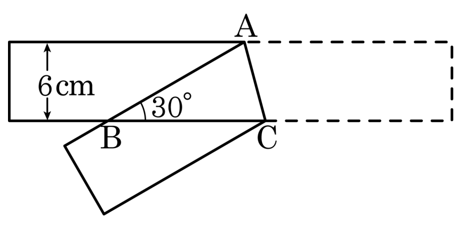
$\overline{AB} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로

$2 : \sqrt{3} = 3 : \overline{AH}$, $\overline{AH} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 7 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{21\sqrt{3}}{4}$ 이다.

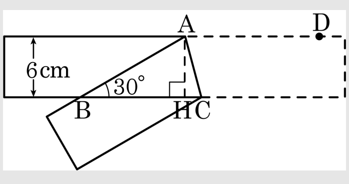
6. 다음 그림과 같이 폭이 $6\,\text{cm}$ 인 종이 테이프를 $\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 36 $\underline{\text{cm}^2}$

해설



$\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접었으므로
$\angle DAC = \angle BAC$
$\angle DAC = \angle ACB(\because$ 엇각$)$
$\therefore\ \overline{AB} = \overline{BC}$
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
$\overline{AH} = 6(\text{cm})$, $\overline{AB} = 2\overline{AH} = 12(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{BC} = 12(\text{cm})$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36(\text{cm}^2)$ 이다.

7. 두 변의 길이가 3, 5 인 직각삼각형에서 나머지 한 변의 길이를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : $\sqrt{34}$

해설

나머지 한 변의 길이를 a라 하면
i) 5가 가장 긴 변인 경우
$5^2 = a^2 + 3^2 \;\therefore\; a = 4$
ii) a가 가장 긴 변인 경우
$a^2 = 5^2 + 3^2 = 34 \;\therefore a = \sqrt{34}$

8. 빗변의 길이가 $m^2 + n^2$ 이고, 다른 한 변의 길이가 $m^2 - n^2$ 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m > 0$, $n > 0$)

① $m + n$ ② $2m + n$ ③ $m + 2n$

④ $2(m + n)$ ⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면

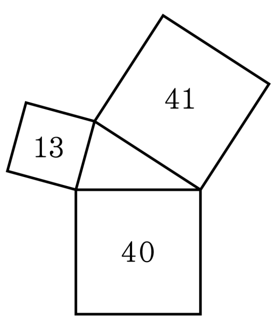
$(m^2 + n^2)^2 = (m^2 - n^2)^2 + X^2$

$m^4 + 2m^2n^2 + n^4 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + X^2$

$X^2 = 4m^2n^2 = (2mn)^2$

$X > 0$, $m > 0$, $n > 0$ 이므로 $X = 2mn$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 삼각형 모양의 저수지 주변에 만든 정사각형 모양의 토지의 넓이가 각각 $13, 40, 41$ 일 때, 저수지의 넓이를 구하여라.

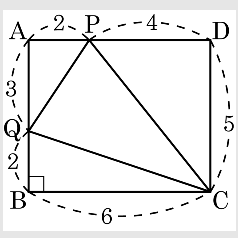


▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

정사각형의 넓이 13, 40, 41 은 각각 $13 = 2^2 + 3^2$, $40 = 2^2 + 6^2$, $41 = 4^2 + 5^2$ 이므로 다음 그림과 같이 가로의 길이가 6 , 세로의 길이가 5 인 직사각형 ABCD 에 $\overline{PQ} = \sqrt{13}$,$\overline{PC} = \sqrt{41}$, $\overline{QC} = \sqrt{40}$ 인 두 점 P, Q 를 잡을 수 있다.



(삼각형의 넓이)$= (6 \times 5) - (3 + 10 + 6) = 11$

10. 어떤 전자제품 회사에서 기존에 가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 $4:3$ 인 모니터만을 생산하다가, 디자인적인 측면을 강화하기 위해 대각선의 길이는 유지하면서 가로와 세로의 비율이 $6:\sqrt{14}$ 인 모니터를 생산하였다. 새로운 모니터의 가로와 세로의 길이를 각각 $a\sqrt{b}$, $c\sqrt{d}$ 라고 할 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. (단, b, d는 최소의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 $4:3$ 인 모니터의 대각선의 길이는 20 인치이다.
새로운 모니터의 가로의 길이를 $6x$, 세로의 길이를 $\sqrt{14}\,x$ 라고 하면
피타고라스 정리에 따라
$(6x)^2+(\sqrt{14}x)^2=20^2$
$50x^2=400$
$x>0$ 이므로 $x=2\sqrt{2}$
따라서 가로의 길이는 $6\times2\sqrt{2}=12\sqrt{2}$(인치)
세로의 길이는 $\sqrt{14}\times2\sqrt{2}=4\sqrt{7}$(인치)
이므로 $a+b+c+d=25$ 이다.

11. 대각선의 길이가 15 인치인 LCD 모니터를 구입하였다. 모니터 화면의 가로, 세로의 비가 4 : 3 일 때, 모니터의 가로와 세로의 길이를 더하여라.

