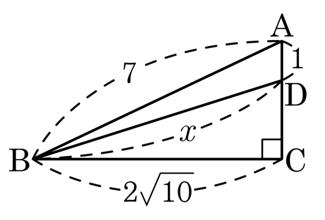
1. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.

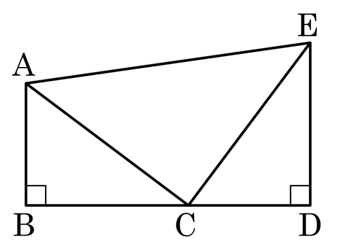


① 6 ② $3\sqrt{10}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{11}$

해설

$\triangle$ABC 에서 $(\overline{\mathrm{CD}}+1)^2+(2\sqrt{10})^2=7^2$
$(\overline{\mathrm{CD}}+1)^2=49-40=9$
$\overline{\mathrm{CD}}+1=3, \overline{\mathrm{CD}}=2$
$\triangle$DBC 에서 $x^2=2^2+(2\sqrt{10})^2=4+40=44$
$\therefore x=2\sqrt{11}$

2. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다.$\angle$ACE 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 90°

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\angle BAC = \angle ECD, \angle ACB = \angle CED$, $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이다.
또, $\angle BAC + \angle ACB = 90°$ 이므로,
$\angle ECD + \angle ACB = 90°$ 이다.
따라서 $\angle ECD + \angle ACE + \angle ACB = 180°$ 이므로 $\angle ACE = 90°$ 이다.

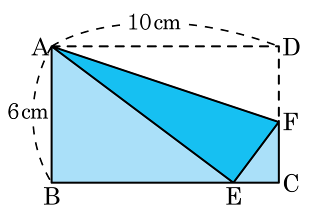
3. 두 변의 길이가 6 cm, 7 cm 인 직각삼각형에서 남은 한 변의 길이를 모두 고르면? (정답 2개)

① 8 cm ② $\sqrt{13}$ cm ③ 13 cm
④ $5\sqrt{3}$ cm ⑤ $\sqrt{85}$ cm

해설

직각삼각형에서 세변의 길이를 $6, 7, x$ 라고 두자.
7을 가장 긴 변으로 하면
$7^2 = 6^2 + x^2$ 에서
$x^2 = 7^2 - 6^2 = 13$ $\therefore x = \sqrt{13}$
x 를 가장 긴 변으로 하면
$x = \sqrt{7^2 + 6^2} = \sqrt{85}$
$\therefore x = \sqrt{13}$ 또는 $\sqrt{85}$ (cm)

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$ 인 직사각형 모양의 종이를 점 D 가 $\overline{BC}$ 위에 오도록 접었을 때, $\overline{BE}$ 의 길이는?

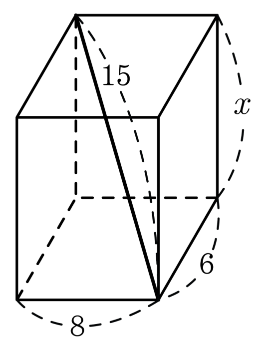


① $2\sqrt{2}\,\text{cm}$ ② $8\,\text{cm}$ ③ $2\sqrt{3}\,\text{cm}$
④ $5\,\text{cm}$ ⑤ $7\,\text{cm}$

해설

$\overline{AE} = \overline{AD}$ 이므로 피타고라스 정리에서
$\overline{BE} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8(\,\text{cm})$

5. 다음 직육면체에서 x 의 값을 구하여라.



① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

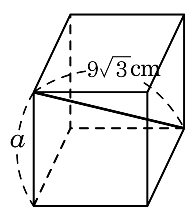
해설

$15 = \sqrt{6^2 + 8^2 + x^2}$

$225 = 36 + 64 + x^2$, $x^2 = 125$

$x > 0$ 이므로 $x = 5\sqrt{5}$

6. 대각선의 길이가 $9\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하면?

