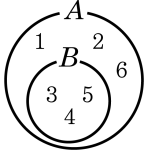


1. 다음과 같이 두 집합 A, B 가 오른쪽 벤 다이어그램과 같을 때, 옳은 것을 모두 고른 것은?



보기

- ㉠ $\{1, 5\} \subset B$ ㉡ $\emptyset \subset B$
㉢ $\{4, 6\} \subset A$ ㉣ $6 \subset A$
㉤ $\{3, 4, 5\} \in B$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉤ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉠ $\{1, 5\} \not\subset B$
㉢ $6 \in A$
㉤ $\{3, 4, 5\} \subset B$

2. 다음 중 옳지 않은 것은?(정답 2개)

- ① $\{a, b, c\} \cap \emptyset = \emptyset$
- ② $\{\text{피, 아, 노}\} \cup \{\text{피, 노, 키, 오}\} = \{\text{피, 아, 노, 키, 오}\}$
- ③ $\{\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit\} \cap \{\clubsuit, \star\} = \{\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit, \star\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\} \cap \{1, 2, 5\} = \{1, 2, 5\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{ 의 약수}\} \cap \{x|x \text{는 } 18 \text{ 의 약수}\} = \{x|x \text{는 } 6 \text{ 의 약수}\}$

해설

⑤ $\{x|x \text{는 } \square \text{ 의 약수}\} \cap \{x|x \text{는 } \triangle \text{ 의 약수}\} = \{x|x \text{는 } \bigcirc \text{ 의 약수}\}$
일 때, $\bigcirc$ 는 $\square, \triangle$ 의 최대 공약수이다.

3. 두 실수 a, b 에 대하여 명제 ‘ $a > 0, b > 0$ 이면 $|a + b| = |a| + |b|$ 이다.’ 의 역, 이, 대우 중 참인 것을 모두 고르면?
- ① 역 ② 역, 이 ③ 대우
④ 이, 대우 ⑤ 역, 이, 대우

해설

$a > 0, b > 0$ 이면 $a + b > 0$ 이므로
 $|a + b| = |a| + |b|, |a| + |b| = a + b$
 $\therefore |a + b| = |a| + |b|$
따라서, 주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.
한편, 주어진 명제의 역은 다음과 같다.
‘ $|a + b| = |a| + |b|$ 이면 $a > 0, b > 0$ 이다.’
그런데 $a = -1, b = -2$ 이면 $|a + b| = |-3| = 3, |a| + |b| = 1 + 2 = 3$ 에서 $|a + b| = |a| + |b|$ 이지만 $a < 0, b < 0$ 이므로
주어진 명제의 역은 거짓이다.
주어진 명제의 역이 거짓이므로 이도 거짓이다.($\therefore$ 대우 관계)

4. $x > 2$ 일 때, $x - 2 + \frac{4}{x-2}$ 의 최솟값은?

① 0

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

산술 기하평균의 관계에서

$$(x-2) + \frac{4}{(x-2)} \geq 2\sqrt{(x-2)\frac{4}{(x-2)}}$$

$$= 2\sqrt{4} = 4$$

$\therefore$ 최솟값 : 4

5. $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프와 직선 $y=mx+m+1$ 이 만나도록 하는 m 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

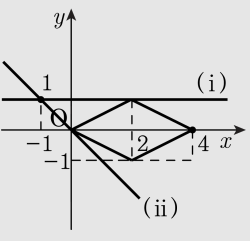
- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

함수 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는
 $|x|+2|y|=2$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것
 이다.

이때, $|x|+2|y|=2$ 의 그래프는
 $x+2y=2$ 의 그래프에서
 $x \geq 0, y \geq 0$ 인 부분을

각각 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한
 것이고, 이를 x 축의 방향으로 2만큼
 평행이동하면 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는
 다음 그림과 같다.