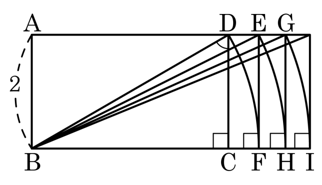
▶ 답: 인치

▷ 정답: 21인치

해설

가로의 길이를 $4x$ 라고 하면 세로의 길이는 $3x$ 이고
피타고라스 정리에 따라
$(4x)^2 + (3x)^2 = 15^2$
$25x^2 = 225$
$x^2 = 9$
$x > 0$ 이므로 $x = 3$
따라서 가로의 길이는 12 인치, 세로의 길이는 9 인치이므로
가로와 세로의 길이의 합은 21 인치이다.

12. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 2$, $\angle BDC = 60°$ 이고 $\overline{BD} = \overline{BF}$, $\overline{BE} = \overline{BH}$, $\overline{BG} = \overline{BI}$ 일 때, $\overline{BI}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

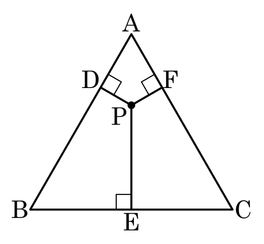
▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

해설

$\overline{AB} : \overline{BD} = 1 : 2 = 2 : x$, $x = 4$ 이다. 따라서 $\overline{BE} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$,

$\overline{BG} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + 2^2} = 2\sqrt{6}$, $\overline{BG} = \overline{BI} = 2\sqrt{6}$ 이다.

13. 한 변의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC 의 내부의 한 점 P 에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{\mathrm{PD}}+\overline{\mathrm{PE}}+\overline{\mathrm{PF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

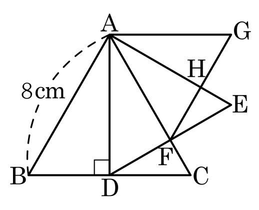
$\triangle\mathrm{ABC}=\triangle\mathrm{ABP}+\triangle\mathrm{BCP}+\triangle\mathrm{APC}$

$\frac{\sqrt{3}}{4}\times\sqrt{3}^2=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\overline{\mathrm{PD}}+\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\overline{\mathrm{PE}}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\overline{\mathrm{PF}}=$

$\frac{1}{2}\times\sqrt{3}(\overline{\mathrm{PD}}+\overline{\mathrm{PE}}+\overline{\mathrm{PF}})$

$\therefore\ \overline{\mathrm{PD}}+\overline{\mathrm{PE}}+\overline{\mathrm{PF}}=\frac{3}{2}$

14. 다음 그림은 크기가 다른 정삼각형 3 개를 겹쳐 그린 것이다. 가장 큰 정삼각형 ABC 의 한 변의 길이가 8 cm 일 때, 가장 작은 정삼각형 AFG 의 넓이를 구하여라.



① $7\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ② $8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

③ $8\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ④ $9\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $9\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

1) $\overline{\mathrm{AD}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AF}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6\ (\mathrm{cm})$

2) $\triangle\mathrm{AFG}$ 는 한 변의 길이가 6 cm 인 정삼각형이므로 $S = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

$\therefore\ \triangle\mathrm{AFG} = 9\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

15. 높이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형의 넓이를 구하면?

① $6\,\mathrm{cm}^2$ ② $9\,\mathrm{cm}^2$ ③ $9\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$
④ $10\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 $a\,\mathrm{cm}$ 라 하면,

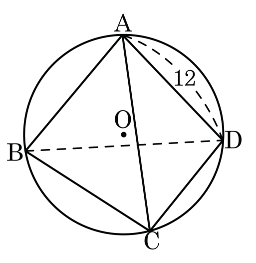
높이 $h = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ 이므로 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a = 6$

$\therefore\ a = 4\sqrt{3}$

따라서, 넓이

$S = \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \dfrac{\sqrt{3}}{4}(4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

16. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12 인 정사면체에 외접하는 구를 그린 것이다. 이 구의 반지름의 길이는?

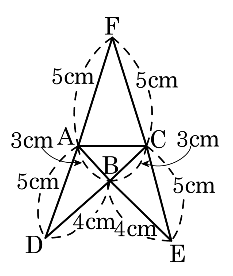


① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12}\times 12^3 = 144\sqrt{2}$
구의 중심 O 에서 점 A, B, C, D 에 선을 그으면, 밑면은 한 변의 길이가 12 인 정삼각형인 사면체 4 개가 된다.
이 사면체의 높이를 h
구의 반지름의 길이를 R 이라고 하면
$R^2 = h^2 + (4\sqrt{3})^2$ 에서
$h = \sqrt{R^2 - 48}$ 이므로
그 정사면체들의 부피의 합은
$\frac{\sqrt{3}}{4}\times 12^2 \times \sqrt{R^2-48}\times\frac{1}{3}\times 4 = 144\sqrt{2}$
따라서 $\mathrm{R} = 3\sqrt{6}$ 이다.

