

2. 세 모서리의 길이가 각각 7 cm, 8 cm, 11 cm 인 직육면체의 대각선의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{26}$ cm

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{7^2 + 8^2 + 11^2} &= \sqrt{49 + 64 + 121} \\ &= 3\sqrt{26}(\text{cm})\end{aligned}$$

3. 세 모서리의 길이가 각각 8 cm, 9 cm, 12 cm 인 직육면체의 대각선의 길이를 구하여라.

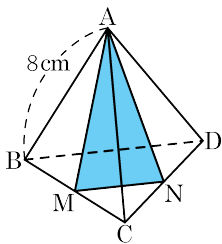
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 17 cm

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{8^2 + 9^2 + 12^2} &= \sqrt{64 + 81 + 144} \\ &= 17(\text{ cm})\end{aligned}$$

4. 다음 정사면체에서 M, N은 각각 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$ 의 중점이다. 정사면체의 한 모서리의 길이가 8cm일 때, $\triangle AMN$ 의 넓이를 구하면?



- ① $4\sqrt{11}\text{cm}^2$ ② $4\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ 4cm^2
 ④ $8\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $16\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$$\overline{AM} = 4\sqrt{3} = \overline{AN}$$

$$\overline{MN} = 4$$

($\triangle AMN$ 의 높이)

$$= \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 2^2} = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}$$

$$\therefore \triangle AMN = 4 \times 2\sqrt{11} \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{11}(\text{cm}^2)$$

5. 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정사면체의 높이와 부피를 구하여라.

▶ 답 : cm

▶ 답 : cm³

▷ 정답 : 높이 = $4\sqrt{6}$ cm

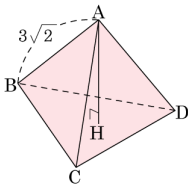
▷ 정답 : 부피 = $144\sqrt{2}$ cm³

해설

$$\text{정사면체의 높이} : \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\text{부피는 } \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times (12)^3 = 144\sqrt{2}(\text{cm}^3) \text{ 이다.}$$

6. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $3\sqrt{2}\text{cm}$ 인 정사면체의 높이와 부피를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 답 : cm^3

▷ 정답 : 높이 = $2\sqrt{3}\text{cm}$

▷ 정답 : 부피 = 9cm^3

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정사면체의 높이 h 와 부피 V 는 각각

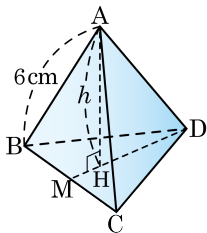
$$h = \frac{\sqrt{6}}{3}a, V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$$

$$\therefore h = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 3\sqrt{2} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

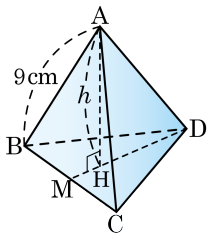
$$\therefore V = \frac{\sqrt{2}}{12} \times (3\sqrt{2})^3 = 9(\text{cm}^3)$$

7. 다음 정사면체의 높이 h 와 부피 V 를 차례대로 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $h = 2\sqrt{6}$ cm, $V = 18\sqrt{2}$ cm³

▷ 정답 : (2) $h = 3\sqrt{6}$ cm, $V = \frac{243\sqrt{2}}{4}$ cm³

해설

$$(1) h = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 6 = 2\sqrt{6}(\text{cm}),$$

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 6^3 = 18\sqrt{2}(\text{cm}^3)$$

$$(2) h = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 9 = 3\sqrt{6}(\text{cm}),$$

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 9^3 = \frac{243\sqrt{2}}{4}(\text{cm}^3)$$

8. 한 모서리의 길이가 9 cm 인 정사면체가 있다. 이 정사면체의 부피를 구하여라.

▶ 답 : cm³

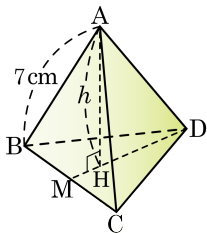
▷ 정답 : $\frac{243\sqrt{2}}{4}\text{cm}^3$

해설

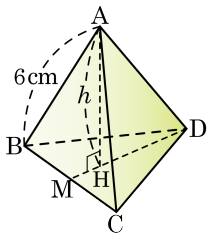
$$\text{정사면체 부피는 } \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 9^3 = \frac{243\sqrt{2}}{4}(\text{cm}^3)$$

9. 다음 정사면체의 높이 h 와 부피 V 를 차례대로 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : (1) $h = \frac{7\sqrt{6}}{3}$ cm, $V = \frac{343\sqrt{2}}{12}$ cm³

▶ 정답 : (2) $h = 2\sqrt{6}$ cm, $V = 18\sqrt{2}$ cm³

해설

$$(1) h = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 7 = \frac{7\sqrt{6}}{3} (\text{cm}),$$

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 7^3 = \frac{343\sqrt{2}}{12} (\text{cm}^3)$$

$$(2) h = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 6 = 2\sqrt{6} (\text{cm}),$$

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 6^3 = 18\sqrt{2} (\text{cm}^3)$$

10. 한 모서리의 길이가 24cm 인 정사면체의 부피를 구하여라.

