

1. 다음은 음식점에서 흔히 볼 수 있는 차림표이다. 다음 차림표에서 찌개류의 집합을 집합 A , 3000원 미만의 음식을 집합 B , 3000원 이상 4000원 미만의 음식을 집합 C 라고 할 때, $n(A) + n(B) - n(C)$ 의 값을 구하여라.

밥류		면류		찌개류	
비빔밥	3000원	치즈라면	2500원	김치찌개	4000원
오징어덮밥	4000원	떡라면	2500원	된장찌개	4000원
김치덮밥	3000원	자장면	3000원	순두부찌개	4500원
김치볶음밥	3500원	우동	2500원	참치찌개	3500원
참치볶음밥	4000원	쫄면	3000원		
돌솥비빔밥	3500원	잔치국수	2000원		

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$A = \{ \text{김치찌개, 된장찌개, 순두부찌개, 참치찌개} \}$ 이므로 $n(A) = 4$

$B = \{ \text{치즈라면, 떡라면, 우동, 잔치국수} \}$ 이므로 $n(B) = 4$

$C = \{ \text{비빔밥, 김치덮밥, 김치볶음밥, 돌솥비빔밥, 자장면, 쫄면, 참치찌개} \}$ 이므로 $n(C) = 7$

따라서 $n(A) + n(B) - n(C) = 1$ 이다.

2. 다음은 두 집합 $A = \{x \mid x = 4k + 2, k \text{는 정수}\}$, $B = \{x \mid x = 4l - 2, l \text{는 정수}\}$ 가 서로 같은 집합임을 증명한 것이다. ㉔에 알맞은 것은?

- (i) $x \in A$ 라고 하면 $x = 4k + 2$ (k 는 정수) 로 놓을 수 있다.
 이때, $x = 4k + 2 = 4(k + 1) - 2$ 로 나타낼 수 있고, $k + 1$ 도 정수이므로 $x \in B$ 이다. $\therefore$ (㉔)
- (ii) $x \in B$ 라고 하면 $x = 4l - 2$ (l 는 정수) 로 놓을 수 있다.
 이때, $x = 4l - 2 = 4(l - 1) + 2$ 로 나타낼 수 있고 $l - 1$ 도 정수이므로 $x \in A$ 이다.
 $\therefore B \subset A$

① $B \subset A$

② $A \subset B$

③ $A = B$

④ $A \neq B$

⑤ $x \in B$

해설

$x \in A$ 이면 $x \in B$ 임을 보이면 $A \subset B$

3. 두 집합 $A = \{a, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 집합 X 는 집합 B 에 포함되고 집합 A 는 집합 X 에 포함될 때, 이를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 2 개

② 4 개

③ 6 개

④ 8 개

⑤ 10 개

해설

집합 X 는 집합 B 의 부분집합 중 원소 a, c 를 모두 포함하는 집합이므로 구하는 집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

4. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$ 중 원소 6 또는 18 을 포함하는 부분집합의 개수는?

- ① 48 개 ② 52 개 ③ 56 개 ④ 64 개 ⑤ 72 개

해설

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$$

원소 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{6-1} = 32 \text{ (개)}$$

원소 18 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{6-1} = 32 \text{ (개)}$$

원소 6, 18 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{6-2} = 16 \text{ (개)}$$

원소 6 또는 18 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$32 + 32 - 16 = 48 \text{ (개)}$$

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 각각 공집합이 아닐 때, 항상 서로 소인 두 집합끼리 짝지은 것은?

① A 와 $A \cap B$

② $A - B$ 와 $A \cup B$

③ $A \cap B$ 와 $A \cup B$

④ $A^c \cap B$ 와 B

⑤ $A \cup B^c$ 와 $B - A$

해설

$B^c \cup A$ 은 $(B - A)^c$ 을 나타내는 것과 같으므로, 서로소인 집합이 된다.

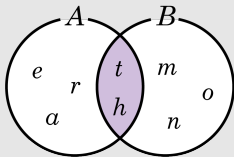
6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{e, a, r, t, h\}$, $A \cap B = \{t, h\}$, $A \cup B = \{e, a, r, t, h, m, o, n\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{m, o, n, t, h\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{m, o, n, t, h\}$ 이다.

