1. 두 일차함수 $y=ax+3$과 $y=bx-\frac{b}{2}$의 그래프가 일치할 때, $y=ax+b$의 그래프의 x절편과 y절편의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

일치할 조건에서

$a=b,\ 3=-\frac{b}{2},\ b=-6,\ a=-6$

$y=ax+b=-6x-6$

x절편 : $-6x-6=0,\ x=-1$

y절편 : -6

$\therefore\ -1-6=-7$

2. 직선 $\frac{x}{5}+\frac{y}{3}=1$과 직선 $\frac{a}{5}x+\frac{b}{3}y=1$이 평행하고 점 $(a,\ b)$는 직선 $\frac{x}{5}+\frac{y}{3}=1$ 위의 점일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{4}$

해설

평행일 조건 : $\dfrac{\left(\frac{1}{5}\right)}{\left(\frac{a}{5}\right)}=\dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{b}{3}\right)}\neq\dfrac{1}{1}$

$\frac{1}{a}=\frac{1}{b},\ a=b$

$\frac{x}{5}+\frac{y}{3}=1$에 점 $(a,\ b)$를 대입하면

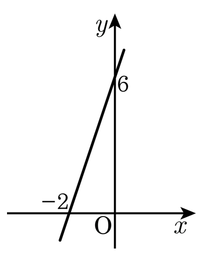
$\frac{a}{5}+\frac{b}{3}=1$

$\frac{3a+5b}{15}=1,\ 3a+5b=15$

$a=b$이므로 $3a+5a=15$에서 $8a=15$

$\therefore\ a=b=\frac{15}{8},\ a+b=\frac{15}{4}$

3. 일차방정식 $(-2+a)x+y-4+b=0$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

ⅰ) y절편이 6이므로 점 $(0,\ 6)$을 일차방정식 $(-2+a)x+y-4+b=0$에 대입하면
$b=-2$이다.
ⅱ) x절편이 -2이므로 점 $(-2,\ 0)$을 일차방정식 $(-2+a)x+y-4+b=0$에 대입하면
$4-2a-4+b=0$, $-2a-2=0$, $a=-1$이다.
ⅰ), ⅰ)에 의하여 $a=-1$, $b=-2$이므로
$a+b=-3$이다.

4. 좌표평면 위에 네 점 A(2, 6), B(2, 3), C(4, 3), D(4, 6)을 꼭지점으로 하는 사각형이 있다. 일차함수 $y = ax + 1$의 그래프가 이 사각형과 만나도록 하는 a의 값의 범위로 맞는 것을 고르면?

① $\frac{1}{2} \le a \le \frac{5}{2}$　　② $\frac{3}{2} \le a \le \frac{7}{2}$　　③ $2 \le a \le 4$

④ $\frac{5}{2} \le a \le \frac{9}{2}$　　⑤ $3 \le a \le 5$

해설

$y = ax + 1$은 점 (0, 1)을 지나고 A와 C 사이를 오가야 한다.

점 (0, 1), 점 (2, 6)을 지날 때 $a = \frac{5}{2}$

점 (0, 1), 점 (4, 3)을 지날 때 $a = \frac{1}{2}$

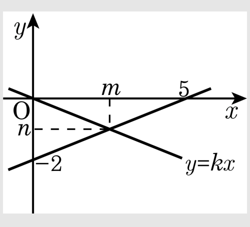
5. x절편이 5, y절편이 -2인 직선과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y=kx$의 그래프가 이등분할 때, k의 값은?

① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $-\frac{2}{5}$ ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

x, y절편이 각각 5, -2이므로 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times 5\times 2=5$이다.



두 직선의 교점의 x좌표를 m이라고 하면

$\frac{1}{2}\times 2\times m=5\times\frac{1}{2}$에서 $m=\frac{5}{2}$

교점의 y좌표를 n이라고 하면

$\frac{1}{2}\times 5\times(-n)=5\times\frac{1}{2}$에서 $n=-1$

$k=\frac{-1}{\frac{5}{2}}=-\frac{2}{5}$

6. 9 명의 학생 중 3 명을 선발하는 데, 여학생과 남학생이 최소 1 명 이상이 되게 선발하려고 한다. 이러한 방법의 가짓수가 63 가지일 때, 9 명 중 여학생 수와 남학생 수의 차를 구하여라.

