

1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

- ① 5 보다 크고 6 보다 작은 자연수의 모임
- ② 몸무게가 60kg 이상인 사람들의 모임
- ③ 40 에 가까운 수의 모임
- ④ 우리 반에서 키가 가장 작은 학생의 모임
- ⑤ 반올림하여 50 이 되는 자연수들의 모임

해설

'가까운' 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

2. 세 집합  $A, B, C$  가  $A \subset B \subset C$  일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? (단,  $A \neq B \neq C$  이다.)

①  $\emptyset \subset A$

②  $A \subset C$

③  $C \not\subset B$

④  $B \subset A$

⑤  $C^c \subset B^c$

해설

④  $A \neq B$  이므로  $B \not\subset A$  이다.



4. 집합  $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$  의 부분집합 중 짝수만으로 이루어진 것의 개수는?

① 7개      ② 16개      ③ 28개      ④ 30개      ⑤ 31개

해설

짝수만으로 이루어진 부분집합은 집합  $\{2, 4, 6\}$  의 부분집합에서 공집합을 제외하면 되므로  $2^3 - 1 = 7$ (개)

5. 두 집합  $A = \{1, 2, a-1\}$ ,  $B = \{2, 3, a, b\}$  에 대하여  $A \cap B = \{2, 5\}$  일 때  $a, b$  의 값은?

①  $a = 2, b = 1$       ②  $a = 3, b = 2$       ③  $a = 4, b = 3$

④  $a = 5, b = 4$       ⑤  $a = 6, b = 5$

해설

$5 \in A$  이므로  $a - 1 = 5, a = 6$

$5 \in B$  이므로  $b = 5$

6. 전체 집합  $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  의 두 부분집합  $A = \{x|x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$ ,  $B = \{3, 7\}$  일 때,  $B - A^c$  은?

- ①  $\{1\}$     ②  $\{3\}$     ③  $\{5\}$     ④  $\{7\}$     ⑤  $\{9\}$

해설

$A = \{1, 3, 5\}$  이므로  $B - A^c = \{3, 7\} - \{7, 9\} = \{3\}$  이다.

7. 다음 중 함수가 아닌 것을 고르면?

①  $2y = x - 1$       ②  $y = -x^2 - 8$       ③  $y = 5$

④  $x = y^2 - 4$       ⑤  $y = 3|x| - 1$

해설

함수는 하나의  $x$ 값에 두 개 이상의  $y$ 값이 대응될 수 없다.



④ :  $x = y^2 - 4$

8. 두 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{a, b, c, d\}$  에 대하여  $X$  에서  $Y$  로 대응되는 함수의 개수를  $a$ , 일대일 대응의 개수를  $b$  라 할 때,  $a+b$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a + b = 64$

해설

정의역과 공역의 개수가 다르므로  
일대일 대응은 없고, 정의역의 개수가  $A$   
공역의 개수가  $B$  일 때 함수 개수는  $B^A$  이다.  
 $\therefore 4^3 = 64$   
 $\therefore a + b = 64$

9. 두 함수  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = x + 2$ 에 대하여  $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

①  $(f \circ g)(x) = (x+2)^2$       ②  $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$

③  $(f \circ g)(x) = (x-2)^2$       ④  $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$

⑤  $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

해설

두 함수  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = x + 2$ 에 대하여  
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x+2) = (x+2)^2$

10. 유한집합  $X$  에서 유한집합  $Y$  로의 함수  $f$  의 역함수  $f^{-1}$  가 존재한다고 한다. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면?

- ①  $n(X) = n(Y)$ 이다.
- ②  $x_1 \neq x_2$ 이면  $f(x_1) \neq f(x_2)$  이다.
- ③  $y = f(x)$ 와  $y = f^{-1}(x)$  의 그래프는 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이다.
- ④  $f(a) = b$  이면  $f^{-1}(b) = a$  이다.
- ⑤  $y = f(x)$  의 정의역은  $y = f^{-1}(x)$  의 정의역과 일치한다.

해설

⑤ ( $f$  의 정의역) = ( $f^{-1}$  의 치역)  
( $f^{-1}$  의 정의역) = ( $f$  의 치역)

11. 함수  $f(x) = |4x + a| + b$  는  $x = 3$  일 때, 최솟값  $-2$  를 가진다. 이때, 상수  $a, b$  의 값에 대하여  $b - a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x + a| + b = \left| 4\left(x + \frac{a}{4}\right) \right| + b$  의 그래프는

$y = |4x|$  의 그래프를

$x$  축의 방향으로  $-\frac{a}{4}$  만큼,  $y$  축의 방향

으로  $b$  만큼 평행이동한 것이므로 다음

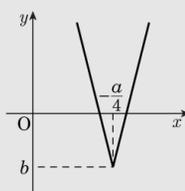
그림과 같다.

