

1. 두 일차함수 $y = ax + 3$ 과 $y = bx - \frac{b}{2}$ 의 그래프가 일치할 때, $y = ax + b$ 의 그래프의 x 절편과 y 절편의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

일치할 조건에서

$$a = b, 3 = -\frac{b}{2}, b = -6, a = -6$$

$$y = ax + b = -6x - 6$$

$$x\text{절편} : -6x - 6 = 0, x = -1$$

$$y\text{절편} : -6$$

$$\therefore -1 - 6 = -7$$

2. 직선 $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$ 과 직선 $\frac{a}{5}x + \frac{b}{3}y = 1$ 이 평행하고 점 (a, b) 는 직선 $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$ 위의 점일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{15}{4}$

해설

$$\text{평행일 조건 : } \frac{\left(\frac{1}{5}\right)}{\left(\frac{a}{5}\right)} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{b}{3}\right)} \neq \frac{1}{1}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{b}, a = b$$

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1 \text{ 에 점 } (a, b) \text{ 를 대입하면}$$

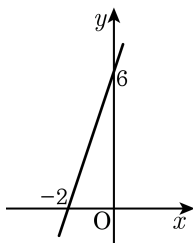
$$\frac{a}{5} + \frac{b}{3} = 1$$

$$\frac{3a + 5b}{15} = 1, 3a + 5b = 15$$

$$a = b \text{ 이므로 } 3a + 5a = 15 \text{ 에서 } 8a = 15$$

$$\therefore a = b = \frac{15}{8}, a + b = \frac{15}{4}$$

3. 일차방정식 $(-2+a)x + y - 4 + b = 0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

i) y 절편이 6이므로 점 $(0, 6)$ 을 일차방정식 $(-2+a)x + y - 4 + b = 0$ 에 대입하면

$b = -2$ 이다.

ii) x 절편이 -2이므로 점 $(-2, 0)$ 을 일차방정식 $(-2+a)x + y - 4 + b = 0$ 에 대입하면

$4 - 2a - 4 + b = 0$, $-2a - 2 = 0$, $a = -1$ 이다.

i), i)에 의하여 $a = -1$, $b = -2$ 이므로
 $a + b = -3$ 이다.

4. 좌표평면 위에 네 점 A(2, 6), B(2, 3), C(4, 3), D(4, 6)을 꼭지점으로 하는 사각형이 있다. 일차함수 $y = ax + 1$ 의 그래프가 이 사각형과 만나도록 하는 a 의 값의 범위로 맞는 것을 고르면?

① $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}$

④ $\frac{5}{2} \leq a \leq \frac{9}{2}$

② $\frac{3}{2} \leq a \leq \frac{7}{2}$

③ $2 \leq a \leq 4$

⑤ $3 \leq a \leq 5$

해설

$y = ax + 1$ 은 점 (0, 1)을 지나고 A와 C 사이를 오가야 한다.

점 (0, 1), 점 (2, 6)을 지날 때 $a = \frac{5}{2}$

점 (0, 1), 점 (4, 3)을 지날 때 $a = \frac{1}{2}$

5. x 절편이 5, y 절편이 -2 인 직선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y = kx$ 의 그래프가 이등분할 때, k 의 값은?

① $-\frac{4}{5}$

② $-\frac{3}{5}$

③ $-\frac{2}{5}$

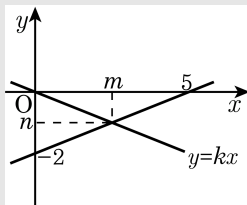
④ $-\frac{1}{5}$

⑤ $\frac{1}{5}$

해설

x , y 절편이 각각 5, -2 이므로 넓이를 구하면

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5 \text{ 이다.}$$



두 직선의 교점의 x 좌표를 m 이라고 하면

$$\frac{1}{2} \times 2 \times m = 5 \times \frac{1}{2} \text{ 에서 } m = \frac{5}{2}$$

교점의 y 좌표를 n 이라고 하면

$$\frac{1}{2} \times 5 \times (-n) = 5 \times \frac{1}{2} \text{ 에서 } n = -1$$

$$k = \frac{-1}{\frac{5}{2}} = -\frac{2}{5}$$

6. 9 명의 학생 중 3 명을 선발하는 데, 여학생과 남학생이 최소 1 명이상이 되게 선발하려고 한다. 이러한 방법의 가짓수가 63 가지일 때, 9 명 중 여학생 수와 남학생 수의 차를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 3 명

해설

여학생과 남학생이 최소 1 명이상이 되게 선발되는 사건은 3 명 모두 남자가 선출되는 사건과 3 명 모두 여자가 선출되는 사건의 여사건이다.