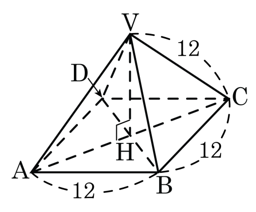


① $6\,\mathrm{cm}$ ② $6\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ ③ $9\,\mathrm{cm}$
④ $9\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $18\,\mathrm{cm}$

해설

한 변의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{a^2+a^2+a^2} = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$ 이므로
$a\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ 으로 두면 $a = 9\,\mathrm{cm}$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 정사각뿔의 꼭짓점 V에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{VH}$의 길이는?



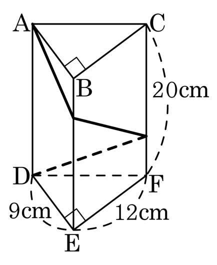
① $12\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $36\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$\overline{CH} = \overline{AC} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{2}$

$\triangle VHC$ 에서 $\overline{VH} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

8. 다음 삼각기둥은 밑면이 직각삼각형이고 직각을 낀 두 변의 길이가 9cm, 12cm 이다. 높이가 20cm 인 이 도형의 꼭짓점 A 에서 실을 감아 모서리 BE, CF 를 거쳐 꼭짓점 D 에 이르는 가장 짧은 실의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{106}$ cm

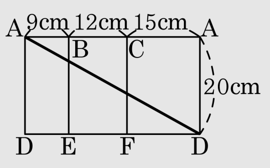
해설

$\overline{DF} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$

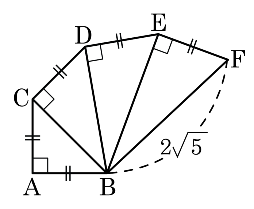
$\overline{AD} = \sqrt{20^2 + (9 + 12 + 15)^2}$

$= \sqrt{400 + 1296} = \sqrt{1696}$

$= 4\sqrt{106}(\text{cm})$



9. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BF}} = 2\sqrt{5}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



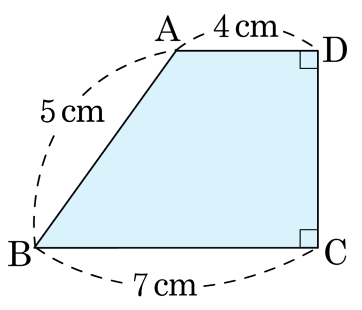
▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = a$라 두면
$\overline{\mathrm{BF}} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$, $a = 2$이다.

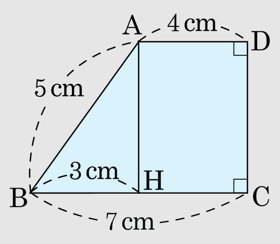
10. 다음 그림에서 □ABCD 가 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 인 사다리꼴일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답： cm

▷ 정답： $\sqrt{65}$ cm

해설

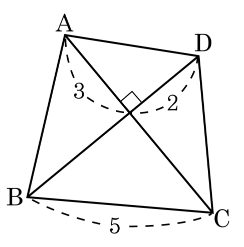


꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 로 수선의 발을 H 라 하자. △ABH 에서 피타고라스 정리를 이용하면

$\overline{AH} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$ 가 된다.

$\overline{BD} = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{65}(\text{cm})$

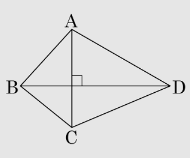
11. 다음 그림과 같이 □ABCD 의 두 대각선이 직교할 때, $\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2$ 의 값은?



① 34　　② 35　　③ 36

④ 37　　⑤ 38

해설

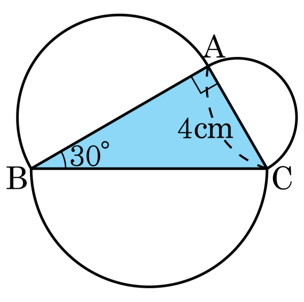


대각선이 수직인 사각형에서는 다음 관계가 성립한다. $\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2=\overline{\mathrm{BC}}^2+\overline{\mathrm{DA}}^2$

$\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2=(\sqrt{13})^2+5^2=38$

12. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$ $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

$\overline{AB} = 4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$, $\overline{BC} = 8(\mathrm{cm})$

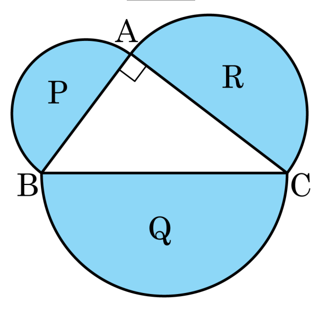
(색칠한 부분의 넓이) = ($\triangle$ABC의 넓이)

$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4$

$= 8\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

13. 다음 보기에 주어진 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 P, Q, R 라 하자.

