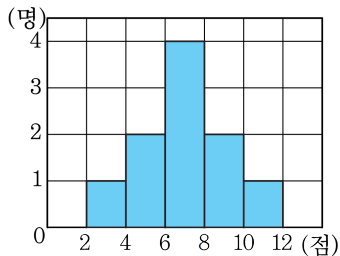


1. 다음 히스토그램은 우리 반 10명의 학생이 한달동안 읽은 책의 수를 조사한 것이다. 이 자료의 분산은?



① 3.5

② 3.7

③ 3.9

④ 4.5

⑤ 4.8

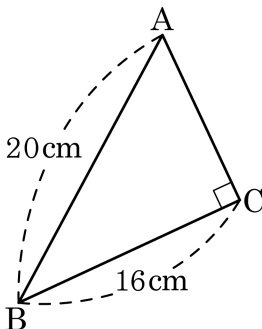
해설

$$(\text{평균}) = \frac{3 \times 1 + 5 \times 2 + 7 \times 4 + 9 \times 2 + 11 \times 1}{10} = \frac{70}{10} = 7$$

$$(\text{분산}) = \frac{(3-7)^2 \cdot 1 + (5-7)^2 \cdot 2}{10}$$

$$+ \frac{(9-7)^2 \cdot 2 + (11-7)^2 \cdot 1}{10} = 4.8$$

2. 다음과 같은 직각삼각형 ABC 의 넓이는?



① 92cm^2

② 94cm^2

③ 96cm^2

④ 98cm^2

⑤ 100cm^2

해설

피타고라스 정리에 따라

$$\overline{AC^2} = \overline{AB^2} - \overline{BC^2}$$

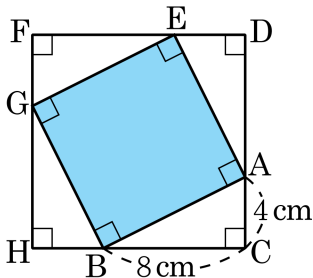
$$\overline{AC^2} = 400 - 256 = 144$$

$$\overline{AC} > 0 \text{ 이므로 } \overline{AC} = 12$$

따라서 직각삼각형 ABC 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

3. 다음 그림의 $\square FHCD$ 는 $\triangle ABC$ 와 합동인 직각삼각형을 이용하여 만든 사각형이다. $\square BAEG$ 의 넓이를 구하여라.



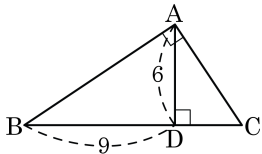
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 80cm²

해설

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \\ \square BAEG &= (4\sqrt{5})^2 = 80 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 90^\circ$,
 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이고, $\overline{AD} = 6$, $\overline{BD} = 9$ 일 때,
 $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

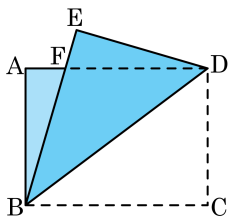
▷ 정답 : 4

해설

$$6^2 = 9x$$

$$\therefore x = 4$$

5. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle BFD$ 는 어떤 삼각형인가?

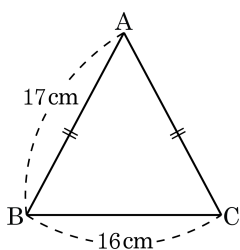


- ① $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형
- ② $\angle F = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ③ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ④ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 삼각형
- ⑤ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 정삼각형

해설

$\triangle ABF \cong \triangle EDF$ 이므로 $\triangle BFD$ 는 $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이다.

6. 다음 그림과 같은 이등변 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.

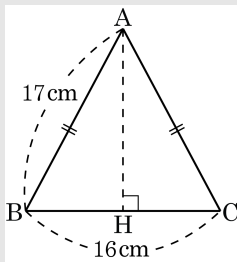


▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\overline{AH} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$



$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 15 \times 16 = 120$$

7. 다음 중 원점 $O(0,0)$ 와의 거리가 가장 먼 점은?

