

1. 다음과 같은 방법으로 집합 $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

집합 A 가 유한집합이면 A 의 부분집합의 개수는 다음과 같이 구할 수 있다. 예를 들어 $A = \{a, b, c\}$ 이고, $B \subset A$ 이면 부분집합 B 에는 집합 A 의 원소 a 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다. 같은 방법으로 집합 A 의 원소 b 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우와 c 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 8개

해설

- ① $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합을 원소의 개수에 따라 구한다.

원소가 0개 : $\emptyset$

원소가 1개 : $\{1\}, \{2\}, \{3\}$

원소가 2개 : $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$

원소가 3개 : $\{1, 2, 3\}$

따라서 부분집합의 개수는 8개이다.

- ② 원소의 개수만큼 2를 곱한다.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ (개)}$$

2. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3 을 포함하고 원소 6 을 포함하지 않는 부분집합으로 옳은 것은?

① $\emptyset$

② $\{1, 6\}$

③ $\{1, 4, 12\}$

④ $\{1, 3, 4, 10\}$

⑤ $\{1, 3, 4, 12\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로

① 원소 1, 3 이 포함되지 않음.

② 원소 6 이 포함.

③ 원소 3 이 포함되지 않음.

④ $\{1, 3, 4, 10\} \not\subset A$

⑤ $\{1, 3, 4, 12\} \subset A$

3. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중 원소 b 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$$2^{(b\text{를 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$$

4. 두 집합 $A = \{2, \bigcirc, 6\}$, $B = \{4, 2, \diamond\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $\bigcirc$, $\diamond$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $\bigcirc$, $\diamond$ 안에 들어갈 수를 차례로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

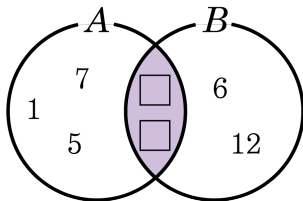
▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

해설

$A = B$ 이면 집합 A, B 의 모든 원소가 같아야 한다.
집합 A 의 $\bigcirc = 4$ 이고, 집합 B 의 $\diamond = 6$ 이다.

5. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{3, 6, 9, 12\}$ 를 벤 다이어그램으로 나타낼 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 쓰시오.



▶ 답 :

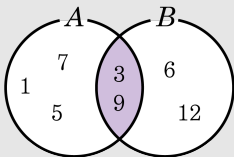
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 9

해설

$A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{3, 6, 9, 12\}$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



6. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 를 구하면?

① $\{1, 3\}$

② $\{2, 4\}$

③ $\{3, 5\}$

④ $\{4, 8\}$

⑤ $\{6, 8\}$

해설

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\} \text{ 이고 } A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = U - (A \cup B) = \{6, 8\}$$

7. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{2(a+b)}, \sqrt{a} + \sqrt{b}$ 의 대소를 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{2(a+b)} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

② $\sqrt{2(a+b)} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{2(a+b)} > \sqrt{a} + \sqrt{b}$

④ $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

⑤ $\sqrt{2(a+b)} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$$\begin{aligned} & (\sqrt{2(a+b)})^2 - (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \\ &= 2(a+b) - (a + 2\sqrt{a}\sqrt{b} + b) \\ &= a - 2\sqrt{a}\sqrt{b} + b \\ &= (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \\ & \text{(단, 등호는 } a = b \text{ 일 때 성립)} \end{aligned}$$

따라서 $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

8. 실수 전체의 집합을 정의역과 공역으로 하는 함수 f 가 $f(x) = \begin{cases} x & (x \text{는 유리수}) \\ 1-x & (x \text{는 무리수}) \end{cases}$ 과 같을 때 $f(\sqrt{2}) + f(1 - \sqrt{2})$ 의 값은 얼마인지 구하여라.

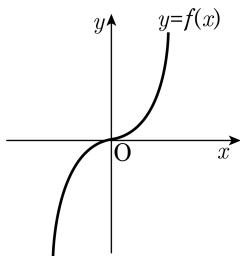
▶ 답 :

▶ 정답 : 1

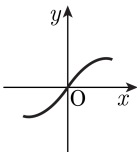
해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \text{와 } 1 - \sqrt{2} \text{는 모두 무리수이므로,} \\ & f(\sqrt{2}) = 1 - \sqrt{2} \\ & f(1 - \sqrt{2}) = 1 - (1 - \sqrt{2}) = \sqrt{2} \\ & \therefore f(\sqrt{2}) + f(1 - \sqrt{2}) = (1 - \sqrt{2}) + \sqrt{2} = 1 \end{aligned}$$

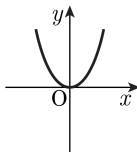
9. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
다음 중 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프로 적당한 것은
무엇인가?



