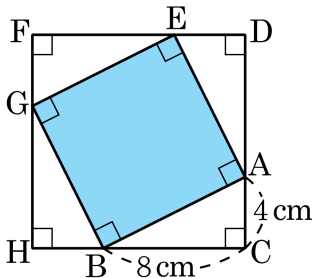


1. 다음 그림의 $\square FHCD$ 는 $\triangle ABC$ 와 합동인 직각삼각형을 이용하여 만든 사각형이다. $\square BAEG$ 의 넓이를 구하여라.



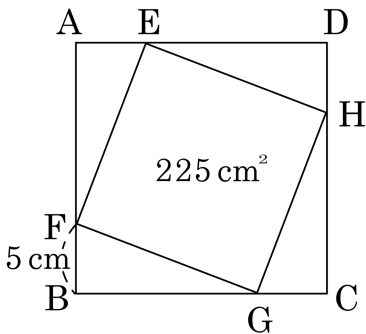
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 80cm²

해설

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \\ \square BAEG &= (4\sqrt{5})^2 = 80 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

2. 다음 $\square ABCD$ 는 정사각형이고, $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 5\text{cm}$ 이다.
 $\square EFGH$ 의 넓이가 225cm^2 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $(225 + 100\sqrt{2})\text{cm}^2$

해설

$\square EFGH = 225(\text{cm}^2)$ 인 정사각형이므로 $\overline{FG} = 15(\text{cm})$,

$\overline{BG} = \sqrt{15^2 - 5^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{BG} = 10\sqrt{2}(\text{cm})$ 이므로

$\overline{BC} = 10\sqrt{2} + 5(\text{cm})$

$\square ABCD$ 는 정사각형이므로 넓이는

$(10\sqrt{2} + 5)(10\sqrt{2} + 5) = 225 + 100\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

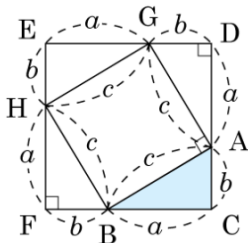
3. 다음과 같은 설명에서 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 와 이와 합동인 3 개의 삼각형을 붙여서 정사각형 CDEF 를 만들면 $\triangle ABC$, $\triangle GAD$, $\triangle HGE$, $\triangle BHF$ 가 서로 합동이므로 $\square AGHB$ 는 정사각형이다.

따라서 $(\square CDEF) = \square + 4 \times (\triangle ABC)$

$$(a+b)^2 = \square + 4 \times \frac{1}{2}ab$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \square$$



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\square AGHB$

▷ 정답 : c^2

▷ 정답 : c^2

해설

사각형CDEF 는 한 개의 정사각형과 4개의 합동인 직각삼각형으로 이루어져있다.

$\square CDEF$ 는 한 변의 길이가 $(a+b)$ 인 정사각형이다.

$$(a+b)^2 = c^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times ab$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab \text{ 이므로 } a^2 + b^2 = c^2$$

4. 다음 그림에서 $\overline{BD} = 2$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

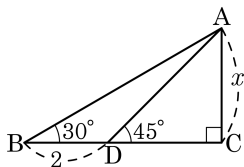
① $1 + \sqrt{2}$

② $1 + \sqrt{3}$

③ $2 + \sqrt{3}$

④ $3 + \sqrt{3}$

⑤ $4 + \sqrt{3}$



해설

$\overline{AC} = x$ 라 하면

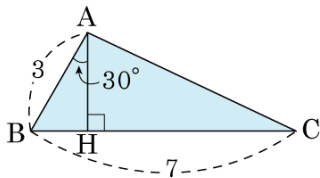
$$1 : \sqrt{3} = x : x + 2$$

$$\sqrt{3}x = x + 2$$

$$(\sqrt{3} - 1)x = 2, x = \frac{2}{\sqrt{3} - 1} = \sqrt{3} + 1 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = 3 + \sqrt{3} \text{ 이다.}$$

5. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 7$, $\angle BAH = 30^\circ$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{21\sqrt{3}}{4}$

해설

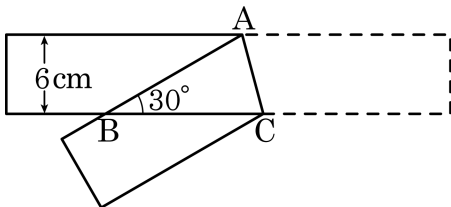
$\overline{AB} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로

$$2 : \sqrt{3} = 3 : \overline{AH}, \overline{AH} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 7 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{21\sqrt{3}}{4} \text{ 이다.}$$