남자 회원 수를 x 라 하면, 여자 회원의 수는 $9 - x$ 이고

남녀구분 없이 3 명이 선발되는 경우의 수는 $\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$ (가지) 이고

3 명 모두 남자가 뽑히는 경우의 수는 $\frac{x(x-1)(x-2)}{3 \times 2 \times 1}$ (가지) 이고

3 명 모두 여자가 뽑히는 경우의 수는 $\frac{(9-x)(8-x)(7-x)}{3 \times 2 \times 1}$ (가지)

이다.

$$84 - \left\{ \frac{x(x-1)(x-2)}{3 \times 2 \times 1} + \frac{(9-x)(8-x)(7-x)}{3 \times 2 \times 1} \right\} = 63$$

$$\frac{x(x-1)(x-2) + (9-x)(8-x)(7-x)}{3 \times 2 \times 1} = 21$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$(x-3)(x-6) = 0$, x 는 $0 < x \leq 9$ 인 자연수이므로 식을 만족하는 x 의 값은 3 또는 6 이다.

따라서 남학생의 수가 3 명일 때는 여학생의 수는 6 명이고, 여학생의 수가 6 명일 때는 남학생의 수는 3 명이므로 차는 $6 - 3 = 3$ (명) 이다.

7. 1 ~ 9 까지 숫자가 각각 적힌 9 장의 카드에서 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 정수의 개수는?

① 64 개

② 72 개

③ 81 개

④ 100 개

⑤ 120 개

해설

십의 자리에는 1 ~ 9까지의 숫자 중에서 어느 하나를 뽑아도 되므로 9 가지가 있고, 일의 자리에는 1 ~ 9까지의 숫자 중에서 십의 자리에서 사용한 하나를 제외한 8가지가 있으므로 모두 $9 \times 8 = 72$ (개)이다.

8. 동전을 6회 던져서 n 회째 동전이 앞면이면 $X_n = 1$ 이라 하고, 뒷면이면 $X_n = -1$ 이라고 하자. $S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ ($1 \leq n \leq 6$)이라고 할 때, $S_2 \neq 0$ 이고, $S_6 = 2$ 일 경우의 수를 구하여라.



답 :

가지



정답 : 7가지

해설

$S_6 = 2$ 일 때 앞면은 네 번, 뒷면은 두 번 나와야 하고, $S_2 \neq 0$ 이므로 처음 두 번은 (앞, 앞) 또는 (뒤, 뒤)여야 한다.

처음 두 번 모두 앞면이 나오는 경우 :

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1) \times (2 \times 1)} = 6(\text{가지})$$

처음 두 번이 모두 뒷면이 나오는 경우 : 1(가지)

$$\therefore 6 + 1 = 7(\text{가지})$$

9. 9 단으로 된 계단을 1 단 또는 3 단씩 오를 때, 이 계단을 오르는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 19가지

해설

1 단씩 x 번, 3 단씩 y 번 오른다고 하면

$$x + 3y = 9 (x \geq 0, y \geq 0)$$

(1) 3 단씩 0 번 오른 경우 $x = 9, y = 0$ 인 1 가지

(2) 3 단씩 1 번 오른 경우 $x = 6, y = 1$ 인 경우 $\frac{7!}{6!} = 7$ (가지)

(3) 3 단씩 2 번 오른 경우 $x = 3, y = 2$ 인 경우 $\frac{5!}{3! \times 2!} = 10$
(가지)

(4) 3 단씩 3 번 오른 경우 $x = 0, y = 3$ 인 경우 1 가지

따라서 구하는 경우의 수는 $1 + 7 + 10 + 1 = 19$ (가지)이다.

10. A, B, C 3개의 동전을 동시에 던질 때, 다음 중 확률이 $\frac{1}{2}$ 이 되는 것은?

- ① 3개 모두 앞면이 나올 확률
- ② 앞면이 1개만 나올 확률
- ③ 앞면이 2개 이상 나올 확률
- ④ 뒷면이 2개만 나올 확률
- ⑤ 뒷면이 적어도 1개 나올 확률

해설

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

11. 다섯 장의 카드의 뒷면에 2, 3, 4, 5, 6가 각각 쓰여져 있다. 카드를 한 장 뽑아 그 카드에 쓰여진 숫자를 a 라 한다. 분수 $\frac{1}{a}$ 을 소수로 나타낼 때 순환소수로 나타내어질 확률은?

- ① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$$\frac{1}{2} = 0.5, \frac{1}{3} = 0.\dot{3}, \frac{1}{4} = 0.25, \frac{1}{5} = 0.2, \frac{1}{6} = 0.1\dot{6} \text{ 이므로}$$

$a = 3$ 또는 6일 때 순환소수가 된다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}$ 가 된다.

12. 2학년 1반과 3반 대표가 농구시합을 하였다. 다음 상황을 읽고 3반이 1반을 이길 확률을 구하면?

- ㉠ 현재 1반이 3반을 65 : 64 로 앞서 있다.
 ㉡ 경기 종료와 동시에 3반 회장이 3점슛을 넣다가 파울을 얻어 자유투 3개를 얻게 되었다.
 ㉢ 회장의 자유투 성공률은 60% 이다.
 ㉣ 자유투 1개를 성공시키면 1점씩 올라간다.
 ㉤ 연장전은 없으며, 회장이 자유투 3개를 모두 던지고 나면 경기가 종료된다.