① $A(-1, -2)$

② $B(1, -1)$

③ $C(2, 3)$

④ $D(\sqrt{2}, 1)$

⑤ $E(-2, -1)$

해설

① $\sqrt{5}$

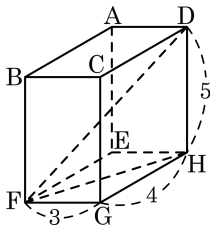
② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{13}$

④ $\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{5}$

8. 다음 그림과 같은 직육면체에서 삼각형 DFH의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $10 + 5\sqrt{2}$

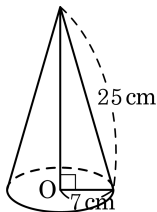
해설

$$\overline{FH} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\overline{FD} = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = 5\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

삼각형 DFH의 둘레의 길이는 $10 + 5\sqrt{2}$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 7cm 이고 모선의 길이가 25cm 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 부피는?



- ① $1176\pi\text{cm}^3$ ② $\frac{49\sqrt{674}}{3}\pi\text{cm}^3$ ③ $7\sqrt{674}\pi\text{cm}^3$
 ④ $\frac{392}{3}\pi\text{cm}^3$ ⑤ $392\pi\text{cm}^3$

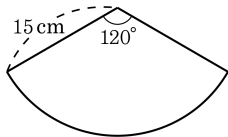
해설

원뿔의 높이를 h , 원뿔의 부피를 V 라 하면

$$h = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24(\text{cm})$$

$$V = 7^2 \times \pi \times 24 \times \frac{1}{3} = 392\pi(\text{cm}^3)$$

10. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 15 cm 인 원에서 중심각의 크기가 120° 인 부채꼴을 오려서 원뿔의 옆면을 만들때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $10\sqrt{2}$ cm

해설

밑면의 반지름의 길이를 y cm라고 하면,

$$2\pi r = 2\pi \times 15 \times \frac{120}{360} = 10\pi$$

$$\therefore r = 5(\text{cm})$$

$$h = \sqrt{15^2 - 5^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}(\text{cm})$$

11. 다음은 어느 가게에서 월요일부터 일요일까지 매일 판매된 우유의 개수를 나타낸 것이다. 하루 동안 판매된 우유 개수의 중앙값이 30, 최빈값이 38 일 때, 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합을 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
우유의 개수	24	y	14	28	x	38	31

▶ 답 :

▷ 정답 : 68

해설

최빈값이 38 이므로 $x = 38$ 또는 $y = 38$ 이다.

$x = 38$ 이라고 하면 14, 24, 28, 31, 38, 38, y 에서 중앙값이 30 이므로 $y = 30$ 이다.

따라서 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합은 $30 + 38 = 68$ 이다.

12. 수진이의 4 회에 걸친 영어 단어 쪽지 시험의 성적의 평균이 8.5 점이 었다. 5 회 째의 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 1 점 내렸다면 5 회 째의 성적을 구하여라.

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 3.5점

해설

4 회까지의 평균이 8.5 점이므로 4 회 시험까지의 총점은

$$8.5 \times 4 = 34(\text{점})$$

5 회까지의 평균은 8.5 점에서 1 점이 내린 7.5 점이므로 5 회째의 성적을 x 점이라고 하면

$$\frac{34 + x}{5} = 7.5, \quad 34 + x = 37.5 \quad \therefore x = 3.5(\text{점})$$

13. 5개의 변량 4, 6, 10, x , 9의 평균이 7일 때, 분산은?

① 4.1

② 4.3

③ 4.5

④ 4.7

⑤ 4.8

해설

주어진 변량의 평균이 7이므로

$$\frac{4 + 6 + 10 + x + 9}{5} = 7$$

$$29 + x = 35$$

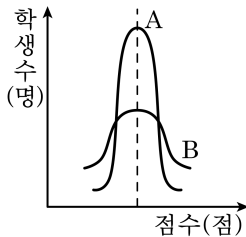
$$\therefore x = 6$$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, -1, 2$ 이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + (-1)^2 + 2^2}{5} = \frac{9 + 1 + 9 + 1 + 4}{5} =$$

$$\frac{24}{5} = 4.8$$

14. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 틀린 것을 고르면?



- ① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.
- ② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.
- ③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.
- ④ 고득점자는 A 반에 더 많다.
- ⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

④ 고득점자는 A 반에 더 많다. $\Rightarrow$ 고득점자는 B 반에 더 많다.

15. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
3 ^{이상} ~ 5 ^{미만}	3
5 ^{이상} ~ 7 ^{미만}	3
7 ^{이상} ~ 9 ^{미만}	2
9 ^{이상} ~ 11 ^{미만}	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

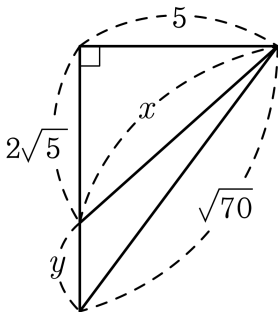
$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{12 + 18 + 16 + 20} = 6.6(\text{회})
 \end{aligned}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{10} \{ (4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2 \} \\
 &= \frac{1}{10} (27 + 3 + 2 + 18) = 5
 \end{aligned}$$

16. 다음 그림에서 $x + y$ 의 값은?



① 6

② $2\sqrt{5}$

③ 7

④ $4\sqrt{5}$

⑤ 8

해설

윗 삼각형에서 피타고라스 정리에 따라

$$x^2 = 5^2 + (2\sqrt{5})^2$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 3\sqrt{5}$$

전체 삼각형에서 피타고라스 정리에 따라

$$(\sqrt{70})^2 = 5^2 + (2\sqrt{5} + y)^2$$

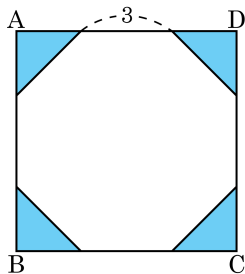
$$(2\sqrt{5} + y)^2 = 45$$

$$2\sqrt{5} + y = 3\sqrt{5}$$

$$y = \sqrt{5}$$

따라서 $x + y = 3\sqrt{5} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 정사각형 모양 종이의 네 귀퉁이를 잘라내어 한 변의 길이가 3인 정팔각형을 만들었다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는?

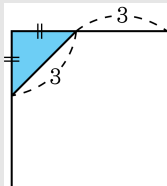


- ① $3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2} + 2$
 ④ $3\sqrt{2} + 3$ ⑤ $2\sqrt{2} + 3$

해설

$$x : 3 = 1 : \sqrt{2} \text{ 이므로 } \sqrt{2}x = 3$$

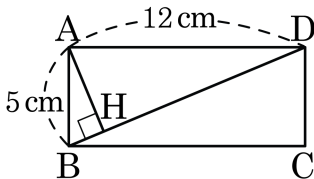
$$\therefore x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$



따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} + 3 + \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} + 3 \text{ 이다.}$$

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 12\text{cm}$ 이 직사각형 ABCD 이 있을 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{60}{13}$ cm

해설

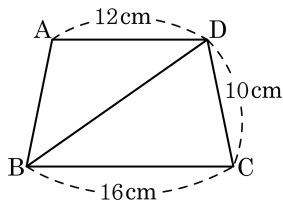
$$\overline{BD} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13(\text{cm})$$

$\triangle ABD$ 의 넓이를

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \times 13 \times \overline{AH}$$

$$\therefore \overline{AH} = \frac{60}{13}\text{cm}$$

19. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴에서 $\overline{BD}$ 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{73}$ cm

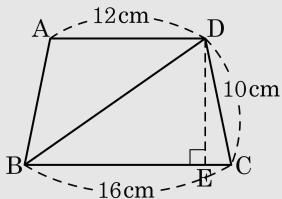
② $2\sqrt{73}$ cm

③ $\sqrt{74}$ cm

④ $2\sqrt{74}$ cm

⑤ $2\sqrt{77}$ cm

해설



점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E라고 하면 $\overline{EC} = 2$ cm
 이므로 $\overline{DE} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$ (cm) 이다.