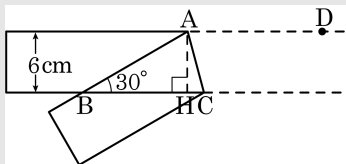
6. 다음 그림과 같이 폭이 6cm 인 종이 테이프를 $\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 36 cm^2

해설



$\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접었으므로

$$\angle DAC = \angle BAC$$

$$\angle DAC = \angle ACB (\because \text{엇각})$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{BC}$$

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{AH} = 6(\text{cm}), \overline{AB} = 2\overline{AH} = 12(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BC} = 12(\text{cm})$$

$$\text{따라서 } \triangle ABC \text{ 의 넓이는 } \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36(\text{cm}^2)$$

이다.

7. 두 변의 길이가 3, 5 인 직각삼각형에서 나머지 한 변의 길이를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : $\sqrt{34}$

해설

나머지 한 변의 길이를 a 라 하면

i) 5가 가장 긴 변인 경우

$$5^2 = a^2 + 3^2 \therefore a = 4$$

ii) a 가 가장 긴 변인 경우

$$a^2 = 5^2 + 3^2 = 34 \therefore a = \sqrt{34}$$

8. 빗변의 길이가 $m^2 + n^2$ 이고, 다른 한 변의 길이가 $m^2 - n^2$ 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m > 0, n > 0$)

① $m + n$

② $2m + n$

③ $m + 2n$

④ $2(m + n)$

⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면

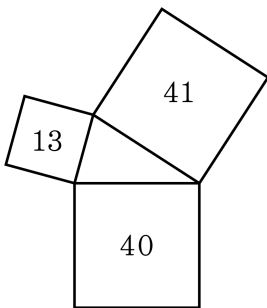
$$(m^2 + n^2)^2 = (m^2 - n^2)^2 + X^2$$

$$m^4 + 2m^2n^2 + n^4 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + X^2$$

$$X^2 = 4m^2n^2 = (2mn)^2$$

$X > 0, m > 0, n > 0$ 이므로 $X = 2mn$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 삼각형 모양의 저수지 주변에 만든 정사각형 모양의 토지의 넓이가 각각 13, 40, 41 일 때, 저수지의 넓이를 구하여라.

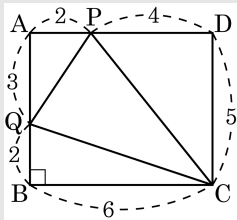


▶ 답 :

▶ 정답 : 11

해설

정사각형의 넓이 13, 40, 41 은 각각 $13 = 2^2 + 3^2$, $40 = 2^2 + 6^2$, $41 = 4^2 + 5^2$ 이므로 다음 그림과 같이 가로 길이가 6, 세로 길이가 5 인 직사각형 ABCD 에 $\overline{PQ} = \sqrt{13}$, $\overline{PC} = \sqrt{41}$, $\overline{QC} = \sqrt{40}$ 인 두 점 P, Q 를 잡을 수 있다.



$$(\text{삼각형의 넓이}) = (6 \times 5) - (3 + 10 + 6) = 11$$

10. 어떤 전자제품 회사에서 기존에 가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 4 : 3 인 모니터만을 생산하다가, 디자인적인 측면을 강화하기 위해 대각선의 길이는 유지하면서 가로와 세로의 비율이 $6 : \sqrt{14}$ 인 모니터를 생산하였다. 새로운 모니터의 가로와 세로의 길이를 각각 $a\sqrt{b}$, $c\sqrt{d}$ 라고 할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하시오. (단, b, d 는 최소의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 4 : 3 인 모니터의 대각선의 길이는 20 인치이다.

새로운 모니터의 가로의 길이를 $6x$, 세로의 길이를 $\sqrt{14}x$ 라고 하면

피타고라스 정리에 따라

$$(6x)^2 + (\sqrt{14}x)^2 = 20^2$$

$$50x^2 = 400$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 2\sqrt{2}$$

$$\text{따라서 가로의 길이는 } 6 \times 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2}(\text{인치})$$

$$\text{세로의 길이는 } \sqrt{14} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{7}(\text{인치})$$

$$\text{이므로 } a + b + c + d = 25 \text{ 이다.}$$

11. 대각선의 길이가 15 인치인 LCD 모니터를 구입하였다. 모니터 화면의 가로, 세로의 비가 4 : 3 일 때, 모니터의 가로와 세로의 길이를 더하여라.



