

1. 다음 중 옳은 것을 골라라.

① $\{x|x\text{는 짝수}\} \subset \{x|x\text{는 홀수}\}$

② $\{x|x\text{는 5보다 작은 자연수}\} \subset \{1, 2, 3\}$

③ $\{x|x\text{는 25의 배수}\} \subset \{100, 200, 300\}$

④ $\{x|x\text{는 3의 배수}\} \supset \{x|x\text{는 9의 배수}\}$

⑤ $\{x|x\text{는 홀수}\} \subset \{1, 3, 5, 7\}$

해설

④ $\{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\} \supset \{9, 18, 27, 36, \dots\}$

2. 집합 $A = \{4, 6, 8\}$ 의 부분집합 중 원소 6 을 반드시 포함하고 원소의 개수가 3 개인 부분집합의 원소의 합을 구하여라.

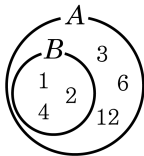
▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

원소 6 를 제외한 $\{4, 8\}$ 의 부분집합은 $\emptyset$, $\{4\}$, $\{8\}$, $\{4, 8\}$ 의 4 개가 있으므로, 원소 6 을 반드시 포함하는 집합 $A = \{4, 6, 8\}$ 의 부분집합에는 $\{6\}$, $\{4, 6\}$, $\{6, 8\}$, $\{4, 6, 8\}$ 이 있다. 이 중 원소의 개수가 3 개인 것은 $\{4, 6, 8\}$ 이므로 원소의 합은 $4 + 6 + 8 = 18$ 이다.

3. 다음 벤다이어그램을 보고, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?
(답2개)



① $A = \{3, 6, 12\}$

② $B = \{1, 2, 4\}$

③ $A \subset B$

④ $A \cap B = A$

⑤ $A \cup B = A$

해설

- ① 집합 A 는 집합 B 부분을 포함하므로 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이다.
 ③ 집합 A 는 집합 B 부분을 포함하므로 $B \subset A$ 이다.
 ④ $A \cap B = B$ 이다.

4. 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B - A = \{4, 5\}$ 일 때, 집합 A 는?

① $\{1\}$

② $\{3\}$

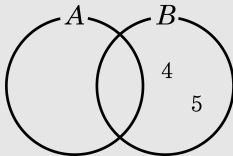
③ $\{1, 2\}$

④ $\{1, 2, 3\}$

⑤ $\{4, 5\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 이다.



5. 다음 중 집합 $A - (B - C)$ 와 같은 집합은?

① $(A - B) - (A - C)$

② $(A - B) \cup (A \cap C)$

③ $(A - B) - C$

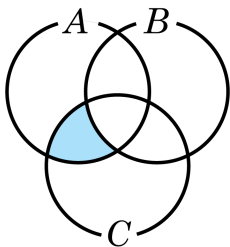
④ $(A \cap B) - C$

⑤ $A - (B \cup C)$

해설

$$\begin{aligned} A - (B - C) &= A - (B \cap C^c) \\ &= A \cap (B \cap C^c)^c = A \cap (B^c \cup C) \\ &= (A \cap B^c) \cup (A \cap C) \\ &= (A - B) \cup (A \cap C) \end{aligned}$$

6. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



① $A \cup B \cup C$

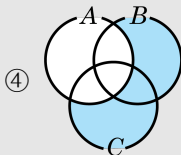
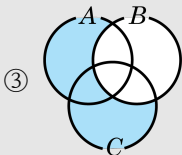
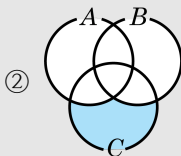
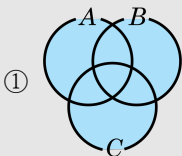
② $C - (A \cup B)$

③ $(A \cup C) - B$

④ $(B \cup C) - A$

⑤ $(A \cap C) - B$

해설



7. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 한다.
 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \cup Q = U$

② $P \cap Q = \emptyset$

③ $Q \subset P$

④ $P \subset Q$

⑤ $P = Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 $P^c \subset Q^c \Leftrightarrow P \supset Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 대우인 $q \rightarrow p$ 가 참
따라서 $Q \subset P$

8. 다음은 명제에 대한 설명이다. 옳은 것은?

① 어떤 명제가 참이면 그 역도 반드시 참이다.

② 어떤 명제의 역과 이는 서로 대우 관계이다.

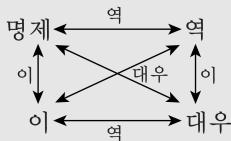
③ 어떤 명제의 역, 이, 대우는 참, 거짓이 항상 일치한다.

④ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 대우가 반드시 참인 것은 아니다.

⑤ 어떤 명제의 역의 역은 대우이다.

해설

명제가 참이면 그 명제의 대우도 항상 참이다. 아래 그림처럼 ‘역’의 대우가 ‘이’이다.



9. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고, $a + b + c = 14$ 일 때, $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(1^2 + 2^2 + 3^2) \{ (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2 \}$$

$$\geq (\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2$$

$$(\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2 \leq 14(a + b + c) = 14^2$$

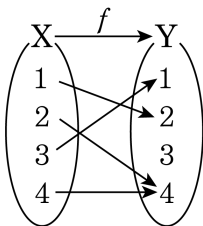
이 때 $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이므로

$$0 \leq \sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c} \leq 14$$

따라서 최댓값은 14이다.

10. 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ 함수가 아니다.
- ㉡ 정의역은 1, 2, 3, 4이다.
- ㉢ 공역은 1, 2, 3, 4이다.
- ㉣ 치역은 1, 2, 3, 4이다.
- ㉤ 일대일대응이다.



① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

- ㉠ 주어진 대응 x 의 각 원소에 y 가 1개씩 대응하므로 함수이다.
- ㉡, ㉢ 정의역과 공역은 모두 1, 2, 3, 4이다.
- ㉣ 치역은 1, 2, 4이다.
- ㉤ $f(2) = f(4) = 4$ 이고, $Y \neq f(x)$ 이므로 일대일대응이 아니다.

11. 자연수 전체의 집합 N 에 대하여 함수 $f : N \rightarrow N$ 을 $f(n) = (n \text{의 양의 약수의 개수})$ 로 정의한다. 이 때, 집합 $A = \{n | f(n) = 2\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은 무엇인가?

① $1 \in A$

② $2 \in A$

③ $4 \in A$

④ $6 \in A$

⑤ $10 \in A$

해설

$f(n) = 2$ 란 소수를 말함. 따라서 정답은 ②

12. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 A 에서 A 에로의 함수 중 상수함수의 개수는?

① 3

② 6

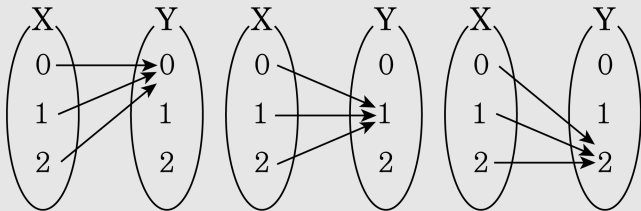
③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

상수함수의 개수는 공역의 원소의 개수와 같다.



그러므로 구하는 상수함수의 개수는 3 개이다.

13. 두 함수 $f(x) = 3x - 5$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(2)$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\therefore (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(1) = 2$$

14. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 10$$

▶ 답 :

▶ 정답 : -9

해설

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} = \frac{x-1}{x-1-x} = 1-x$$

$$1-x=10$$

$$\therefore x=-9$$

15. $x : y = 4 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2}$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x : y = 4 : 3$$

$$3x = 4y$$

$$\therefore x = \frac{4}{3}y$$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{\frac{16}{9}y^2 + \frac{4}{3}y^2}{\frac{16}{9}y^2 - y^2} = \frac{28}{7} = 4$$

해설

$$x : y = 4 : 3 \Rightarrow x = 4k, y = 3k$$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{16k^2 + 12k^2}{16k^2 - 9k^2} = \frac{28k^2}{7k^2} = 4$$

16. 원소의 개수가 3 인 집합 A 가 다음 조건을 만족한다.

$$(가) 5 \in A$$

$$(나) x \in A \text{ 이면 } \frac{1}{1-x} \in A$$

이 때 집합 A 의 모든 원소의 곱은?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$5 \in A \text{ 이므로 } \frac{1}{1-5} = -\frac{1}{4} \in A$$

$$\text{또 } \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5} \in A$$

$$\frac{1}{1-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5 \in A$$

$A = \left\{-\frac{1}{4}, \frac{4}{5}, 5\right\}$ 에서 A 의 모든 원소의 곱은 $-\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} \times 5 = -1$ 이다.

17. 다음 설명 중 옳은 것은?

① $n(\emptyset) = 1$

② $n(\{a, b, c, d\}) = \{4\}$

③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 5$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 4$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면 $n(A) = \emptyset$

해설

① 공집합은 원소의 개수가 0개이므로 $n(\emptyset) = 0$ 이다.