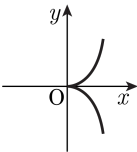
①



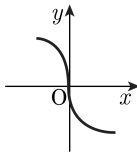
②



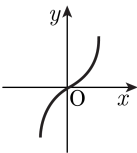
③



④



⑤



해설

$y = f(x)$ 의 그래프와
그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

10. 어떤 수 x 의 8배에 2를 더한 수의 4분의 1은?

① $2x + \frac{1}{2}$

② $x + \frac{1}{2}$

③ $2x + 2$

④ $2x + 4$

⑤ $2x + 16$

해설

$$\frac{8x + 2}{4} = 2x + \frac{1}{2}$$

11. 다음은 유리식과 무리식의 정의이다.

유리식: 두 다항식 $A, B (B \neq 0)$ 에 대하여, $\frac{A}{B}$ 와같이 분수의 꼴로 나타내어지는식, 특히 B 가 상수인 유리식 $\frac{A}{B}$ 는 다항식
이므로 다항식도 유리식이다. 한편, 유리식 중에서 다항식이 아닌 유리식을 분수식이라고 한다.

무리식: 근호 안에 문자가 포함되어 있는 식으로 유리식으로 나타낼 수 없는 식

주어진 식에 대한 설명으로 바르게 짝지어진 것을 고르면?

① $\frac{x^2+5}{3x+2}$ -다항식

② $\sqrt{2}x+3$ -유리식

③ $\frac{x^2-1}{3}$ -분수식

④ $\sqrt{x^2-1}$ -유리식

⑤ $2x + \sqrt{x^2+5}$ -다항식

해설

① 분수식 ③ 유리식 ④ 무리식 ④ 무리식

12. 함수 $y = -\frac{2}{x} - 3$ 의 점근선의 방정식은?

① $x = 0, y = 3$

② $x = 0, y = -3$

③ $x = 1, y = 3$

④ $x = -1, y = 3$

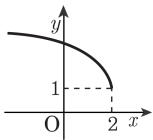
⑤ $x = 1, y = -3$

해설

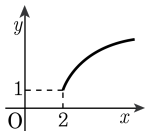
$y = -\frac{2}{x} - 3$ 는 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼
평행이동한 그래프이므로 점근선의 방정식은 $x = 0, y = -3$
이다.

13. 함수 $y = 2\sqrt{-3x+6} + 1$ 의 그래프는?

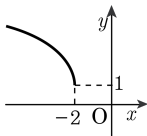
①



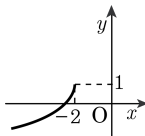
②



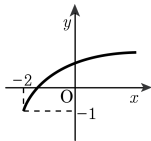
③



④



⑤



해설

$$y = 2\sqrt{-3(x-2)} + 1$$

$\Rightarrow$ 꼭짓점 : (2, 1)

정의역 : $x \leq 2$, 치역 : $y \geq 1$

14. 8의 약수의 집합을 A , 5 이하의 홀수의 집합을 B 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $3 \in A$

② $4 \notin A$

③ $8 \in A$

④ $3 \notin B$

⑤ $5 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 1, 2, 4, 8이고 집합 B 의 원소는 1, 3, 5이므로 $8 \in A$, $5 \in B$ 이다.

15. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$

② $B = \{a, b\}$ 이면 $n(B) = 2$

③ $C = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(C) = 4$

④ $D = \{0\}$ 이면 $n(D) = 0$

⑤ $E = \{y \mid y \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이면 $n(E) = 5$

해설

④ $D = \{0\}$ 이면 $n(D) = 1$

16. 두 집합 $A = \{3, 4, x\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, x 의 값이 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 6

④ 10

⑤ 12

해설

집합 A 의 모든 원소가 집합 B 에 포함 되어야 하므로 x 는 12의 약수가 되어야 한다. 따라서 12의 약수가 아닌 10은 x 의 값이 될 수 없다.

17. 명제 ' $p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다'가 참일 때, 두 집합 $P = \{x \mid p(x)\}$, $Q = \{x \mid q(x)\}$ 사이의 관계로 다음 중 옳은 것은?

① $Q \subset P$

② $Q^c \subset P$

③ $P \subset Q^c$

④ $P \cup Q = P$

⑤ $P \subset Q$

해설

' $p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다.'가 참일 때, 즉, $p \Rightarrow q$ 이면 진리집합의 포함관계는 $P \subset Q$

18. 정삼각형 ABC는 이등변삼각형 ABC이기 위한 무슨 조건인가?

① 충분조건

② 필요조건

③ 대우

④ 필요충분조건

⑤ 아무조건도 아니다.