답 :

인치



정답 : 21인치

해설

가로의 길이를 $4x$ 라고 하면 세로의 길이는 $3x$ 이고
피타고라스 정리에 따라

$$(4x)^2 + (3x)^2 = 15^2$$

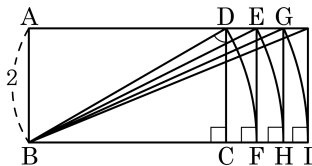
$$25x^2 = 225$$

$$x^2 = 9$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 3$$

따라서 가로의 길이는 12 인치, 세로의 길이는 9 인치이므로
가로와 세로의 길이의 합은 21 인치이다.

12. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 2$, $\angle BDC = 60^\circ$ 이고 $\overline{BD} = \overline{BF}$, $\overline{BE} = \overline{BH}$, $\overline{BG} = \overline{BI}$ 일 때, $\overline{BI}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

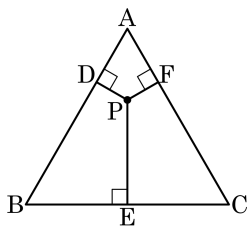
▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

해설

$\overline{AB} : \overline{BD} = 1 : 2 = 2 : x$, $x = 4$ 이다. 따라서 $\overline{BE} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$,

$\overline{BG} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + 2^2} = 2\sqrt{6}$, $\overline{BG} = \overline{BI} = 2\sqrt{6}$ 이다.

13. 한 변의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC 의 내부의 한 점 P 에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{2}$

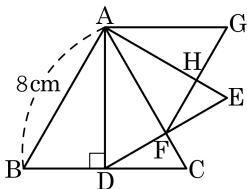
해설

$$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle BCP + \triangle APC$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{4} \times \sqrt{3}^2 &= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \overline{PE} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \overline{PF} = \\ \frac{1}{2} \times \sqrt{3}(\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF}) \end{aligned}$$

$$\therefore \overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF} = \frac{3}{2}$$

14. 다음 그림은 크기가 다른 정삼각형 3 개를 겹쳐 그린 것이다. 가장 큰 정삼각형 ABC의 한 변의 길이가 8cm 일 때, 가장 작은 정삼각형 AFG의 넓이를 구하여라.



① $7\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $8\sqrt{2}\text{cm}^2$

③ $8\sqrt{3}\text{cm}^2$ ④ $9\sqrt{2}\text{cm}^2$

⑤ $9\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$$1) \overline{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{AF} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6 \text{ (cm)}$$

$$2) \triangle AFG \text{ 는 한 변의 길이가 } 6\text{cm} \text{ 인 정삼각형이므로 } S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times$$

$$6^2 = 9\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \triangle AFG = 9\sqrt{3}\text{cm}^2$$

15. 높이가 6 cm 인 정삼각형의 넓이를 구하면?

① 6 cm^2

② 9 cm^2

③ $9 \sqrt{3} \text{ cm}^2$

④ $10 \sqrt{2} \text{ cm}^2$

⑤ $12 \sqrt{3} \text{ cm}^2$

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 $a \text{ cm}$ 라 하면,

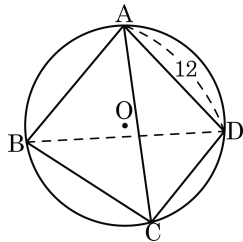
$$\text{높이 } h = \frac{\sqrt{3}}{2}a \text{ 이므로 } \frac{\sqrt{3}}{2}a = 6$$

$$\therefore a = 4 \sqrt{3}$$

따라서, 넓이

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(4 \sqrt{3})^2 = 12 \sqrt{3} (\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

16. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12 인 정사면체에 외접하는 구를 그린 것이다. 이 구의 반지름의 길이는?



① $2\sqrt{3}$

② $3\sqrt{5}$

③ $3\sqrt{6}$

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 12^3 = 144\sqrt{2}$

구의 중심 O 에서 점 A, B, C, D 에 선을 그으면, 밑면은 한 변의 길이가 12 인 정삼각형인 사면체 4 개가 된다.

이 사면체의 높이를 h

구의 반지름의 길이를 R 이라고 하면

$R^2 = h^2 + (4\sqrt{3})^2$ 에서

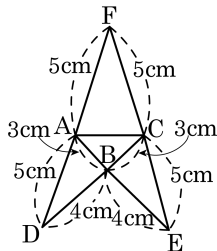
$h = \sqrt{R^2 - 48}$ 이므로

그 정사면체들의 부피의 합은

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times \sqrt{R^2 - 48} \times \frac{1}{3} \times 4 = 144\sqrt{2}$$

따라서 $R = 3\sqrt{6}$ 이다.

17. 다음 그림과 같은 전개도를 가지는 삼각뿔의 부피를 구하여라.