$\overline{BE} = 14$ cm 이므로 $\overline{BD} = \sqrt{96 + 196} = \sqrt{292} = 2\sqrt{73}$ (cm)

20. 다음 그림에서 $\overline{BD} = 2$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

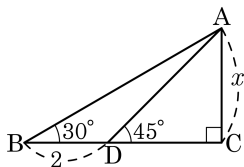
① $1 + \sqrt{2}$

② $1 + \sqrt{3}$

③ $2 + \sqrt{3}$

④ $3 + \sqrt{3}$

⑤ $4 + \sqrt{3}$



해설

$\overline{AC} = x$ 라 하면

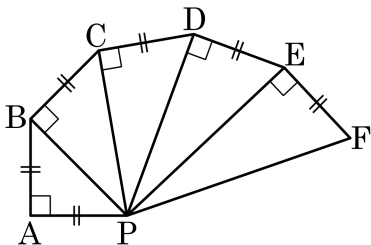
$$1 : \sqrt{3} = x : x + 2$$

$$\sqrt{3}x = x + 2$$

$$(\sqrt{3} - 1)x = 2, x = \frac{2}{\sqrt{3} - 1} = \sqrt{3} + 1 \text{ 이다.}$$

따라서 $\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = 3 + \sqrt{3}$ 이다.

21. $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 일 때, 다음 그림에서 길이가 4가 되는 선분은?



① $\overline{PB}$

② $\overline{PC}$

③ $\overline{PD}$

④ $\overline{PE}$

⑤ $\overline{PF}$

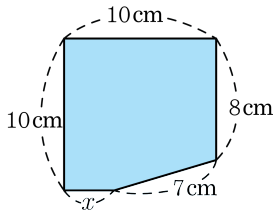
해설

$$\overline{PB} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}, \quad \overline{PC} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{PD} = \sqrt{16} = 4, \quad \overline{PE} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

이므로 길이가 4인 선분은 $\overline{PD}$ 이다.

22. 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형을 그림과 같이 잘랐을 때, x 의 값은? (단, $\sqrt{5} = 1.7$)



① 4.7 cm

② 4.9 cm

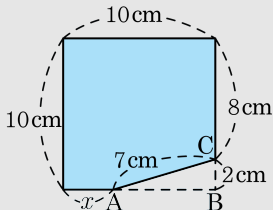
③ 5.1 cm

④ 5.3 cm

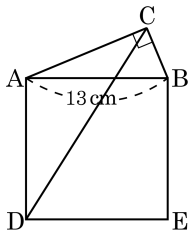
⑤ 5.5 cm

해설

자르기 전 정사각형을 그리면 그림과 같다. 잘려진 삼각형 ABC에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AB} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} = 5.1(\text{cm})$
따라서 $x = 10 - 5.1 = 4.9(\text{cm})$ 이다.



23. 다음 그림은 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\text{ cm}$, $\triangle ACD = 72\text{ cm}^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?



① 21 cm^2

② 22 cm^2

③ 25 cm^2

④ 30 cm^2

⑤ 40 cm^2

해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$

를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 144 cm^2 이다.

또, $\square ADEB = 13^2 = 169 (\text{cm}^2)$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는

$$169 - 144 = 25 (\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

24. 두 변의 길이가 3, 5 인 직각삼각형에서 나머지 한 변의 길이를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : $\sqrt{34}$

해설

나머지 한 변의 길이를 a 라 하면

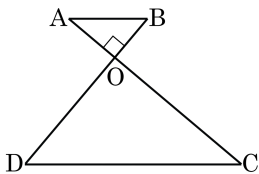
i) 5가 가장 긴 변인 경우

$$5^2 = a^2 + 3^2 \therefore a = 4$$

ii) a 가 가장 긴 변인 경우

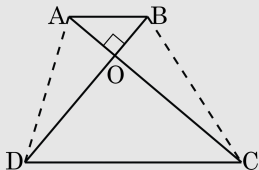
$$a^2 = 5^2 + 3^2 = 34 \therefore a = \sqrt{34}$$