해설

정삼각형 $\subset$ 이등변삼각형

19. 양수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 = 1$ 을 만족할 때, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ 의 최솟값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$a^2 > 0, b^2 > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$a^2 + b^2 \geq 2\sqrt{a^2b^2} = 2ab$$

(단, 등호는 $a^2 = b^2$ 일 때 성립)

그런데 $a^2 + b^2 = 1$ 이므로 $1 \geq 2ab$

$$\therefore ab \leq \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{a^2} > 0, \frac{1}{b^2} > 0$ 이므로 산술평균 기하평균의 관계에 의하여

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq 2\sqrt{\frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{b^2}}$$

$$\frac{2}{ab} \geq \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

(단, 등호는 $a^2 = b^2$ 일 때 성립)

따라서 $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ 의 최솟값은 4이다.

20. 다음 함수 중 역함수가 존재하지 않는 것은 무엇인가?

① $y = x$

② $y = |x|$

③ $y = x^2 (x \geq 0)$

④ $y = x^3$

⑤ $y = \frac{1}{x} (x \neq 0)$

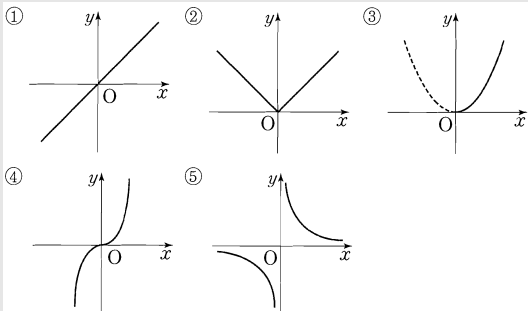
해설

역함수가 존재할 필요충분조건은

함수가 일대일대응인 것이다.

따라서, 일대일대응이 아닌 함수의 그래프는

②이다.



21. 함수 $f(x) = ax - 1$ 과 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 같도록 상수 a 의 값을 정하면?

①

-1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$y = f(x)$ 라 하면 $y = ax - 1$

이것을 x 에 대하여 정리하면 $ax = y + 1$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$$

그런데 $f(x) = f^{-1}(x)$ 이고 모든 실수에 대하여 성립해야 하므로

$$\frac{1}{a}x + \frac{1}{a} = ax - 1$$

$$\therefore \frac{1}{a} = a \text{ 이고 } \frac{1}{a} = -1 \text{ 이어야 하므로}$$

$$\therefore a = -1$$

22. 함수 $f(x) = |4x + a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때, 상수 a, b 의 값에 대하여 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x + a| + b = \left| 4 \left(x + \frac{a}{4} \right) \right| + b$ 의 그래프는

$y = |4x|$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향

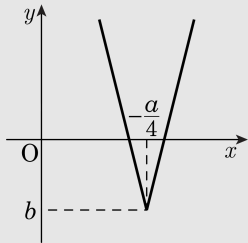
으로 b 만큼 평행이동한 것이므로 다음
그림과 같다.

따라서 $x = -\frac{a}{4}$ 일 때

최솟값 b 를 가지므로 $-\frac{a}{4} = 3, b = -2$

따라서 $a = -12, b = -2$ 이므로

$\therefore b - a = 10$



23. $3x = 2y$ 일 때, $\frac{2xy + y^2}{x^2 + xy}$ 의 값은?

① $\frac{15}{7}$

② $\frac{17}{8}$

③ $\frac{19}{9}$

④ $\frac{21}{10}$

⑤ $\frac{23}{11}$

해설

$$3x = 2y \Rightarrow y = \frac{3}{2}x$$

$$\therefore \frac{2xy + y^2}{x^2 + xy} = \frac{3x^2 + \frac{9}{4}x^2}{x^2 + \frac{3}{2}x^2} = \frac{\frac{21}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{21}{10}$$

24. $1 < a < 4$ 일 때, $\sqrt{(a-4)^2} + |a-1|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-4)^2} + |a-1| \\ &= |a-4| + |a-1| \\ &= -a + 4 + a - 1 = 3 \end{aligned}$$

25. 분수함수 $y = \frac{2x-3}{x+2}$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \frac{2x+3}{x-2}$

② $y = \frac{2x-3}{x-2}$

③ $y = \frac{-2x+3}{x-2}$

④ $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

⑤ $y = \frac{2x-3}{x+2}$

해설

$y = \frac{2x-3}{x+2}$ 에서 x 를 y 에 대한 식으로 나타내면

$$y(x+2) = 2x-3, (y-2)x = -2y-3,$$

$$x = \frac{-2y-3}{y-2}$$

x 와 y 를 바꾸면, $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

따라서 구하는 역함수는 $y = \frac{-2x-3}{x-2}$