17. 다음 그림과 같은 전개도를 가지는 삼각뿔의 부피를 구하여라.

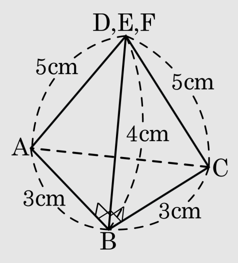


▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3^2 + 4^2 = 5^2$ 이므로 $\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 는 $\angle ABD = \angle CBE = 90°$ 인 직각삼각형이다.



$$(\text{삼각뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times \triangle ABC \times \overline{DB}$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3^2 \times 4 = 6$$

18. 한 변의 길이가 3 인 정사면체의 높이와 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (높이) $= \sqrt{6}$

▷ 정답 : (부피) $= \frac{9\sqrt{2}}{4}$

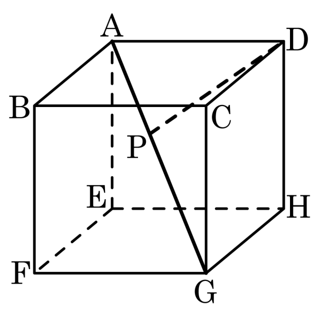
해설

한 변의 길이가 a 인 정사면체에서

(높이) $= \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 3 = \sqrt{6}$

(부피) $= \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 3^3 = \frac{9\sqrt{2}}{4}$

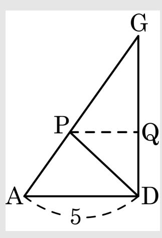
19. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 5 인 정육면체에서 대각선 AG 를 2 : 3 으로 내분하는 점을 P 라 할 때, 선분 DP 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{17}$

해설



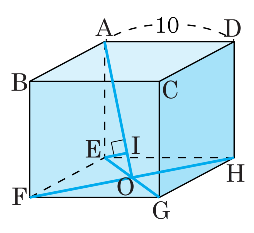
$\triangle$ADG 에서 $\overline{DG} = 5\sqrt{2}$, $\overline{AG} = 5\sqrt{3}$ 이고,
$(5\sqrt{2})^2 + 5^2 = (5\sqrt{3})^2$ 이므로 직각삼각형이다.
점 P 에서 $\overline{GD}$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 하면
$\triangle$GPQ 와 $\triangle$GAD 는 닮음이고, $\overline{AP} : \overline{PG} = 2 : 3$ 이므로

$\overline{QD} = 5\sqrt{2} \times \frac{2}{5} = 2\sqrt{2}$

$\overline{PQ} = 5 \times \frac{3}{5} = 3$

따라서 $\overline{PD} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 3^2} = \sqrt{17}$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 인 정육면체의 밑면의 대각선의 교점을 O 라 하고, 점 E 에서 $\overline{\mathrm{AO}}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 할 때, $\overline{\mathrm{EI}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

해설

$\triangle \mathrm{AEO}$ 는 $\overline{\mathrm{AE}} = 10,\ \overline{\mathrm{EO}} = 5\sqrt{2}$ 인 직각삼각형이 되므로

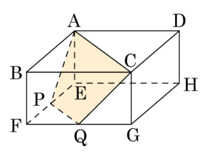
$\overline{\mathrm{AO}} = \sqrt{10^2 + \left(5\sqrt{2}\right)^2} = 5\sqrt{6}$

$(\triangle \mathrm{AEO}$의 넓이$) = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AE}} \times \overline{\mathrm{EO}} = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AO}} \times \overline{\mathrm{EI}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AE}} \times \overline{\mathrm{EO}} = \overline{\mathrm{AO}} \times \overline{\mathrm{EI}},\ 10 \times 5\sqrt{2} = 5\sqrt{6} \times \overline{\mathrm{EI}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{EI}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC} = 8$, $\overline{AE} = 4$ 인 직육면체에서 모서리 EF, FG 의 중점을 각각 P, Q 이라 할 때, 점 B 에서 사각형 APQC 에 내린 수선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$

해설

$\overline{AP}$, $\overline{BF}$, $\overline{CQ}$ 의 연장선이 만나는 점을 I 라 하면

$\triangle AEP \equiv \triangle IFP$ (ASA 합동)

$\overline{FI} = \overline{AE} = 4$ 이므로 $\overline{BI} = 8$

$\overline{IP} = \overline{AP} = 4\sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AI} = \overline{CI} = \overline{AC} = 8\sqrt{2}$

따라서 점 B 에서 □APQC 에 내린 수선의 길이를 h 라 하면

사면체 B − AIC 의 부피는

$\dfrac{1}{3} \times \triangle ABC \times \overline{BI} = \dfrac{1}{3} \times \triangle AIC \times h$

$\dfrac{1}{3} \times \left(\dfrac{1}{2} \times 8 \times 8\right) \times 8 = \dfrac{1}{3} \times \left\{\dfrac{\sqrt{3}}{4} \times (8\sqrt{2})^2\right\} \times h$

$\therefore\ h = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$