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



- ① 127 ② 130 ③ 137
④ 140 ⑤ 157

해설



$$\triangle OAD \text{ 에서 } \overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \dots \textcircled{1}$$

$$\triangle ODC \text{ 에서 } \overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \dots \textcircled{2}$$

$$\triangle OBC \text{ 에서 } \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{3}$$

$$\triangle OAB \text{ 에서 } \overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \dots \textcircled{4}$$

①과 ③을 변변 더하면

$$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \dots \textcircled{5}$$

②와 ④를 변변 더하면

$$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \dots \textcircled{6}$$

⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로

$$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$$

26. 어떤 전자제품 회사에서 기존에 가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 4 : 3 인 모니터만을 생산하다가, 디자인적인 측면을 강화하기 위해 대각선의 길이는 유지하면서 가로와 세로의 비율이 $6 : \sqrt{14}$ 인 모니터를 생산하였다. 새로운 모니터의 가로와 세로의 길이를 각각 $a\sqrt{b}$, $c\sqrt{d}$ 라고 할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하시오. (단, b, d 는 최소의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 4 : 3 인 모니터의 대각선의 길이는 20 인치이다.

새로운 모니터의 가로의 길이를 $6x$, 세로의 길이를 $\sqrt{14}x$ 라고 하면

피타고라스 정리에 따라

$$(6x)^2 + (\sqrt{14}x)^2 = 20^2$$

$$50x^2 = 400$$

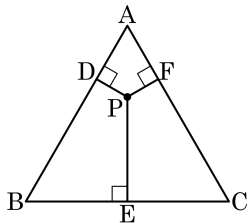
$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 2\sqrt{2}$$

$$\text{따라서 가로의 길이는 } 6 \times 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2} \text{ (인치)}$$

$$\text{세로의 길이는 } \sqrt{14} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{7} \text{ (인치)}$$

$$\text{이므로 } a + b + c + d = 25 \text{ 이다.}$$

27. 한 변의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC 의 내부의 한 점 P 에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{2}$

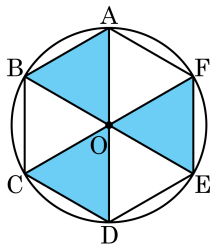
해설

$$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle BCP + \triangle APC$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{4} \times \sqrt{3}^2 &= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \overline{PE} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \overline{PF} = \\ \frac{1}{2} \times \sqrt{3}(\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF}) \end{aligned}$$

$$\therefore \overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF} = \frac{3}{2}$$

28. 다음 그림에서 반지름의 길이가 6 cm 인 원 O의 둘레를 6 등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 한다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (색칠한 부분은 $\triangle AOB + \triangle FOE + \triangle COD$ 이다.)



- ① $24\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ② $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ③ 12 cm^2 ④ $27\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ⑤ $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$

해설

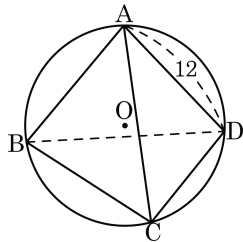
$\triangle AOB$ 는 길이가 6 cm 인 정삼각형이므로

$$\triangle AOB = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3} (\text{cm}^2)$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$9\sqrt{3} \times 3 = 27\sqrt{3} (\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

29. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12 인 정사면체에 외접하는 구를 그린 것이다. 이 구의 반지름의 길이는?



① $2\sqrt{3}$

② $3\sqrt{5}$

③ $3\sqrt{6}$

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 12^3 = 144\sqrt{2}$

구의 중심 O 에서 점 A, B, C, D 에 선을 그으면, 밑면은 한 변의 길이가 12 인 정삼각형인 사면체 4 개가 된다.

이 사면체의 높이를 h

구의 반지름의 길이를 R 이라고 하면

$R^2 = h^2 + (4\sqrt{3})^2$ 에서

$h = \sqrt{R^2 - 48}$ 이므로

그 정사면체들의 부피의 합은

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times \sqrt{R^2 - 48} \times \frac{1}{3} \times 4 = 144\sqrt{2}$$

따라서 $R = 3\sqrt{6}$ 이다.