② $n(\{a, b, c, d\}) = 4$

③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.

⑤ 집합 A 는 공집합이므로 $n(A) = 0$ 이다.

18. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

산술-기하평균 부등식에 의해

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{b}{a} \times \frac{c}{b} \times \frac{a}{c}} = 3$$

$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} \geq 3$$

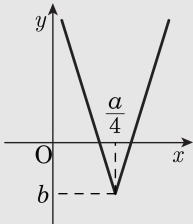
19. 함수 $f(x) = |4x - a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때 최솟값 -2 를 가진다. 이 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x - a| + b = \left| 4 \left(x - \frac{a}{4} \right) \right| + b$ 의 그래프는 $y = |4x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



따라서, $x = \frac{a}{4}$ 일 때 최솟값 b 를 가지므로

$$\frac{a}{4} = 3, b = -2$$

$$\therefore a = 12, b = -2 \quad \therefore a + b = 10$$

20. 등식 $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$ 이 x 에 대한 항등식이 될 때, $A-B$ 의 값을 구하면? (단, A, B 는 상수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

주어진 식의 우변을 정리하면

$$\frac{A(x+1) + Bx}{x(x+1)} = \frac{(A+B)x + A}{x(x+1)}$$

따라서 $\frac{(A+B)x + A}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$ 이므로

$$A+B=0, A=1$$

$$\therefore B=-1$$

$$\therefore A-B=1-(-1)=2$$

21. 자연수 a, b, c, d 에 대하여 $\frac{75}{23} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}$ 일 때, $a + b + c + d$

의 값은?

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

해설

$$\frac{75}{23} = 3 + \frac{6}{23} = 3 + \frac{1}{\frac{23}{6}}$$

$$= 3 + \frac{1}{3 + \frac{5}{6}} = 3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{6}{5}}}$$

$$= 3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}$$

$$\therefore a = 3, b = 3, c = 1, d = 5$$

$$\therefore a + b + c + d = 12$$

22. $x + \frac{1}{x} = 2$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 2^2 - 4 = 0$$

$$\therefore x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right) = 0 \times 2 = 0$$

23. $6 - \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수부분을 y 라 할 때 $\frac{1}{x} \left(y^3 + \frac{1}{y^3} \right)$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$6 - \sqrt{3} = 4 + (2 - \sqrt{3}) \quad (\because 0 < 2 - \sqrt{3} < 1)$$

$$\therefore x = 4, y = 2 - \sqrt{3}, \frac{1}{y} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore y + \frac{1}{y} = 4,$$

$$y^3 + \frac{1}{y^3} = \left(y + \frac{1}{y} \right)^3 - 3 \left(y + \frac{1}{y} \right) = 52$$

$$\therefore \frac{1}{x} \left(y^3 + \frac{1}{y^3} \right) = \frac{1}{4} \cdot 52 = 13$$

24. $x = \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}$, $y = \frac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$x = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

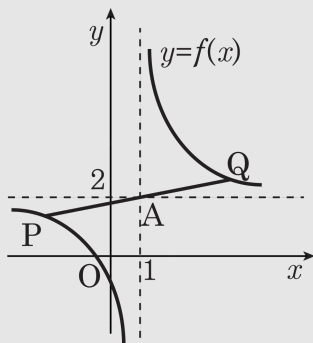
$$x + y = 2\sqrt{3}, \quad xy = 1$$

$$x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2 - xy = 12 - 1 = 11$$

25. 곡선 $y = \frac{2x+3}{x-1}$ 위의 임의의 점 P와 정점 A에 대하여 점 P의 점 A에 대한 대칭점이 곡선 $y = \frac{2x+3}{x-1}$ 위에 있을 때, 점 A의 좌표는?

- ① (1, 2) ② (2, 1) ③ (-1, 2)
 ④ (2, -1) ⑤ (-1, -2)

해설



점 P의 점 A에 대한 대칭점을 Q라 하면 선분 PQ의 중점이 A

이므로 곡선 $y = \frac{2x+3}{x-1}$ 이 점 A에 대하여 대칭이다.

$$y = \frac{2x+3}{x-1} = \frac{2(x-1)+5}{x-1} = \frac{5}{x-1} + 2 \text{ 에서}$$

$y = \frac{2x+3}{x-1}$ 은 원점에 대하여 대칭인 곡선

$y = \frac{5}{x}$ 를 x 축의 방향으로 1만큼

y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 곡선이므로

점 (1, 2)에 대하여 대칭이다.

[참고-분수식은 점근선의 교점에 관한 점대칭이다.]