보기



$\mathrm{P} = \frac{9}{2}\pi\mathrm{cm}^2, \mathrm{Q} = \frac{25}{2}\pi\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이를 구하면?

① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$\mathrm{R} = \mathrm{Q} - \mathrm{P}$ 이다.

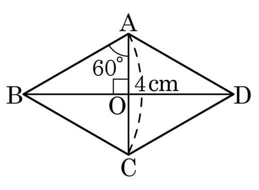
$\mathrm{R} = \frac{25}{2}\pi - \frac{9}{2}\pi = 8\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이므로

$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{2}\right)^2 = 8\pi$ 에서

$\overline{\mathrm{AC}}^2 = 64$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{AC}} = 8\mathrm{cm}(\because \overline{\mathrm{AC}} > 0)$ 이다.

14. 다음 마름모 ABCD 에서 $\angle BAO = 60°$ 이고 $\overline{AC} = 4\,cm$ 일 때, 마름모의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad cm^2}$

▷ 정답 : $8\sqrt{3}\,\underline{cm^2}$

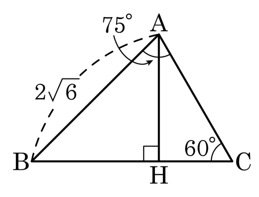
해설

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로

$\overline{BO} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}\,(cm)$ 이다.

따라서 마름모의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4 \times 2 = 8\sqrt{3}(cm^2)$ 이다.

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 75°$, $\angle C = 60°$ 일 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6 + 2\sqrt{3}$

해설

$\angle BAH = 75° - 30° = 45° = \angle HBA$

$\overline{AH} = \overline{BH} = 2\sqrt{3}$, $\overline{HC} = 2$, $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC} = 2\sqrt{3} + 2$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (2\sqrt{3} + 2) \times 2\sqrt{3} = 6 + 2\sqrt{3}$

16. 좌표평면 위의 두 점 A, B 의 좌표는 다음과 같다. 두 점 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때 알맞은 a 의 값을 모두 고르면?

$\mathrm{A}(3,\ 2a+2),\ \mathrm{B}(a+1,\ 2)$

① 1 ② -2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(3-a-1)^2+(2a+2-2)^2}$

$= \sqrt{(2-a)^2+(2a)^2} = \sqrt{5}$

양변을 제곱하면 $(2-a)^2+4a^2=5$

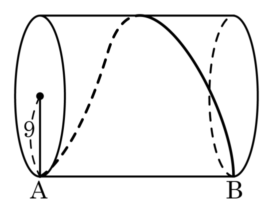
$4-4a+a^2+4a^2=5$

$5a^2-4a-1=0$

$(a-1)(5a+1)=0$

따라서 $a=1$ 또는 $a=-\frac{1}{5}$ 이다.

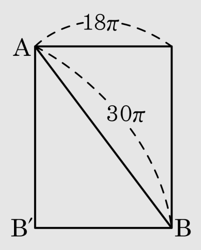
17. 다음 그림은 점 A 를 지나 원기둥의 옆면을 따라 점 B 까지 가는 최단 거리가 30π 인 원기둥이다. 이 원기둥의 밑면의 반지름의 길이가 9 라고 할 때, 원기둥의 높이 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이는?



① 21π ② 22π ③ 23π ④ 24π ⑤ 25π

해설

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AB'}} &= \sqrt{(30\pi)^2-(18\pi)^2}\\ &= \sqrt{900\pi^2-324\pi^2}\\ &= \sqrt{576\pi^2}\\ &= 24\pi\end{aligned}$$



18. 대각선의 길이가 15 인치인 LCD 모니터를 구입하였다. 모니터 화면의 가로, 세로의 비가 $4:3$ 일 때, 모니터의 가로와 세로의 길이를 더하여라.