직선 $y=mx+m+1$ 은 m 의 값에 관계없이
 점 $(-1, 1)$ 을 지나므로 두 그래프가 만나려면

(i) $m \leq 0$

(ii) $y=mx+m+1$ 이 원점을 지날 때

$0=m+1$ 에서 $m=-1$ 이므로 $m \geq -1$

(i), (ii) 에서 m 의 값의 범위는 $-1 \leq m \leq 0$

따라서 m 의 최댓값과 최솟값의 합은 -1 이다.

6. K고등학교 1학년 남학생과 여학생 수가 같다고 한다. 1학년 학생 중에서 휴대폰을 갖고 있는 학생과 휴대폰을 갖고 있지 않은 학생의 비율이 1학년 전체로는 9 : 1 이고, 남학생 중에서는 6 : 1 이라고 한다면 여학생 중에서의 비율은?

① 13 : 1 ② 17 : 2 ③ 22 : 3 ④ 31 : 1 ⑤ 33 : 2

해설

전체학생수를 $10a$ 라 하면

(휴대폰 있는 학생수) = $9a$, (휴대폰 없는 학생수) = a

남학생수 : $5a$, 여학생수 $5a$

남학생 중 휴대폰 있는 학생수 : $5a \times \frac{6}{7}$

여학생 중 휴대폰 있는 학생수 : $9a - \frac{30a}{7} = \frac{33}{7}a$

여학생 중 휴대폰 없는 학생 수 : $5a - \frac{33}{7}a = \frac{2}{7}a$

$\therefore \frac{33}{7}a : \frac{2}{7}a = 33 : 2$

7. $\sqrt{28 - \sqrt{300}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $\frac{11}{a+b} + \frac{11}{a-b+4}$ 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 9 ④ 11 ⑤ 17

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{28 - \sqrt{300}} &= \sqrt{28 - 2\sqrt{75}} \\ &= 5 - \sqrt{3} = 3 + (2 - \sqrt{3}) \\ \therefore a &= 3, b = 2 - \sqrt{3} \\ \therefore (\text{준식}) &= \frac{11}{5 - \sqrt{3}} + \frac{11}{5 + \sqrt{3}} \\ &= \frac{11(5 + \sqrt{3}) + 11(5 - \sqrt{3})}{(5 - \sqrt{3})(5 + \sqrt{3})} = 5\end{aligned}$$

8. 함수 $y = \frac{2x-7}{x-2}$ 의 그래프와 함수 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프는 평행이동에 의하여 겹쳐질 수 있다. 이 때, 상수 k 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = \frac{2x-7}{x-2} = \frac{2(x-2)-3}{x-2} = -\frac{3}{x-2} + 2$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{-3}{x}$ 의

그래프를 x 축의 방향으로 2만큼,

y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

$\therefore k = -3$

9. 다음과 같은 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \emptyset$ 일때, 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

$$A = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{|x-1|}{x} \right\}$$
$$B = \left\{ (x, y) \mid y = ax \right\}$$

- ① $a < 0$ ② $a > 0$ ③ $0 < a < 1$
④ $0 \leq a \leq 1$ ⑤ $a < 0, a > 1$

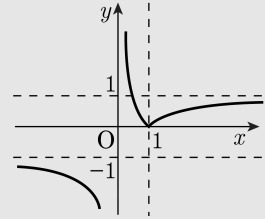
해설

$$y = \frac{|x-1|}{x} \text{에서}$$

$x \geq 1$ 일 때,

$$y = \frac{x-1}{x} = -\frac{1}{x} + 1$$

$$x < 1 \text{일 때, } y = \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x} - 1$$



$A \cap B = \emptyset$ 이려면 위의 곡선과 원점을 지나는 직선 $y = ax$ 가 만나지 않아야 하므로, 왼쪽 그림에서 직선은 제 2, 4사분면에만 존재해야 한다.
따라서 구하는 a 의 값의 범위는 $a < 0$

10. 함수 $y = \sqrt{2x+6} + 1$ 의 그래프의 설명 중 옳지 않은 것을 나열하면?

- ㉠ $y = \sqrt{2x}$ 를 평행이동한 것이다.