▶ 답 : cm³

▷ 정답 : $1152\sqrt{2}\text{cm}^3$

해설

$$(\text{부피}) = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 24^3 = 1152\sqrt{2}(\text{cm}^3)$$

11. 한 모서리의 길이가 18cm 인 정사면체의 높이와 부피를 구하여라.

▶ 답 : cm

▶ 답 : cm³

▷ 정답 : 높이 : $6\sqrt{6}\text{cm}$

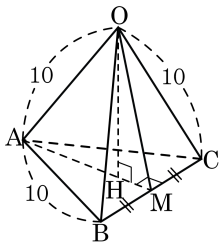
▷ 정답 : 부피 : $486\sqrt{2}\text{cm}^3$

해설

$$(\text{높이}) = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 18 = 6\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$(\text{부피}) = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 18^3 = 486\sqrt{2}(\text{cm}^3)$$

12. 다음은 한 변의 길이가 10 인 정사면체를 그린 것이다. 높이와 부피를 각각 구하면?



- ① $h = \frac{7\sqrt{6}}{3}, V = \frac{230\sqrt{2}}{3}$
 ② $h = \frac{8\sqrt{6}}{3}, V = \frac{230\sqrt{2}}{3}$
 ③ $h = \frac{8\sqrt{6}}{3}, V = \frac{250\sqrt{2}}{3}$
 ④ $h = \frac{10\sqrt{6}}{3}, V = \frac{250\sqrt{2}}{3}$
 ⑤ $h = \frac{11\sqrt{6}}{3}, V = \frac{230\sqrt{2}}{3}$

해설

높이를 h , 부피를 V 라 하면

$$h = \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 10 = \frac{10\sqrt{6}}{3}$$

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 10^3 = \frac{250\sqrt{2}}{3}$$

13. 한 모서리의 길이가 18 cm 인 정사면체의 높이와 부피를 구하여라.

① 높이 : $6\sqrt{6}$ cm , 부피 : $486\sqrt{2}$ cm³

② 높이 : $6\sqrt{6}$ cm , 부피 : $586\sqrt{2}$ cm³

③ 높이 : $8\sqrt{6}$ cm , 부피 : $486\sqrt{2}$ cm³

④ 높이 : $8\sqrt{6}$ cm , 부피 : $586\sqrt{2}$ cm³

⑤ 높이 : $8\sqrt{6}$ cm , 부피 : $686\sqrt{2}$ cm³

해설

$$\text{정사면체의 높이} : \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 18 = 6\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\text{부피는 } \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times (18)^3 = 486\sqrt{2}(\text{cm}^3) \text{ 이다.}$$

14. 한 변의 길이가 12인 정사면체의 부피를 구하면?

① $124\sqrt{2}\text{cm}^3$

② $144\sqrt{2}\text{cm}^3$

③ $169\sqrt{2}\text{cm}^3$

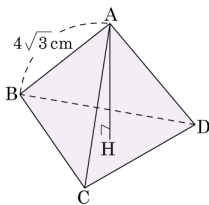
④ $225\sqrt{2}\text{cm}^3$

⑤ $256\sqrt{2}\text{cm}^3$

해설

$$\text{정사면체의 부피는 } \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 12^3 = 144\sqrt{2}$$

15. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $4\sqrt{3}\text{ cm}$ 인 정사면체의 높이와 부피를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 답 : cm^3

▷ 정답 : 높이 = $4\sqrt{2}$ cm

▷ 정답 : 부피 = $16\sqrt{6}$ cm^3

해설

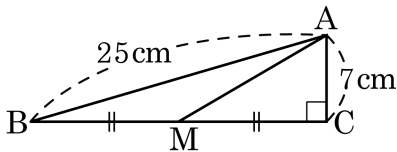
한 모서리의 길이가 a 인 정사면체의 높이 h 와 부피 V 는 각각

$$h = \frac{\sqrt{6}}{3}a, V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$$

$$\therefore h = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 4\sqrt{3} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\therefore V = \frac{\sqrt{2}}{12} \times (4\sqrt{3})^3 = 16\sqrt{6}(\text{cm}^3)$$

16. 다음 그림에서 $\angle C = 90^\circ$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AB} = 25\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\text{cm}$ 이다. 이 때, $\overline{AM}$ 의 길이는?