▶ 답 : ______ 명

▷ 정답 : 3 명

해설

여학생과 남학생이 최소 1 명 이상이 되게 선발되는 사건은 3 명 모두 남자가 선출되는 사건과 3 명 모두 여자가 선출되는 사건의 여사건이다.
남자 회원 수를 x 라 하면, 여자 회원의 수는 $9-x$ 이고
남녀구분 없이 3 명이 선발되는 경우의 수는 $\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=$ 84(가지) 이고
3 명 모두 남자가 뽑히는 경우의 수는 $\frac{x(x-1)(x-2)}{3\times2\times1}$(가지) 이고
3 명 모두 여자가 뽑히는 경우의 수는 $\frac{(9-x)(8-x)(7-x)}{3\times2\times1}$(가지) 이다.

$$84-\left\{\frac{x(x-1)(x-2)}{3\times2\times1}+\frac{(9-x)(8-x)(7-x)}{3\times2\times1}\right\}=63$$

$$\frac{x(x-1)(x-2)+(9-x)(8-x)(7-x)}{3\times2\times1}=21$$

$$x^2-9x+18=0$$

$(x-3)(x-6)=0$, x 는 $0<x\le9$ 인 자연수이므로 식을 만족하는 x 의 값은 3 또는 6 이다.
따라서 남학생의 수가 3 명일 때는 여학생의 수는 6 명이고, 여학생의 수가 6 명일 때는 남학생의 수는 3 명이므로 차는 $6-3=3$ (명) 이다.

7. 1 ~ 9 까지 숫자가 각각 적힌 9 장의 카드에서 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 정수의 개수는?

① 64 개　　② 72 개　　③ 81 개
④ 100 개　　⑤ 120 개

해설

십의 자리에는 1 ~ 9까지의 숫자 중에서 어느 하나를 뽑아도 되므로 9 가지가 있고, 일의 자리에는 1 ~ 9까지의 숫자 중에서 십의 자리에서 사용한 하나를 제외한 8가지가 있으므로 모두 $9 \times 8 = 72$ (개)이다.

8. 동전을 6회 던져서 n회째 동전이 앞면이면 $X_n = 1$이라 하고, 뒷면이면 $X_n = -1$ 이라고 하자. $S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ $(1 \le n \le 6)$이라고 할 때, $S_2 \ne 0$이고, $S_6 = 2$일 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 7가지

해설

$S_6 = 2$일 때 앞면은 네 번, 뒷면은 두 번 나와야 하고, $S_2 \ne 0$이므로 처음 두 번은 (앞, 앞) 또는 (뒤, 뒤) 여야 한다.
처음 두 번 모두 앞면이 나오는 경우 :
$\dfrac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1) \times (2 \times 1)} = 6$(가지)
처음 두 번이 모두 뒷면이 나오는 경우 : 1(가지)
$\therefore\ 6 + 1 = 7$(가지)

9. 9 단으로 된 계단을 1 단 또는 3 단씩 오를 때, 이 계단을 오르는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 19 가지

해설

1 단씩 x 번, 3 단씩 y 번 오른다고 하면
$x+3y=9(x \geq 0,\ y \geq 0)$
(1) 3 단씩 0 번 오른 경우 $x=9, y=0$ 인 1 가지
(2) 3 단씩 1 번 오른 경우 $x=6, y=1$ 인 경우 $\frac{7!}{6!}=7$ (가지)
(3) 3 단씩 2 번 오른 경우 $x=3, y=2$ 인 경우 $\frac{5!}{3! \times 2!}=10$ (가지)
(4) 3 단씩 3 번 오른 경우 $x=0, y=3$ 인 경우 1 가지
따라서 구하는 경우의 수는 $1+7+10+1=19$ (가지) 이다.

10. A, B, C 3개의 동전을 동시에 던질 때, 다음 중 확률이 $\frac{1}{2}$ 이 되는 것은?

① 3개 모두 앞면이 나올 확률
② 앞면이 1개만 나올 확률
③ 앞면이 2개 이상 나올 확률
④ 뒷면이 2개만 나올 확률
⑤ 뒷면이 적어도 1개 나올 확률

해설

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

11. 다섯 장의 카드의 뒷면에 2, 3, 4, 5, 6가 각각 쓰여져 있다. 카드를 한 장 뽑아 그 카드에 쓰여진 숫자를 a 라 한다. 분수 $\frac{1}{a}$ 을 소수로 나타낼 때 순환소수로 나타내어질 확률은?

① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$\frac{1}{2} = 0.5$,$\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$,$\frac{1}{4} = 0.25$,$\frac{1}{5} = 0.2$.$\frac{1}{6} = 0.1\dot{6}$ 이므로
$a = 3$ 또는 6 일 때 순환소수가 된다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}$ 가 된다.

12. 2학년 1반과 3반 대표가 농구 시합을 하였다. 다음 상황을 읽고 3반이 1반을 이길 확률을 구하면?

> ㉠ 현재 1반이 3반을 65 : 64 로 앞서 있다.
>
> ㉡ 경기 종료와 동시에 3반 회장이 3점슛을 넣다가 파울을 얻어 자유투 3개를 얻게 되었다.
>
> ㉢ 회장의 자유투 성공률은 60% 이다.
>
> ㉣ 자유투 1개를 성공시키면 1점 씩 올라간다.
>
> ㉤ 연장전은 없으며, 회장이 자유투 3개를 모두 던지고 나면 경기가 종료된다.