7. 우리 반에서 파란색을 좋아하는 학생은 36 명이고, 검은색을 좋아하는 학생은 12 명이다.
그리고 파란색과 검은색을 모두 좋아하는 학생은 10 명이라고 할 때, 파란 색과 검은색 중 적어도 1 개를 좋아하는 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 38 명

해설

파란색을 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 검은색을 좋아하는 학생을 B 라 하자.

파란색과 검은색을 좋아하는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 10$ 이다.

파란색과 검은색 중 적어도 1가지를 좋아하는 학생은 합집합의 개수를 의미한다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 36 + 12 - 10$$

$$x = 38$$

그러므로 38 명이다.

8. 두 집합 $A = \{x|x\text{는 } 12\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 12\text{ 이하의 소수}\}$ 일 때, $n((A \cup B) - (A \cap B))$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$$

$$A \cap B = \{2, 3\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 12\}$$

$$(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 4, 5, 6, 7, 11, 12\}$$

$$\therefore n((A \cup B) - (A \cap B)) = 7$$

9. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 친구들의 대화 중 옳지 않게 말한 사람은 누구인지 말하여라.

성실 : 집합 A 에 속하지 않는 원소는 2, 4, 5야.

모범 : 집합 A 에 속하거나 속하지 않는 원소들의 집합은 전체 집합 U 와 같아.

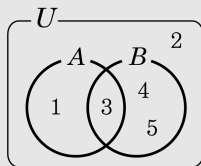
다정 : 집합 B 에만 속하는 원소는 5 밖에 없어.

▶ 답 :

▶ 정답 : 다정

해설

벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같다. $\therefore$ 다정 : 집합 B 에만 속하는 원소는 4, 5이다.



10. 전체집합을 U , 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 는 $P \cap Q^c = \emptyset, Q^c \subset P$ 를 만족한다. 다음 중에서 참인 명제를 모두 고르면?

㉠ p 이면 $\sim q$ 이다.

㉡ p 이면 q 이다.

㉢ $\sim q$ 이면 p 이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

$P \cap Q^c = \emptyset$ 에서 $Q^c \subset P$ 이므로

$$P \cap Q^c = Q^c = \emptyset$$

$$\therefore Q = U$$

㉠ $Q^c = \emptyset$ 이므로 $P \not\subset Q^c$ 이고

$p \rightarrow \sim q$ 는 거짓이다.

㉡ $Q = U$ 이므로 $P \subset Q$ 이고

$p \rightarrow q$ 는 참이다.

㉢ $Q^c = \emptyset$ 이고 $Q^c \subset P$ 이고

$\sim q \rightarrow \sim p$ 는 참이다.

11. x, y 가 실수일 때. $|x| + |y| = |x + y|$ 가 되기 위한 필요충분조건을 구하면?

① $xy = 0$

② $xy > 0$

③ $xy \geq 0$

④ $xy < 0$

⑤ $xy \leq 0$

해설

양변을 제곱하면 $x^2 + y^2 + 2|xy| = x^2 + y^2 + 2xy$

$\therefore |xy| = xy$ 가 성립하려면 $xy \geq 0$ 일 때이다.

12. 세 조건 $p: 4 \leq x \leq 5$, $q: x \leq a$, $r: x \geq b$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 a 의 최솟값을 m 이라 하고, r 이 p 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 b 의 최댓값을 n 이라 할 때, $m+n$ 의 값은?

① -1

② 1

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$p \Rightarrow q$ 이면 $P \subset Q$ 이므로 $a \geq 5$

$\therefore m = 5$

$p \Rightarrow r$ 이면 $P \subset R$ 이므로 $b \leq 4$

$\therefore n = 4$

$\therefore m + n = 9$

13. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, q 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 충분조건, r 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이때, p 는 s 이기 위한 어떤 조건인지 써라.



답 :

조건



정답 : 필요조건

해설

p 는 q 이기 위한 필요조건이므로 $q \Rightarrow p$

q 는 r 이기 위한 필요조건이므로 $r \Rightarrow q$

q 는 s 이기 위한 충분조건이므로 $q \Rightarrow s$

r 는 s 이기 위한 필요조건이므로 $s \Rightarrow r$

$s \Rightarrow r \Rightarrow q \Rightarrow p$ 에서 $s \Rightarrow p$

그러나 $p \Rightarrow s$ 인지는 알 수 없다.

$\therefore p$ 는 s 이기 위한 필요조건이다.