㉡ $y = \sqrt{2x}$ 를 대칭이동한 것이다.

㉢ 정의역 : $\{x \mid x \geq 3 \text{인 실수}\}$

㉤ 치역 : $\{y \mid y \geq 1 \text{인 실수}\}$

- ① ㉡, ㉤
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉤

해설

$y = \sqrt{2(x+3)} + 1$ 의 그래프는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.

㉠ $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

∴ 참

㉡ $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

∴ 거짓

㉢ 정의역은 $\{x \mid x \geq -3 \text{인 실수}\}$ 이다.

∴ 거짓

㉤ 치역은 $\{y \mid y \geq 1 \text{인 실수}\}$ 이다.

∴ 참

11. 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c (a > 0)$ 의 정의역이 $\{ x \mid x \geq 1 \}$ 이고,
치역이 $\{ y \mid y \geq 2 \}$ 일 때, $\frac{2a^2 + c^2 - 2b}{2a}$ 의 최솟값을 구하면?

① $-\sqrt{2}$

② 1

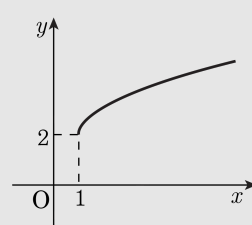
③ $2\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{2} + 1$

⑤ $2\sqrt{2} + 2$

해설

정의역과 치역의 조건에 의하여 주어진 무리함수의 그래프는 다음과 같다.
즉 $y = \sqrt{a(x-1)} + 2$ 의 형태임을 알 수 있다.



$y = \sqrt{ax+b} + c$ 와 비교해보면 $b = -a, c = 2$ 이다.

$$\therefore \frac{2a^2 + c^2 - 2b}{2a} = \frac{2a^2 + 4 + 2a}{2a} = a + \frac{2}{a} + 1$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a + \frac{2}{a} \geq 2\sqrt{2}$$

따라서 $a + \frac{2}{a} + 1 \geq 2\sqrt{2} + 1$ 이므로

최솟값은 $2\sqrt{2} + 1$ 이다.

12. 실수 전체의 집합의 부분집합 A 가 다음의 두 조건을 만족한다.

- $(\heartsuit) 1 \in A$
 $(\spadesuit) a \in A \text{ 이면 } \sqrt{2}a \in A$

이 때, 다음 [보기] 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- $\textcircled{1}$ 집합 A 는 유한집합이다.
- $\textcircled{2}$ 임의의 자연수 n 에 대하여 $2^n \in A$ 이다.
- $\textcircled{3}$ 집합 A 의 원소 중 가장 작은 수는 1 이다.

- $\textcircled{1} \textcircled{1}$
- $\textcircled{2} \textcircled{2}$
- $\textcircled{3} \textcircled{3}$
- $\textcircled{4} \textcircled{1}, \textcircled{2}$
- $\textcircled{5} \textcircled{2}, \textcircled{3}$

해설

- $\textcircled{1}$ 조건 $(\heartsuit)$ 에서 $1 \in A$ 이므로 조건 $(\spadesuit)$ 에 의하여
 $\sqrt{2} \in A, (\sqrt{2})^2 \in A, (\sqrt{2})^3 \in A, \dots$,
즉, $(\sqrt{2})^n$ (n 은 자연수) 꼴로 나타나는 수는 모두 집합 A 의
원소이므로 A 는 무한집합이다.
- $\textcircled{2}$ $\textcircled{1}$ 에서 $(\sqrt{2})^2 \in A, (\sqrt{2})^4 \in A, (\sqrt{2})^6 \in A, \dots$,
즉 $2 \in A, 2^2 \in A, 2^3 \in A, \dots$ 이므로 임의의 자연수 n 에
대하여 $2^n \in A$ 이다.
- $\textcircled{3}$ (반례)
집합 $A = \{0, 1, \sqrt{2}, (\sqrt{2})^2, (\sqrt{2})^3, \dots\}$ 은 주어진 조건 $(\heartsuit)$,
 $(\spadesuit)$ 를 모두 만족하지만 원소 중 가장 작은 수는 0 이다.
이상에서 옳은 것은 $\textcircled{2}$ 뿐이다.

13. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{x + y \mid x \in A, y \in B\}$ 일 때, $n(C)$ 는?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

집합 C 의 원소는
 $1 + 2 = 3, 1 + 4 = 5, 1 + 6 = 7,$
 $3 + 2 = 5, 3 + 4 = 7, 3 + 6 = 9,$
 $5 + 2 = 7, 5 + 4 = 9, 5 + 6 = 11$
에서 $C = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(C) = 5$ 이다.

14. 집합 A 에 대하여 $P(A) = \{X|X \subset A\}$ 라고 하자. $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

$\supset \{\{1, 2\}\} \in P(A)$	$\subset \{\{1, 2\}\} \subset P(A)$
$\ni \emptyset \in P(A)$	$\ni \emptyset \subset P(A)$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 없다.

해설

$P(A)$ 는 집합 A 의 부분집합으로 이루어진 집합이다. 즉, $P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{\{1, 2\}\}, \{1, 2\}, \{1, \{1, 2\}\}, \{2, \{1, 2\}\}, A\}$ 따라서, $\supset, \subset, \ni, \ni$ 의 4개가 모두 옳다.

15. 등식 $(A - B) - C = A - (B \cup C)$ 를 증명하는 데 꼭 필요한 것을 다음 중에서 모두 고르면?

- | | |
|-------------|------------------------|
| ㉠ 교환법칙 | ㉡ 결합법칙 |
| ㉢ 분배법칙 | ㉣ 흡수법칙 |
| ㉤ 드 모르간의 법칙 | ㉥ $X - Y = X \cap Y^c$ |

- ① ㉡, ㉢, ㉤ ② ㉠, ㉡, ㉢, ㉤ ③ ㉢, ㉣, ㉤
④ ㉡, ㉢, ㉤, ㉥ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$(A - B) - C = (A \cap B^c) - C \cdots \text{㉠}$
 $= (A \cap B^c) \cap C^c \cdots \text{㉡}$
 $= A \cap (B^c \cap C^c) \cdots \text{㉢}$
 $= A \cap (B \cup C)^c \cdots \text{㉤}$
 $= A - (B \cup C) \cdots \text{㉥}$
따라서 ㉡, ㉢, ㉤이다.

16. 다음 중 틀린 것은?

- ① $a^2 + b^2 = 0$ 은 $a = b = 0$ 이기 위한 필요조건이다.
- ② $xy \leq 1$ 또는 $x + y \leq 2$ 는 $x \leq 1$ 또는 $y \leq 1$ 이기 위한 필요충분조건이다.
- ③ $x = 3$ 은 $x^2 - x - 6 = 0$ 이기 위한 충분조건이다.
- ④ a, b, c 가 실수일 때, $ac = bc$ 는 $a = b$ 이기 위한 필요조건이다.
- ⑤ $x + y$ 가 유리수인 것은 x, y 모두가 유리수이기 위한 필요조건이다.

해설

① $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (필요충분조건)
※ 이 경우 필요충분조건이 된다는 것은 서로가 서로에게 충분조건도 되고 필요조건도 되는 것이므로 틀린 것이 아니다.
② 대우: $x > 1, y > 1 \Rightarrow xy > 1, x + y > 2$ (참)
이: $xy > 1, x + y > 2 \nRightarrow x > 1, y > 1$ (거짓) (반례: $x = 10, y = 0.5$)
대우가 참, 이가 거짓이므로 주어진 명제는 참이고 그 역은 거짓이다.
∴ 충분조건

17. 임의의 양수 x, y 에 대하여 함수 f 가 $f(xy) = f(x) + f(y) - 2$ 를 만족하고 $f(2) = 3$ 일 때, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$$f(xy) = f(x) + f(y) - 2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①에 $x = 1, y = 1$ 을 대입하면

$$f(1) = f(1) + f(1) - 2$$

$$\therefore f(1) = 2$$

①에 $x = 2, y = \frac{1}{2}$ 을 대입하면

$$f(1) = f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) - 2$$

$$2 = 3 + f\left(\frac{1}{2}\right) - 2 \quad \therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

18. 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 2x(x \neq 1)$ 를 만족할 때 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 의 식은?