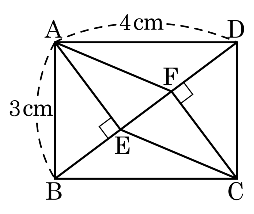
▶ 답: 인치

▷ 정답: 21인치

해설

가로의 길이를 $4x$ 라고 하면 세로의 길이는 $3x$ 이고
피타고라스 정리에 따라
$(4x)^2 + (3x)^2 = 15^2$
$25x^2 = 225$
$x^2 = 9$
$x > 0$ 이므로 $x = 3$
따라서 가로의 길이는 12 인치, 세로의 길이는 9 인치이므로
가로와 세로의 길이의 합은 21 인치이다.

19. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 의 넓이는?



① $\frac{8}{5}\,\text{cm}^2$　② $\frac{84}{25}\,\text{cm}^2$　③ $12\,\text{cm}^2$
④ $11\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　⑤ $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{\text{BD}} = \sqrt{3^2+4^2} = 5(\text{cm})$

$5 \times \overline{\text{AE}} = 3 \times 4$

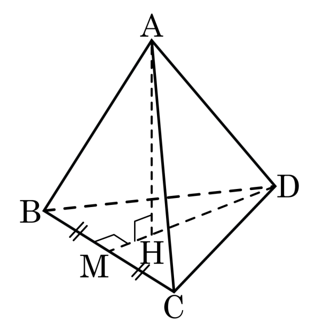
$\therefore \overline{\text{AE}} = \frac{12}{5}\ \text{cm}$

$\overline{\text{BE}} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}\ (\text{cm})$

$\overline{\text{BE}} = \overline{\text{DF}}$ 이므로 $\overline{\text{EF}} = 5 - 2 \times \frac{9}{5} = \frac{7}{5}\ (\text{cm})$

$\therefore\ \square\text{AECF} = \frac{12}{5} \times \frac{7}{5} = \frac{84}{25}(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12cm 인 정사면체이다. 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고 $\overline{AH}$ 는 정사면체의 높이일 때, $\triangle AMH$ 의 넓이를 구하여라.



① $12\sqrt{2}\text{cm}^2$　② $13\sqrt{2}\text{cm}^2$　③ $14\sqrt{2}\text{cm}^2$
④ $15\sqrt{2}\text{cm}^2$　⑤ $16\sqrt{2}\text{cm}^2$

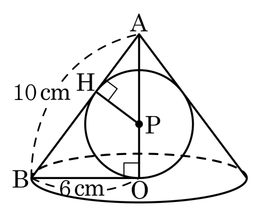
해설

$\overline{AH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(\text{cm})$

$\overline{MH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times \frac{1}{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

$(\therefore\ \triangle AMH$의 넓이$) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2}$

21. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 6cm, 모선의 길이가 10cm 인 원뿔에 내접하는 구가 있다. 이 구의 반지름의 길이는?



① 3cm　　② 45cm　　③ 15cm

④ $15\sqrt{3}$cm　　⑤ $\frac{45}{16}$cm

해설

$\overline{AO} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

내접한 구의 반지름의 길이를 x라 두면

$\overline{OP} = x = \overline{HP}$, $\overline{AP} = 8 - x$ 이다.

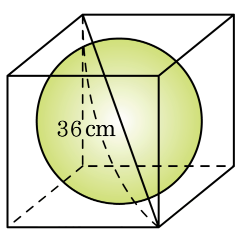
$\triangle AHP \backsim \triangle AOB$ 이므로 ($\because \angle HAP$를 공유)

$\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{HP} : \overline{BO}$

$8 - x : 10 = x : 6$

$x = 3\,(\text{cm})$

22. 대각선 길이가 36 cm 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\mathrm{cm}^3}$

▷ 정답 : $864\sqrt{3}\pi\,\underline{\mathrm{cm}^3}$

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면

$\sqrt{3}a = 36 \qquad \therefore\ a = 12\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