30. 구의 중심에서 구의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 떨어진 평면으로 구를 자를 때 생기는 단면의 반지름이 4cm 이다. 이때 구의 겉넓이는?

- ① $\frac{32}{3}\pi \text{ cm}^2$ ② $\frac{64}{3}\pi \text{ cm}^2$ ③ $\frac{128}{3}\pi \text{ cm}^2$
 ④ $\frac{256}{3}\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $\frac{512}{3}\pi \text{ cm}^2$

해설

구의 반지름의 길이를 2cm 라 하면

$$(2a)^2 = 4^2 + a^2$$

$$4a^2 = 16 + a^2$$

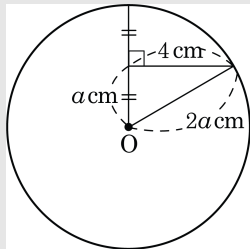
$$\therefore a^2 = \frac{16}{3}$$

구의 겉넓이는 $4\pi r^2$ 이므로

$$4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2 \quad (a^2 = \frac{16}{3} \text{ 대}$$

입)

$$16\pi a^2 = 16\pi \times \frac{16}{3} = \frac{256}{3}\pi (\text{cm}^2)$$



31. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① $\frac{50}{3}$

② $\frac{51}{3}$

③ $\frac{52}{3}$

④ $\frac{53}{3}$

⑤ 18

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 4$$

$$\therefore x+y+z = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$$(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16 + z^2 - 8z + 16 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8(x+y+z) + 48 = 6$$

위의 식에 $\textcircled{7}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8 \times 12 + 48 = 6$$

$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 54$ 따라서 x^2, y^2, z^2 의 평균은

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3} = \frac{54}{3} = 18 \text{ 이다.}$$

32. 세 수 a, b, c 의 평균이 2, 분산이 4 일 때, 변량 $a+3, b+3, c+3$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① 2, 5

② 3, 5

③ 4, 4

④ 5, 4

⑤ 6, 5

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 2$$

$$\therefore a+b+c = 6 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

또한, a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3} = 4$$

$$(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 = 12$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 + c^2 - 4c + 4 = 12$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 12 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{㉠}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4 \times 6 + 12 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 24$$

한편, $a+3, b+3, c+3$ 의 평균은

$$\frac{(a+3) + (b+3) + (c+3)}{3} = \frac{(a+b+c) + 9}{3}$$

$$= \frac{6+9}{3} = 5$$

따라서 분산은

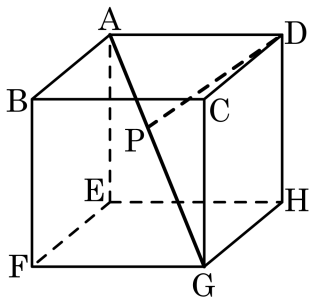
$$\frac{(a+3-5)^2 + (b+3-5)^2 + (c+3-5)^2}{3}$$

$$= \frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 4 \times 3}{3}$$

$$= \frac{24 - 4 \times 6 + 12}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

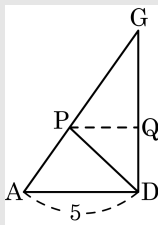
33. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 5 인 정육면체에서 대각선 AG 를 2 : 3 으로 내분하는 점을 P 라 할 때, 선분 DP 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{17}$

해설



$\triangle ADG$ 에서 $\overline{DG} = 5\sqrt{2}$, $\overline{AG} = 5\sqrt{3}$ 이고,
 $(5\sqrt{2})^2 + 5^2 = (5\sqrt{3})^2$ 이므로 직각삼각형이다.

점 P 에서 $\overline{GD}$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 하면
 $\triangle GPQ$ 와 $\triangle GAD$ 는 닮음이고, $\overline{AP} : \overline{PG} = 2 : 3$ 이므로

$$\overline{QD} = 5\sqrt{2} \times \frac{2}{5} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{PQ} = 5 \times \frac{3}{5} = 3$$

따라서 $\overline{PD} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 3^2} = \sqrt{17}$ 이다.