14. $a > 0, b > 0, a + b = 4$ 일 때, ab 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

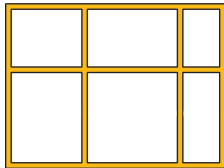
$a > 0, b > 0$ 일 때,

$a + b \geq 2\sqrt{ab}$ 이므로

$a + b = 4 \geq 2\sqrt{ab}, 0 \leq ab \leq 4$

따라서 ab 의 최댓값은 4

15. 길이가 240 인 끈을 가지고 운동장에 다음 그림과 같은 6 개의 작은 직사각형을 그리려고 한다. 사각형의 전체 넓이의 최대값과 이 때 전체 직사각형의 가로의 길이를 구하면? (최대값, 가로 길이)



① (600, 40)

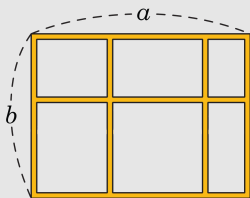
② (1200, 40)

③ (600, 30)

④ (1200, 30)

⑤ (450, 60)

해설



$$3a + 4b = 240$$

$$3a + 4b \geq 2 \cdot \sqrt{3a \cdot 4b}$$

$$240 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{12}} \geq \sqrt{ab} (\because 3a + 4b = 240)$$

$$\therefore 1200 \geq ab$$

단, 등호는 $3a = 4b$ 일 때 성립하므로,

$$3a + 4b = 6a = 240,$$

$$\therefore a = 40$$

16. 집합 A 에 대하여 함수

$$\begin{cases} f_A(x) = 1 & (x \in A) \\ 0 & (x \notin A) \end{cases} \text{로 정의한다.}$$

$f_A \cap B^c(x) = 1$ 일 때, 다음 <보기> 중 그 값이 항상 1이 되는 것을 모두 고르면 무엇인가?

보기

(가) $f_A(x) + f_B(x)$

(나) $f_A(x) - f_B(x)$

(다) $f_A(x)f_B(x)$

① (가)

② (나)

③ (다)

④ (가), (나)

⑤ (나), (다)

해설

$x \in A \cap B^c$ 이므로 $x \in A, x \notin B$

따라서 $f_A(x) = 1, f_B(x) = 0$

17. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{y|y \text{는 정수}\}$ 에 대하여 두 함수 f, g 를 X 에서 Y 로의 함수로 정의한다. $f(x) = x - 1$, $g(x) = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $f = g$ 가 되도록 하는 상수 a, b, c 의 곱 abc 를 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$f = g$ 에서

$f(-1) = g(-1)$, $f(0) = g(0)$, $f(1) = g(1)$ 이므로

$f(-1) = g(-1)$ 에서 $-2 = a - b + c \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

$f(0) = g(0)$ 에서 $-1 = c \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

$f(1) = g(1)$ 에서 $0 = a + b + c \cdots \textcircled{\text{㉢}}$

$\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$, $\textcircled{\text{㉢}}$ 에서 $a = 0$, $b = 1$, $c = -1$

$\therefore abc = 0$

18. 함수 $f(x) = \begin{cases} 2(x \geq 1) \\ 1(x < 1) \end{cases}$ 에서 $y = (f \circ f)(x)$ 의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\text{i) } x \geq 1 : y = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(2) = 2$$

$$\text{ii) } x < 1 : y = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(1) = 2$$

$$\therefore y = (f \circ f)(x) = 2$$

19. 함수 f 에 대하여 $f \circ f = f^2$, $f^2 \circ f = f^3$, $\dots$, $f^n \circ f = f^{n+1}$ 이라고 정의한다. $f(x) = x - 1$ 일 때, $f^{1998}(1)$ 의 값은?

① -1998

② -1997

③ 0

④ 1

⑤ 1998

해설

$$f(x) = x - 1$$

$$f^2(x) = f(f(x)) = (x - 1) - 1 = x - 2$$

$$f^3(x) = f^2(f(x)) = (x - 1) - 2 = x - 3$$

$$\vdots$$

$$f^n(x) = x - n \quad (n \text{ 은 정수})$$

$$f^{1998}(x) = x - 1998$$

$$\therefore f^{1998}(1) = -1997$$

20. 실수 전체 집합에서 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = \begin{cases} (a+2)x & (x \geq 0) \\ (1-a)x & (x < 0) \end{cases}$ 로

정의할 때, 함수 $f(x)$ 의 역함수가 존재할 조건은?