(구의 반지름의 길이) $= 6\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

(구의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times \left(6\sqrt{3}\right)^3 = 864\sqrt{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

23. $\angle C = 90°$, $\overline{AB} = 10$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 C 에서 빗변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 BCH 의 둘레의 길이는 삼각형 ACH 의 둘레의 길이의 2 배이다. 이때 삼각형 ABC 의 넓이가 40 일 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $10 + 6\sqrt{5}$

해설

삼각형 BCH 의 둘레의 길이는 $2a$, 삼각형 CCH 의 둘레의 길이는 a 라 하면,
$\triangle ABC \backsim \triangle ACH \backsim \triangle ABH$
$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로
($\triangle$ABC의 둘레의 길이)^2
= ($\triangle$BCH의 둘레의 길이)^2
+ ($\triangle$ACH의 둘레의 길이)^2 에 의해
($\triangle$ABC의 둘레의 길이)$^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2$
따라서 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는 $a\sqrt{5}$ 이다.
이때, $\overline{CH} = (a + 2a) - a\sqrt{5} = a(3 - \sqrt{5})$
삼각형 ABC 의 넓이는
$\frac{1}{2}a(3 - \sqrt{5}) \times 10 = 5(3 - \sqrt{5})a = 40$
$\therefore\ a = 2(3 + \sqrt{5})$
따라서 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는 $2(3 + \sqrt{5})\sqrt{5} = 10 + 6\sqrt{5}$ 이다.

24. $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 무게중심을 G 라 할 때, $\overline{BG^2} + \overline{CG^2} = 20$ 이다. 이때 선분 AG 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점을 각각 D, E, F 라 하면

$$\begin{aligned}\overline{BG^2} &= \left(\frac{2}{3}\overline{BF}\right)^2 = \frac{4}{9}\overline{BF^2}\\ &= \frac{4}{9}\left\{\overline{AB^2} + \left(\frac{1}{2}\overline{AC}\right)^2\right\}\\ &= \frac{4}{9}\left(\overline{AB^2} + \frac{1}{4}\overline{AC}^2\right) \cdots ㉠\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{CG^2} &= \left(\frac{2}{3}\overline{CD}\right)^2 = \frac{4}{9}\overline{CD^2}\\ &= \frac{4}{9}\left\{\overline{AC^2} + \left(\frac{1}{2}\overline{AB}\right)^2\right\}\\ &= \frac{4}{9}\left(\overline{AC^2} + \frac{1}{4}\overline{AB^2}\right) \cdots ㉡\end{aligned}$$

㉠, ㉡에서

$\overline{BG^2} + \overline{CG^2}$

$= \frac{4}{9}\left\{\overline{AB^2} + \frac{1}{4}\overline{AC}^2\right\} + \frac{4}{9}\left(\overline{AC^2} + \frac{1}{4}\overline{AB^2}\right)$

$= \frac{5}{9}\left(\overline{AB^2} + \overline{AC^2}\right)$

$= \frac{5}{9}\overline{BC^2}$

$= 20$

$\therefore\ \overline{BC} = 6$

또 점 E 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$\overline{AE} = \overline{BE} = \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 3$ 이다.

따라서 $\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3 = 2$ 이다.

25. 정육면체의 각 면의 대각선의 중점을 연결하여 만든 입체도형의 부피를 V 라 할 때, 정육면체의 부피를 V 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $6V$

해설

정육면체의 각 면의 대각선의 교점을 꼭짓점으로 하는 입체도형은 정팔면체이다.
이때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면,
정팔면체의 한 모서리의 길이는
$\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 이고,
정팔면체를 두 개의 사각뿔로 나눌 때,
하나의 사각뿔의 높이는 $\frac{1}{2}\times a=\frac{a}{2}$ 이다.
입체도형의 부피는
$2\times$(정사각뿔의 부피)
$=2\times\left\{\frac{1}{3}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2\times\frac{a}{2}\right\}$
$=\frac{a^3}{6}$
$=V$ 이다.
따라서, 정육면체의 부피는 $a^3=6V$ 이다.