① $\sqrt{190}\text{cm}$

② $\sqrt{191}\text{cm}$

③ $\sqrt{193}\text{cm}$

④ $\sqrt{194}\text{cm}$

⑤ $\sqrt{199}\text{cm}$

해설

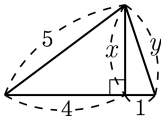
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = 25^2 - 7^2 = 576$, $\overline{BC} = 24(\text{cm})$

$\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{MC}$, $\overline{MC} = 12(\text{cm})$

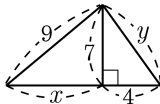
$\triangle AMC$ 에서 $\overline{AM}^2 = 7^2 + 12^2 = 193$, $\overline{AM} = \sqrt{193}(\text{cm})$

17. 다음 그림에서 x, y 의 값을 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : (1) $x = 3, y = \sqrt{10}$

▶ 정답 : (2) $x = 4\sqrt{2}, y = \sqrt{65}$

해설

$$(1) x = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$$

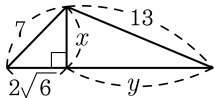
$$y = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$(2) x = \sqrt{9^2 - 7^2} = \sqrt{81 - 49} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

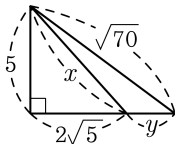
$$y = \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65}$$

18. 다음 그림에서 x, y 의 값을 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $x = 5, y = 12$

▷ 정답 : (2) $x = 3\sqrt{5}, y = \sqrt{5}$

해설

$$(1) x = \sqrt{7^2 - (2\sqrt{6})^2} = \sqrt{49 - 24} = \sqrt{25} = 5$$

$$y = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$$

$$(2) x = \sqrt{5^2 + (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{25 + 20} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$2\sqrt{5} + y = \sqrt{(\sqrt{70})^2 - 5^2} = \sqrt{70 - 25} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore y = \sqrt{5}$$

19. 다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때, $2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이므로

$$\frac{5 + 7 + x + y + 8}{5} = 6, \quad x + y + 20 = 30$$

$$\therefore x + y = 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-6)^2 + (7-6)^2 + (x-6)^2 + (y-6)^2}{5}$$

$$+ \frac{(8-6)^2}{5} = 5$$

$$\frac{1 + 1 + x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + 4}{5} = 5$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 12(x+y) + 78}{5} = 5$$

$$x^2 + y^2 - 12(x+y) + 78 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 12(x+y) = -53 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2 + y^2 = 12(x+y) - 53 = 12 \times 10 - 53 = 67$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 67 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy, \quad 10^2 = 67 + 2xy, \quad 2xy = 33$$

$$\therefore 2xy = 33$$

20. 네 개의 변량 4, 6, a , b 의 평균이 5이고, 분산이 3일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 20

② 40

③ 60

④ 80

⑤ 100

해설

변량 4, 6, a , b 의 평균이 5이므로

$$\frac{4 + 6 + a + b}{4} = 5, \quad a + b + 10 = 20$$

$$\therefore a + b = 10 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 3이므로

$$\frac{(4 - 5)^2 + (6 - 5)^2 + (a - 5)^2 + (b - 5)^2}{4} = 3$$

$$\frac{1 + 1 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25}{4} = 3$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a + b) + 52}{4} = 3$$

$$a^2 + b^2 - 10(a + b) + 52 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a + b) = -40 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a + b) - 40 = 10 \times 10 - 40 = 60$$

21. 네 개의 수 5, 8, a , b 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a , b 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5 + 8 + a + b}{4} = 4, a + b + 13 = 16$$

$$\therefore a + b = 3 \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 7 이므로

$$\frac{(5-4)^2 + (8-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2}{4} = 7$$

$$\frac{1 + 16 + a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16}{4} = 7$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 8(a+b) + 49}{4} = 7$$

$$a^2 + b^2 - 8(a+b) + 49 = 28$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 8(a+b) = -21 \cdots \textcircled{B}$$

Ⓒ의 식에 Ⓐ을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 8(a+b) - 21 = 8 \times 3 - 21 = 3$$

22. 다음 표는 미정이 친구 6 명의 학생들의 수학 성적의 편차를 나타낸 것이다. 분산이 8 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $-\frac{ab}{3}$ 의 값을 구하여라.