① $-1 < a < 1$

② $-2 < a < 1$

③ $a < -2, a > 1$

④ $-1 < a \leq 1$

⑤ $-2 \leq a < 1$

해설

역함수가 존재하려면

$y = (a+2)x$ 와 $y = (1-a)x$ 의 기울기의 부호가 같아야 한다.

즉 $(a+2)(1-a) > 0, (a+2)(a-1) < 0$

$\therefore -2 < a < 1$

21. 일차함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $f(-1) = 3$, $f^{-1}(15) = 2$ 가 성립할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라? (단, a, b 는 상수이고 f^{-1} 는 f 의 역함수)

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 11$

해설

$f^{-1}(15) = 2$ 에서 $f(2) = 15$ 이므로

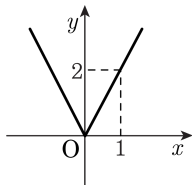
$$f(2) = 2a + b = 15$$

$f(-1) = -a + b = 3$ 연립하여 풀면 $a = 4$, $b = 7$

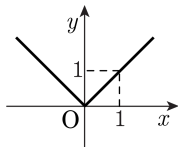
$$\therefore a + b = 11$$

22. 다음 중 함수 $y = x + |x|$ 의 그래프는?

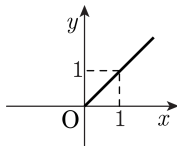
①



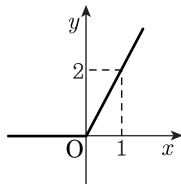
②



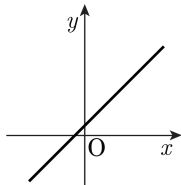
③



④



⑤



해설

$y = x + |x|$ 에서

$x \leq 0$ 일 때 $y = x - x = 0$ 이고

$x > 0$ 일 때 $y = x + x = 2x$ 이다.

따라서 주어진 함수의 그래프는 ④와 같다.

23. $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{25}{9}$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 8

④ 16

⑤ 34

해설

$$\begin{aligned} \frac{25}{9} &= 2 + \frac{7}{9} = 2 + \frac{1}{\frac{9}{7}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{2}{7}} \\ &= 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{7}{2}}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 2, b = 1, c = 3, d = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 8$$

24. $x^2 - 2x - 1 = 0$ 일 때, $3x^2 + 2x - 1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면 $x - \frac{1}{x} = 2$

따라서 구하는 식은

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= 3 \left\{ \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 + 2 \right\} + 2 \left(x - \frac{1}{x} \right) - 1 \\ &= 21\end{aligned}$$

25. $2x - y + z = 0$, $x - 2y + 3z = 0$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라. (단, m, n 은 서로소)

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡} : 3x = z$$

$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

여기서 $x = k$ 라 하면 $y = 5k, z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

26. $a + b + c \neq 0$ 일 때, $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$a + b + c \neq 0$ 이므로 가비의 리를 적용하면

$$\begin{aligned}\frac{a}{b+c} &= \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} \\ &= \frac{a+b+c}{(b+c) + (c+a) + (a+b)} \\ &= \frac{a+b+c}{2(a+b+c)} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

27. K고등학교 1학년 남학생과 여학생 수가 같다고 한다. 1학년 학생 중에서 휴대폰을 갖고 있는 학생과 휴대폰을 갖고 있지 않은 학생의 비율이 1학년 전체로는 9 : 1 이고, 남학생 중에서는 6 : 1 이라고 한다면 여학생 중에서의 비율은?

① 13 : 1

② 17 : 2

③ 22 : 3

④ 31 : 1

⑤ 33 : 2

해설

전체학생수를 $10a$ 라 하면

(휴대폰 있는 학생수) = $9a$, (휴대폰 없는 학생수) = a

남학생수 : $5a$, 여학생수 $5a$

남학생 중 휴대폰 있는 학생수 : $5a \times \frac{6}{7}$

여학생 중 휴대폰 있는 학생수 : $9a - \frac{30a}{7} = \frac{33}{7}a$

여학생 중 휴대폰 없는 학생 수 : $5a - \frac{33}{7}a = \frac{2}{7}a$

$\therefore \frac{33}{7}a : \frac{2}{7}a = 33 : 2$

28. $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \cdots + \frac{1}{f(99)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$ 이므로

$$\frac{1}{f(x)} = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준 식}) &= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \\ &\quad (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \cdots + (\sqrt{100} - \sqrt{99}) \\ &= \sqrt{100} - 1 = 10 - 1 = 9\end{aligned}$$

29. $x = \frac{2a}{a^2 + 1}$ 이고 $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ 을 간단히 하면 ?