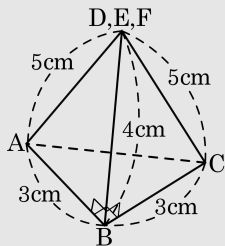


▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3^2 + 4^2 = 5^2$ 이므로 $\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 는 $\angle ABD = \angle CBE = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.



$$\begin{aligned}
 (\text{삼각뿔의 부피}) &= \frac{1}{3} \times \triangle ABC \times \overline{DB} \\
 &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3^2 \times 4 = 6
 \end{aligned}$$

18. 한 변의 길이가 3 인 정사면체의 높이와 부피를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (높이) = $\sqrt{6}$

▷ 정답: (부피) = $\frac{9\sqrt{2}}{4}$

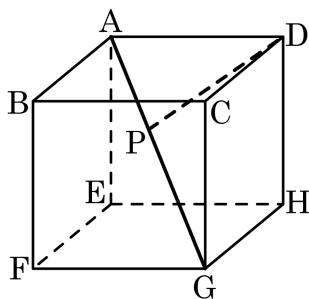
해설

한 변의 길이가 a 인 정사면체에서

$$(\text{높이}) = \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 3 = \sqrt{6}$$

$$(\text{부피}) = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 3^3 = \frac{9\sqrt{2}}{4}$$

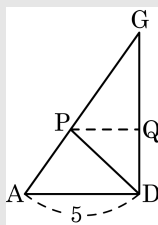
19. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 5 인 정육면체에서 대각선 AG 를 2 : 3 으로 내분하는 점을 P 라 할 때, 선분 DP 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{17}$

해설



$\triangle ADG$ 에서 $\overline{DG} = 5\sqrt{2}$, $\overline{AG} = 5\sqrt{3}$ 이고,
 $(5\sqrt{2})^2 + 5^2 = (5\sqrt{3})^2$ 이므로 직각삼각형이다.

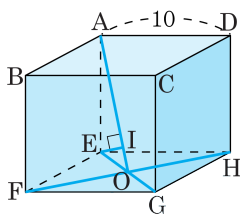
점 P 에서 $\overline{GD}$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 하면
 $\triangle GPQ$ 와 $\triangle GAD$ 는 닮음이고, $\overline{AP} : \overline{PG} = 2 : 3$ 이므로

$$\overline{QD} = 5\sqrt{2} \times \frac{2}{5} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{PQ} = 5 \times \frac{3}{5} = 3$$

따라서 $\overline{PD} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 3^2} = \sqrt{17}$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 인 정육면체의 밑면의 대각선의 교점을 O 라 하고, 점 E 에서 $\overline{AO}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 할 때, $\overline{EI}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

해설

$\triangle AEO$ 는 $\overline{AE} = 10$, $\overline{EO} = 5\sqrt{2}$ 인 직각삼각형이 되므로

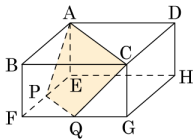
$$\overline{AO} = \sqrt{10^2 + (5\sqrt{2})^2} = 5\sqrt{6}$$

$$(\triangle AEO \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{EO} = \frac{1}{2} \times \overline{AO} \times \overline{EI}$$

$$\therefore \overline{AE} \times \overline{EO} = \overline{AO} \times \overline{EI}, 10 \times 5\sqrt{2} = 5\sqrt{6} \times \overline{EI}$$

$$\therefore \overline{EI} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC} = 8$, $\overline{AE} = 4$ 인 직육면체에서 모서리 EF, FG의 중점을 각각 P, Q이라 할 때, 점 B에서 사각형 APQC에 내린 수선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

해설

$\overline{AP}$, $\overline{BF}$, $\overline{CQ}$ 의 연장선이 만나는 점을 I라 하면

$\triangle AEP \equiv \triangle IFP$ (ASA 합동)

$\overline{FI} = \overline{AE} = 4$ 이므로 $\overline{BI} = 8$

$\overline{IP} = \overline{AP} = 4\sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AI} = \overline{CI} = \overline{AC} = 8\sqrt{2}$

따라서 점 B에서 $\square APQC$ 에 내린 수선의 길이를 h 라 하면
사면체 B-AIC의 부피는

$$\frac{1}{3} \times \triangle ABC \times \overline{BI} = \frac{1}{3} \times \triangle AIC \times h$$

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 8 \right) \times 8 = \frac{1}{3} \times \left\{ \frac{\sqrt{3}}{4} \times (8\sqrt{2})^2 \right\} \times h$$

$$\therefore h = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$