- ① $\frac{x+2}{x-2}(x \neq 2)$ ② $\frac{x+1}{x-2}(x \neq 2)$ ③ $\frac{x-1}{x-2}(x \neq -1)$
 ④ $\frac{x+2}{x+1}(x \neq -1)$ ⑤ $\frac{x+2}{x-1}(x \neq 1)$

해설

$$f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 2x \text{ 에서}$$

$$\frac{x+1}{x-1} = t \text{ 로 놓으면 } x = \frac{t+1}{t-1}$$

$$\therefore f(t) = \frac{2(t+1)}{t-1}, f(x) = \frac{2(x+1)}{x-1}$$

$$y = \frac{2(x+1)}{x-1} \text{ 이면}$$

$$yx - y = 2x + 2 \text{ 에서 } x = \frac{y+2}{y-2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-2} (x \neq 2)$$

19. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + k (x \geq 2)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $0 < k < \frac{25}{4}$ ② $k < \frac{25}{4}$ ③ $6 \leq k \leq \frac{25}{4}$
 ④ $6 < k \leq \frac{25}{4}$ ⑤ $6 \leq k < \frac{25}{4}$

해설

주어진 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 두 함수의 그래프의 교점은 $y = x$ 위에 있다.

따라서, 조건을 만족하려면 $f(x) = x^2 - 4x + k = (x - 2)^2 + k - 4 (x \geq 2)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 서로 다른 두 점에서 만나야 한다.

(i) $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 접할 때,

$$x^2 - 4x + k = x, x^2 - 5x + k = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

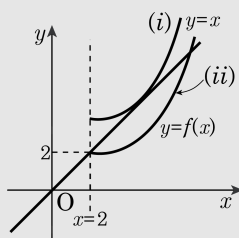
$$D = 5^2 - 4k = 0$$

$$\therefore k = \frac{25}{4}$$

(ii) $y = f(x)$ 의 그래프가 점 $(2, 2)$ 를 지날 때

$$2^2 - 4 \cdot 2 + k = 2 \text{ 이므로 } k = 6$$

(i), (ii) 에서 $6 \leq k < \frac{25}{4}$



20. $x = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$ 일 때, 다항식 $x^5 - 4x^4 - 7x^3 - 21x^2 - x + 2$ 의 값은?

① $4 - 2\sqrt{2}$

② $4 + 2\sqrt{2}$

③ $3 - 2\sqrt{2}$

④ $3 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 - 2\sqrt{2}$

해설

$$x = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} = \sqrt{17 - 2\sqrt{72}} = 3 - 2\sqrt{2} \text{ 이므로 } x - 3 = -2\sqrt{2}$$

$$\text{양변을 제곱하면, } (x - 3)^2 = 8$$

$$\therefore x^2 - 6x + 1 = 0$$

주어진 식을 $x^2 - 6x + 1$ 로 나누면

$$x^5 - 4x^4 - 7x^3 - 21x^2 - x + 2$$

$$= (x^2 - 6x + 1)(x^3 + 2x^2 + 4x + 1) + x + 1$$

$$= x + 1$$

$$= (3 - 2\sqrt{2}) + 1$$

$$= 4 - 2\sqrt{2}$$

21. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 집합 $A_n = \{x|x \text{는 } n \text{의 배수}\}$ 이라고 정의한다. 다음 중 옳지 않은 것은 ?