① $\frac{-2a}{\sqrt{a^2 + 1}}$

② $\frac{-2}{\sqrt{a^2 + 1}}$

③ $\frac{2a}{\sqrt{a^2 + 1}}$

④ $\frac{2}{\sqrt{a^2 + 1}}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a^2 + 1}}$

해설

$$x = \frac{2a}{a^2 + 1} (0 < a < 1) \text{ 이므로}$$

$$1 + x = \frac{(a + 1)^2}{a^2 + 1}$$

$$1 - x = \frac{(a - 1)^2}{a^2 + 1}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{|a + 1|}{\sqrt{a^2 + 1}} + \frac{|a - 1|}{\sqrt{a^2 + 1}} \\ &= \frac{a + 1}{\sqrt{a^2 + 1}} + \frac{1 - a}{\sqrt{a^2 + 1}} (\because 0 < a < 1) \\ &= \frac{2}{\sqrt{a^2 + 1}} \end{aligned}$$

30. $x^2 - x - 6 \geq 0$ 일 때, 함수 $y = \frac{x+2}{x-2}$ 의

최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다.

이때, $M + m$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 - x - 6 \geq 0$ 에서

$$(x+2)(x-3) \geq 0$$

$\therefore x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$

$$y = \frac{x+2}{x-2} = \frac{(x-2)+4}{x-2}$$

$$= \frac{4}{x-2} + 1$$

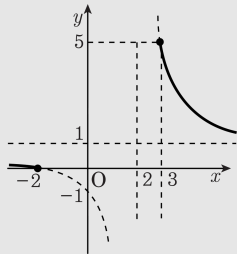
즉, $x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$ 에서

$y = \frac{x+2}{x-2}$ 의 그래프는 다음 그림과

같으므로 $x = -2$ 일 때, 최솟값 0,

$x = 3$ 일 때, 최댓값 5

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 5 이다.



31. 분수함수 $f(x) = \frac{x+3}{2x-1}$ 에 대하여 합성함수 $y = (f \circ f \circ f)(x)$ 의 그래프는 점 (a, b) 에 대하여 대칭이다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

분수함수 $f(x) = \frac{x+3}{2x-1}$ 에서

$$\begin{aligned}(f \circ f)(x) &= f(f(x)) = \frac{\frac{x+3}{2x-1} + 3}{2 \cdot \frac{x+3}{2x-1} - 1} \\ &= \frac{x+3+3(2x-1)}{2(x+3)-(2x-1)} = x \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$$y = (f \circ f \circ f)(x) = f((f \circ f)(x)) = f(x)$$

따라서, $y = f(x)$ 의 점근선은

$x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2}$ 이고, 그 그래프는 점근선의

교점 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 에 대하여 대칭이므로

$$a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a+b=1$$

32. 함수 $f(x) = \frac{bx+c}{x+d}$ 의 점근선은 $x = -2$, $y = 4$ 이고, 점 $(3, 1)$ 을 지난다고 한다. 이 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$f(x) = \frac{bx+c}{x+d} \text{에 대하여}$$

$$\text{점근선이 } x = -2 \text{ 이므로 } f(x) = \frac{bx+c}{x+2}$$

$$\text{점근선이 } y = 4 \text{ 이므로 } f(x) = \frac{4x+c}{x+2}$$

이것이 점 $(3, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{12+c}{3+2}$$

$$\therefore c = -7$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{4x-7}{x+2} \text{ 이므로}$$

$$f(1) = \frac{-3}{3} = -1$$

33. 정의역이 $\{x \mid x \leq 3\}$, 치역이 $\{y \mid y \geq 4\}$ 인 무리함수 $f(x) = \sqrt{a(x-p)} + q$ 에 대하여 $f(1) = 6$ 일 때, $a + p + q$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

정의역은 $\{x \mid a(x-p) \geq 0\} = \{x \mid x \leq 3\}$ 이므로 $a < 0$, $p = 3$
치역은 $\{y \mid y \geq 4\}$ 이므로 $q = 4$

$$\therefore f(x) = \sqrt{a(x-3)} + 4$$

이때, $f(1) = 6$ 이므로

$$\sqrt{-2a} + 4 = 6, \sqrt{-2a} = 2, -2a = 4$$

$$\therefore a = -2$$

$$\therefore a + p + q = -2 + 3 + 4 = 5$$