① $\frac{18}{125}$ (14.4%) ② $\frac{9}{25}$ (36%) ③ $\frac{54}{125}$ (43.2%)
④ $\frac{3}{5}$ (60%) ⑤ $\frac{81}{125}$ (64.8%)

해설

3반이 1반을 이기기 위해서는 회장이 자유투 3개 중에 2개를 성공시키거나 3개 모두 성공시키면 된다.

(1) 3개 중 2개를 성공시킬 확률

$\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{18}{125}$

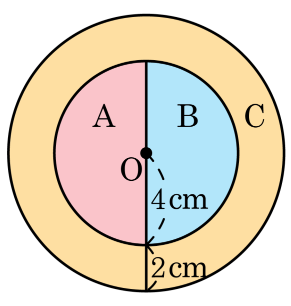
이럴 경우가 (성공, 성공, 실패), (성공, 실패, 성공), (실패, 성공, 성공) 의 3가지가 있으므로, $\frac{18}{125} \times 3 = \frac{54}{125}$

(2) 3개 모두 성공시킬 확률은

$\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{27}{125}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{54}{125} + \frac{27}{125} = \frac{81}{125}$

13. 다음 그림과 같은 과녁에 화살을 두 번 쏜다고 한다. 첫 번째 화살은 A 영역을, 두 번째 화살은 C 영역을 맞힐 확률은? (단, 점 O 는 과녁의 중심이고, 화살은 과녁을 벗어나지 않는다.)



① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{10}{81}$ ③ $\frac{11}{81}$ ④ $\frac{4}{27}$ ⑤ $\frac{13}{81}$

해설

전체 과녁의 넓이는 36π 이고, A 과녁의 넓이가 8π 이므로

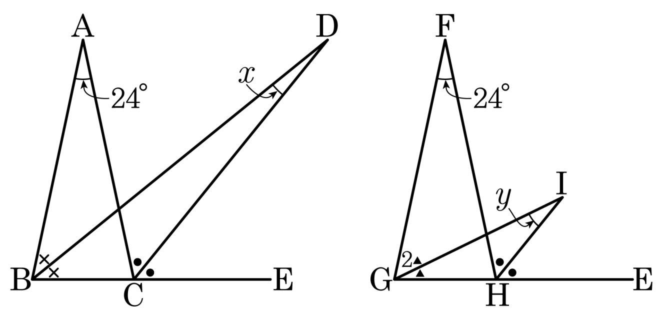
첫 번째 화살이 A 과녁에 맞힐 확률은 $\frac{8\pi}{36\pi} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$ 이고,

C 과녁의 넓이가 $36\pi - 16\pi = 20\pi$ 이므로

두 번째 화살이 C 과녁을 맞힐 확률은 $\frac{20\pi}{36\pi} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$ 이다.

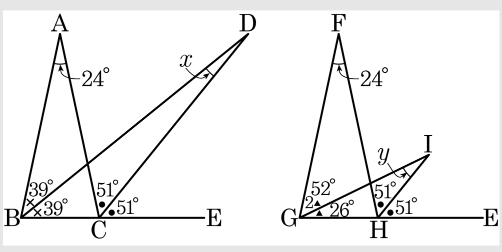
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{10}{81}$ 이다.

14. $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{FG}=\overline{FH}$ 인 $\triangle ABC, \triangle FGH$ 가 있다. $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라 하고, $\angle H$ 의 외각의 이등분선과 $\angle G$ 를 그림과 같이 $2:1$ 로 나눈 선의 교점을 I 라고 한다. $\angle A=\angle F=24°$ 일 때, x와 y의 차는?



① 13°　② 14°　③ 15°　④ 16°　⑤ 17°

해설

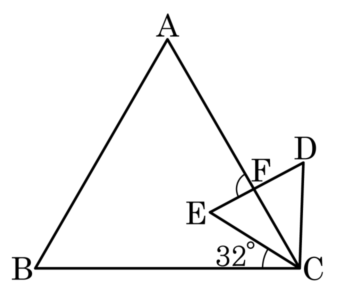


삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이고 $\angle BCD$ 와 $\angle GHI$ 의 크기는 같으므로

x 와 y 의 차는 $\angle DBC-\angle IGH$ 와 같다.

따라서 x 와 y 의 차는 $39°-26°=13°$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 정삼각형이다. $\angle ECB = 32°$ 일 때, $\angle AFE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _______ °

▷ 정답 : 88°

해설

$\angle ACB = 60°$ 이므로
$\angle ECF = 60° - 32° = 28°$
$\angle AFE = 28° + 60° = 88°$