따라서  $x = -\frac{a}{4}$  일 때

최솟값  $b$  를 가지므로  $-\frac{a}{4} = 3, b = -2$

따라서  $a = -12, b = -2$  이므로

$\therefore b - a = 10$



12. 분수식  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}$  을 간단히 하면?

①  $\frac{2}{x(x+1)}$

②  $\frac{1}{x(x+2)}$

③  $\frac{1}{x(x+1)}$

④  $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤  $\frac{3}{x(x+2)}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{x(x+1)} &= \frac{1}{(x+1)-x} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \\ \frac{1}{(x+1)(x+2)} &= \frac{1}{(x+2)-(x+1)} \left( \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \\ \therefore (\text{준식}) &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{2}{x(x+2)}\end{aligned}$$

13.  $y = \frac{ax+1}{x+b}$  의 점근선이  $x=1, y=2$  일 때,  $a+b$  의 값은?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$y = \frac{ax+1}{x+b}$  의 점근선이  $x=1, y=2$  이므로

점근선  $x=1$  에서  $y = \frac{ax+1}{x-1}$

점근선  $y=2$  에서  $y = \frac{2x+1}{x-1}$

따라서  $a=2, b=-1$  이므로

$\therefore a+b=2-1=1$

14. 곡선  $y = \frac{x+3}{x-3}$  은 곡선  $y = \frac{6}{x}$  을  $x$  축,  $y$  축의 방향으로 각각  $m, n$  만큼 평행이동한 것이고, 곡선  $y = \frac{3x-1}{x+1}$  의 점근선은  $x = a, y = b$  이다.  $m+n+a+b$  의 값은?

- ① 6      ② 1      ③ 2      ④ -2      ⑤ -3

해설

$$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$$

$$y = \frac{6}{x} \text{ 의 그래프를}$$

$x$  축의 방향으로 3만큼,  $y$  축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

$$\text{따라서 } m = 3, n = 1$$

$$\text{또, } y = \frac{3x-1}{x+1} = -\frac{4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

$$\text{점근선은 } x = -1, y = 3 \quad a = -1, b = 3$$

따라서 구하는 합은 6

15. 다음 중 무리함수  $y = \sqrt{-3x+1} + \sqrt{-12x}$ 의 정의역과 치역을 차례대로 나타낸 것을 고르면?

- ①  $\{x \mid x \geq 0\}, \{y \mid y \geq 1\}$       ②  $\{x \mid x \leq 0\}, \{y \mid y \geq 1\}$   
 ③  $\{x \mid x \geq 1\}, \{y \mid y \leq 0\}$       ④  $\{x \mid x \leq 1\}, \{y \mid y \geq 0\}$   
 ⑤  $\{x \mid x \leq 0\}, \{y \mid y \leq 1\}$

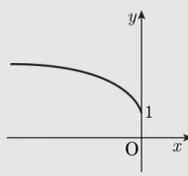
해설

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{-3x+1} + \sqrt{-12x} \\ &= \sqrt{-3x+1+2\sqrt{(-3x) \cdot 1}} \\ &= \sqrt{-3x+1} \end{aligned}$$

따라서 그래프를 그리면 다음 그림과 같다.

$\therefore$  정의역 :  $\{x \mid x \leq 0\}$ ,

치역 :  $\{y \mid y \geq 1\}$





17. 유리네 반 30명 중에서 이모부가 있는 학생은 16명, 고모부가 있는 학생은 22명, 이모부와 고모부가 없는 학생은 4명이다. 이모부 또는 고모부가 있는 학생 수와 이모부와 고모부가 모두 있는 학생 수를 차례대로 구하여라.

▶ 답:                    명

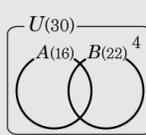
▶ 답:                    명

▷ 정답: 26명

▷ 정답: 12명

**해설**

이모부가 있는 학생의 모임을  $A$ , 고모부가 있는 학생의 모임을  $B$  라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 그리면 다음과 같다.



이모부 또는 고모부가 있는 학생의 모임은  $A \cup B$  이다.

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) \\ &= 30 - 4 \\ &= 26(\text{명}) \end{aligned}$$

이모부와 고모부가 모두 있는 학생의 모임은  $A \cap B$  이다.

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 16 + 22 - 26 \\ &= 12(\text{명}) \end{aligned}$$

18. 전체집합  $U$  의 세 부분집합  $A, B, C$  에 대하여 다음 중 성립하지 않는 것은?

①  $(A - B)^c = A^c \cup B$

②  $(A - B) \cap (A - C) = A - (B \cup C)$

③  $(A - B) - C = A - (B - C)$

④  $A \cap (A \cup B)^c = \emptyset$

⑤  $A \cap (A^c \cup B) = A \cap B$

해설

$$\begin{aligned} \text{③ } (A \cap B^c) \cap C^c &= A \cap (B^c \cap C^c) = A \cap (B \cup C)^c \\ &= A - (B \cup C) \end{aligned}$$

19.  $n$  이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

‘ $n^2$  이 12의 배수이면  $n$  은 12의 배수이다.’