① $A_4 \subset A_2$

② $A_6 \subset A_2$

③ $A_2 \cap A_5 = A_{10}$

④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24}$

⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6$

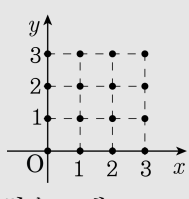
해설

- ① $A_4 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 4 의 배수는 2 의 배수이므로 옳다.
- ② $A_6 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 6 의 배수는 2 의 배수이므로 옳다.
- ③ $A_2 \cap A_5 = A_{10} \rightarrow$ 2 와 5 의 공배수의 집합은 10 의 배수의 집합과 같으므로 옳다.
- ④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24} \rightarrow A_3 \cap A_4 = A_{12}$ 이므로 $A_{24} \subset A_{12}$ 따라서 틀렸다.
- ⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6 \rightarrow$ 2 의 배수에서 3 의 배수를 제외한 것은 6 의 배수를 제외한 것과 같으므로 옳다.

22. x, y 가 0부터 3까지의 정수일 때, 좌표평면 위의 점 $P(x, y)$ 의 집합을 A 라 하자. 만일 네 점 P_1, P_2, P_3, P_4 에 대하여 $\square P_1P_2P_3P_4$ 정사각형일 때, 집합 $\{P_1, P_2, P_3, P_4\}$ 를 정사각집합이라 하면, A 의 부분집합 중 정사각집합의 개수는?
- ① 20 개 ② 22 개 ③ 24 개 ④ 26 개 ⑤ 28 개

해설

그림의 16개의 점 중에서 4개를 선택하여 만들 수 있는 정사각형의 개수를 구하면 된다.
한 변의 길이가 1인 정사각형은 9 개, 한 변의 길이가 2인 정사각형은 4개, 한 변의 길이가 3인 정사각형은 1 개, 한 변의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 정사각형은 4개, 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 인 정사각형은 2 개 따라서 구하는 정사각집합의 개수는
 $9 + 4 + 1 + 4 + 2 = 20$ (개)



23. n 이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례를 모두 구할 때, 그 개수는?

n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 경우가 반례가 된다.

n^2 이 12의 배수가 되지만 n 은 12의 배수가 되지 않아야 하므로 $n = 2 \times 3 \times (\text{홀수})$ 의 형태가 되어야 한다. 이에 따라 구해보면 $n = 2 \times 3 \times 1, 2 \times 3 \times 3, \dots, 2 \times 3 \times 15$

$\therefore n = 6, 18, 30, 42, 54, 66, 78, 90$ (8 개)

24. 임의의 양수 x, y 에 대하여 항상 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 인 관계가 성립할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $f(1) = 0$

② $f(6) = f(2) + f(3)$

③ $f(x^2) = f(2x)$

④ $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$

⑤ $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

해설

① $f(0) = f(1 \times 0) = f(1) + f(0)$

$\therefore f(1) = 0$

② $f(6) = f(2 \times 3) = f(2) + f(3)$

③ $f(x^2) = f(x \cdot x) = f(x) + f(x) = 2f(x)$

④ $f\left(x \cdot \frac{1}{x}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$

$f(1) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right), f(1) = 0$ 이므로

$f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$

⑤ $f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(x \cdot \frac{1}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$= f(x) - f(y) (\because \text{④가참})$

25. 직선 $y = x + k$ 가 무리함수 $y = \sqrt{2x+3}$ 의 그래프와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 k 의 값의 범위는?

- ㉠ $\frac{3}{2} \leq k < 2$ ㉡ $k \leq \frac{3}{2}, k > 2$ ㉢ $\frac{3}{2} \leq k \leq 2$
 ㉣ $k \geq \frac{3}{2}$ ㉤ $\frac{3}{2} < k < 2$

해설

직선이 ㉠, ㉣ 사이에 있을 때,
교점이 두개다.

㉠: 접할 때

$$x + k = \sqrt{2x+3} \text{에서}$$

$$x^2 + 2(k-1)x + k^2 - 3 = 0$$

$$D' = (k-1)^2 - (k^2 - 3) = 0$$

$$k = 2$$

㉣: 직선이 $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ 을 지날 때

$$0 = -\frac{3}{2} + k \text{에서 } k = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{3}{2} \leq k < 2$$