이름	선영	수림	영진	희숙	경민	유림
편차(점)	-3	-4	3	a	b	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

편차의 합은 0 이므로

$$-3 - 4 + 3 + a + b + 2 = 0$$

$$\therefore a + b = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또한, 분산은 8 이므로

$$\frac{(-3)^2 + (-4)^2 + 3^2 + a^2 + b^2 + 2^2}{6} = 8$$

$$a^2 + b^2 + 38 = 48$$

$$a^2 + b^2 = 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ 에 ㉠, ㉡을 대입하면

$$2^2 = 10 + 2ab, \quad 2ab = -6 \quad \therefore ab = -3$$

따라서 $-\frac{ab}{3} = -\frac{-3}{3} = 1$ 이다.

23. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2일 때, $(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로 각 변량에 대한 편차는 $x-4, y-4, z-4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$\therefore (x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$ 이다.

24. 다섯 개의 변량 4, 3, a , b , 8의 평균이 6 이고, 분산이 4 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 100

② 105

③ 111

④ 120

⑤ 125

해설

다섯 개의 변량 4, 3, a , b , 8 의 평균이 6 이므로

$$\frac{4 + 3 + a + b + 8}{5} = 6, a + b + 15 = 30$$

$$\therefore a + b = 15 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 4 이므로

$$\frac{(4-6)^2 + (3-6)^2 + (a-6)^2 + (b-6)^2 + (8-6)^2}{5} = 4$$

$$\frac{4 + 9 + a^2 - 12a + 36 + b^2 - 12b + 36 + 4}{5} = 4$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 12(a+b) + 89}{5} = 4$$

$$a^2 + b^2 - 12(a+b) + 89 = 20$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 12(a+b) = -69 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 12(a+b) - 69 = 12 \times 15 - 69 = 111$$

25. 다섯 개의 변량 8, 7, x , y , 9의 평균이 8이고, 분산이 5일 때, $4xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 210

해설

다섯 개의 변량 8, 7, x , y , 9의 평균이 8이므로

$$\frac{8 + 7 + x + y + 9}{5} = 8, \quad x + y + 24 = 40$$

$$\therefore x + y = 16 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 5이므로

$$\begin{aligned} & \frac{(8-8)^2 + (7-8)^2 + (x-8)^2}{5} \\ & + \frac{(y-8)^2 + (9-8)^2}{5} = 5 \end{aligned}$$

$$\frac{0 + 1 + x^2 - 16x + 64 + y^2 - 16y + 64 + 1}{5} = 5$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 16(x+y) + 130}{5} = 5$$

$$x^2 + y^2 - 16(x+y) + 130 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 16(x+y) = -105 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2 + y^2 = 16(x+y) - 105 = 16 \times 16 - 105 = 151$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 151 \cdots \textcircled{㉢}$$

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy,$$

$$16^2 = 151 + 2xy, \quad 2xy = 105$$

$$\therefore 4xy = 210$$

26. 5개의 변량 3, a , 4, 8, b 의 평균이 5이고 분산이 3일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 51

해설

5개의 변량의 평균이 5이므로 $a + b = 10$ 이다.

$$\frac{(3-5)^2 + (a-5)^2 + (4-5)^2}{5} + \frac{(8-5)^2 + (b-5)^2}{5} = 3$$

$$4 + (a-5)^2 + 1 + 9 + (b-5)^2 = 15$$

$$(a-5)^2 + (b-5)^2 = 1$$

$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 50 = 1$$

$$a^2 + b^2 - 10(10) + 50 = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 51$$

27. 네 수 a, b, c, d 의 평균과 분산이 각각 10, 5일 때, $(a-10)^2 + (b-10)^2 + (c-10)^2 + (d-10)^2$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

네 수 a, b, c, d 의 평균이 10이므로 각 변량에 대한 편차는 $a-10, b-10, c-10, d-10$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(a-10)^2 + (b-10)^2 + (c-10)^2 + (d-10)^2}{4} = 5$$

$$\therefore (a-10)^2 + (b-10)^2 + (c-10)^2 + (d-10)^2 = 20$$

28. 5개의 변량 4, 5, x , 11, y 의 평균이 6이고 분산이 8일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

5개의 변량의 평균이 6이므로 $x + y = 10$ 이다.

$$\frac{(4-6)^2 + (5-6)^2 + (x-6)^2}{5} + \frac{(11-6)^2 + (y-6)^2}{5} = 8$$

$$4 + 1 + (x-6)^2 + 25 + (y-6)^2 = 40$$

$$x^2 + y^2 - 12(x+y) + 72 + 30 = 40$$

$$x^2 + y^2 - 12(10) + 72 + 30 = 40$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 58$$