▶ 답:                      가지

▷ 정답: 8가지

**해설**

명제가 거짓임을 보이는 반례는  $n^2$  이 12의 배수이면서  $n$  이 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다. 즉,  $n$  은 6의 배수이면서 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

$n \in \{6 \times 1, 6 \times 3, 6 \times 5, 6 \times 7, 6 \times 9, 6 \times 11, 6 \times 13, 6 \times 15\}$

20. 두 조건  $p : |x-1| = 2$ ,  $q : x^2 + 2x + 1 = 0$  에서  $p$  는  $q$  이기 위한 어떤 조건인지 구하여라.

▶ 답: 조건

▷ 정답: 필요조건

해설

주어진 조건의 진리집합이

$P = \{-1, 3\}$ ,  $Q = \{-1\}$  이므로  $Q \subset P$

21.  $a \leq x \leq 6$ 은  $2 \leq x \leq 5$ 이기 위한 필요조건이고,  $b \leq x \leq 4$ 은  $2 \leq x \leq 5$ 이기 위한 충분조건일 때  $a$ 의 최댓값과  $b$ 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\{x \mid 2 \leq x \leq 5\} \subset \{x \mid a \leq x \leq 6\}$$

$$\therefore a \leq 2$$

$$\{x \mid b \leq x \leq 4\} \subset \{x \mid 2 \leq x \leq 5\}$$

$$\therefore 2 \leq b$$

$a$ 의 최댓값은 2,  $b$ 의 최솟값은 2

$$\therefore 2 + 2 = 4$$

22.  $a > 0, b > 0$ 일 때,  $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 산술기하평균의 관계를 이용하면

$$(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 1 + \frac{b}{a} + \frac{a}{b} + 1$$

$$= \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right) + 2 \geq 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}} + 2 = 4$$

23.  $2 + \frac{1}{k + \frac{1}{m + \frac{1}{5}}} = \frac{803}{371}$  일 때, 자연수  $k, m$  의 값에 대하여  $k + m$  의

값은?

- ① 6      ② 12      ③ 18      ④ 24      ⑤ 30

해설

$$\begin{aligned} \frac{803}{371} &= 2 + \frac{61}{371} = 2 + \frac{1}{\frac{371}{61}} = 2 + \frac{1}{6 + \frac{5}{61}} \\ &= 2 + \frac{1}{6 + \frac{1}{\frac{61}{5}}} = 2 + \frac{1}{6 + \frac{1}{12 + \frac{1}{5}}} \end{aligned}$$

따라서  $k = 6, m = 12$

$\therefore k + m = 18$

24.  $\sqrt{11+2\sqrt{18}}$ 의 정수 부분을  $a$ , 소수 부분을  $b$ 라 할 때,  $\frac{4}{a} + \frac{2}{b}$ 의 값은?

- ①  $2+2\sqrt{2}$       ②  $3+2\sqrt{2}$       ③  $4+2\sqrt{2}$   
④  $5+2\sqrt{2}$       ⑤  $6+2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{11+2\sqrt{18}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{9}+(\sqrt{2}))^2} \\ &= 3+\sqrt{2} \therefore 3+\sqrt{2}=4\dots \\ & \therefore \text{정수 부분 } a: 4, \text{ 소수 부분 } b: \sqrt{2}-1 \\ & \Rightarrow \frac{4}{a} + \frac{2}{b} = \frac{4}{4} + \frac{2}{\sqrt{2}-1} \\ & \quad = 3+2\sqrt{2} \end{aligned}$$

25. 함수  $y = \frac{x+2}{x-a}$  의 그래프를  $x$  축,  $y$  축 방향으로 각각  $-2$ ,  $b$ 만큼 평행 이동하면 함수  $y = \frac{3x+c}{x-2}$  의 역함수의 그래프와 일치한다고 한다. 이 때  $a+b+c$ 의 값은?

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

$y = \frac{3x+c}{x-2}$  의 역함수를  $x$  축으로 2 만큼  $y$  축으로  $-b$  만큼 평행이동한 것이

$y = \frac{x+2}{x-a}$  와 일치한다.

$y = \frac{3x+c}{x-2}$  의 역함수는  $y = \frac{2x+c}{x-3}$

이것을 평행이동하면  $y+b = \frac{2(x-2)+c}{x-5}$

이것을 정리하면  $y = \frac{(2-b)x+5b+c-4}{x-5}$

$y = \frac{x+2}{x-a}$  와 계수를 비교하면  $a=5, b=1, c=1$

$\therefore a+b+c=7$