① $\frac{18}{125}$ (14.4%)

② $\frac{9}{25}$ (36%)

③ $\frac{54}{125}$ (43.2%)

④ $\frac{3}{5}$ (60%)

⑤ $\frac{81}{125}$ (64.8%)

해설

3반이 1반을 이기기 위해서는 회장이 자유투 3개 중에 2개를 성공시키거나 3개 모두 성공시키면 된다.

(1) 3개 중 2개를 성공시킬 확률

$$\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{18}{125}$$

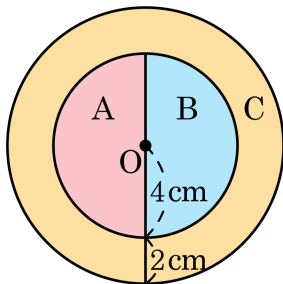
이럴 경우가 (성공, 성공, 실패), (성공, 실패, 성공), (실패, 성공, 성공)의 3가지가 있으므로, $\frac{18}{125} \times 3 = \frac{54}{125}$

(2) 3개 모두 성공시킬 확률은

$$\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{27}{125}$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{54}{125} + \frac{27}{125} = \frac{81}{125}$

13. 다음 그림과 같은 과녁에 화살을 두 번 쏜다고 한다. 첫 번째 화살은 A 영역을, 두 번째 화살은 C 영역을 맞힐 확률은? (단, 점 O는 과녁의 중심이고, 화살은 과녁을 벗어나지 않는다.)



① $\frac{1}{9}$

② $\frac{10}{81}$

③ $\frac{11}{81}$

④ $\frac{4}{27}$

⑤ $\frac{13}{81}$

해설

전체 과녁의 넓이는 36π 이고, A 과녁의 넓이가 8π 이므로

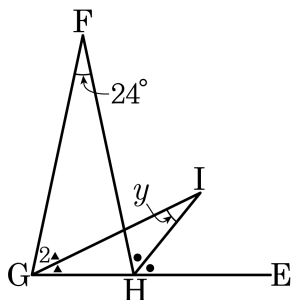
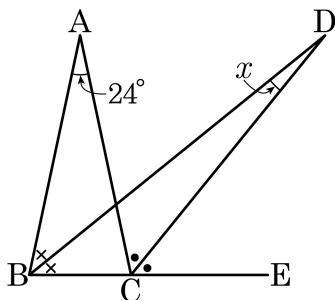
첫 번째 화살이 A 과녁에 맞힐 확률은 $\frac{8\pi}{36\pi} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$ 이고,

C 과녁의 넓이가 $36\pi - 16\pi = 20\pi$ 이므로

두 번째 화살이 C 과녁을 맞힐 확률은 $\frac{20\pi}{36\pi} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$ 이다.

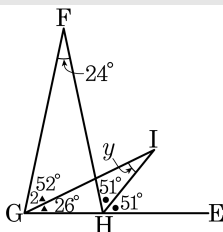
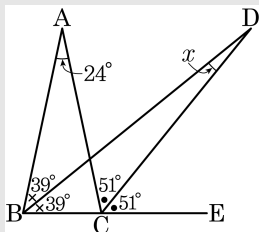
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{10}{81}$ 이다.

14. $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{FG} = \overline{FH}$ 인 $\triangle ABC, \triangle FGH$ 가 있다. $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라 하고, $\angle H$ 의 외각의 이등분선과 $\angle G$ 를 그림과 같이 2 : 1 로 나눈 선의 교점을 I 라고 한다. $\angle A = \angle F = 24^\circ$ 일 때, x 와 y 의 차는?



- ① 13° ② 14° ③ 15° ④ 16° ⑤ 17°

해설

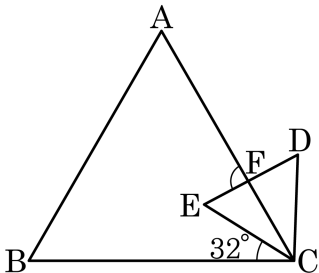


삼각형의 내각의 합은 180° 이고 $\angle BCD$ 와 $\angle GHI$ 의 크기는 같으므로

x 와 y 의 차는 $\angle DBC - \angle IGH$ 와 같다.

따라서 x 와 y 의 차는 $39^\circ - 26^\circ = 13^\circ$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 정삼각형이다. $\angle ECB = 32^\circ$ 일 때, $\angle AFE$ 의 크기를 구하여라.



답 :

°
—



정답 : 88°

해설

$\angle ACB = 60^\circ$ 이므로

$\angle ECF = 60^\circ - 32^\circ = 28^\circ$

$\angle AFE = 28^\circ + 60^\circ = 88^\circ$