29. 다섯 개의 수 5, 3, a , b , 10 의 평균이 4 이고, 분산이 4 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -34

해설

다섯 개의 수 5, 3, a , b , 10 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5 + 3 + a + b + 10}{5} = 4, a + b + 18 = 20$$

$$\therefore a + b = 2 \cdots \textcircled{7}$$

또, 분산이 4 이므로

$$\frac{(5-4)^2 + (3-4)^2 + (a-4)^2}{5} +$$

$$\frac{(b-4)^2 + (10-4)^2}{5} = 4$$

$$\frac{1 + 1 + a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16 + 36}{5} = 4$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 8(a+b) + 70}{5} = 4$$

$$a^2 + b^2 - 8(a+b) + 70 = 20$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 8(a+b) = -50 \cdots \textcircled{8}$$

⑧의 식에 ⑦을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 8(a+b) - 50 = 8 \times 2 - 50 = -34$$

30. 3개의 변량 a, b, c 의 평균이 7, 분산이 8일 때, 변량 $5a, 5b, 5c$ 의 평균은 m , 분산은 n 이다. 이 때, $n - m$ 의 값은?

① 115

② 135

③ 165

④ 185

⑤ 200

해설

$$m = 5 \cdot 7 = 35, n = 5^2 \cdot 8 = 200$$

$$\therefore n - m = 200 - 35 = 165$$

31. 다음 물음에 답하여라.

(1) x, y, z 의 평균이 15일 때, $x + 5, y + 5, z + 5$ 의 평균을 구하여라.

(2) a, b, c 의 평균이 20일 때, $2a, 2b, 2c$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 20

▷ 정답 : (2) 40

해설

n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때, 변량 $ax_1 + b, ax_2 + b, ax_3 + b, \dots, ax_n + b$ 에 대하여 평균은 $am + b$ 이고 표준편차는 $|a|s$ 이다.

(1) $15 + 5 = 20$

(2) $2 \times 20 = 40$

32. 세 수, x, y, z 의 평균과 표준편차가 각각 3, 2이다. 세 수 $2x + 1, 2y + 1, 2z + 1$ 의 평균과 표준편차를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 7

▷ 정답 : 표준편차 : 4

해설

x, y, z 의 평균이 3, 표준편차가 2일 때,
 $2x + 1, 2y + 1, 2z + 1$ 의 평균은 $2 \cdot 3 + 1 = 7$ 이고,
표준편차는 $|2|2 = 4$ 이다.

33. 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 10, 분산이 5일 때, 변량 $4x_1 + 1, 4x_2 + 1, 4x_3 + 1, \dots, 4x_n + 1$ 의 평균, 분산을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 41

▷ 정답 : 분산 : 80

해설

$$(\text{평균}) = 4 \cdot 10 + 1 = 41$$

$$(\text{분산}) = 4^2 \cdot 5 = 80$$

34. 다음 물음에 답하여라.

- (1) v, w, x, y, z 의 표준편차가 4일 때, $3v + 1, 3w + 1, 3x + 1, 3y + 1, 3z + 1$ 의 표준편차를 구하여라.
- (2) a, b, c, d, e 의 표준편차가 10일 때, $4a - 2, 4b - 2, 4c - 2, 4d - 2, 4e - 2$ 의 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 12

▷ 정답 : (2) 40

해설

n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때, 변량 $ax_1 + b, ax_2 + b, ax_3 + b, \dots, ax_n + b$ 에 대하여 평균은 $am + b$ 이고 표준편차는 $|a|s$ 이다.

(1) $|3| \cdot 4 = 12$

(2) $|4| \cdot 10 = 40$

35. 3개의 변량 x, y, z 의 평균이 5, 분산이 10일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$ 의 평균은 m , 분산은 n 이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$m = 2 \cdot 5 = 10, n = 2^2 \cdot 10 = 40$$

$$\therefore m + n = 10 + 40 = 50$$

36. 다음 세 개의 변수 a, b, c 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $2a, 2b, 2c$ 의 표준편차는 a, b, c 의 표준편차의 2 배이다.
- ㉡ $a+2, b+2, c+2$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 2 만큼 크다.
- ㉢ $2a+1, 2b+1, 2c+1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 4 배이다.
- ㉣ $3a, 3b, 3c$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 3 배만큼 크다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ $2a+1, 2b+1, 2c+1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 2 배이다.

37. 다음 물음에 답하여라.

- (1) v, w, x, y, z 의 평균이 6일 때, $v+5, w+5, x+5, y+5, z+5$ 의 평균을 구하여라.
- (2) a, b, c, d, e 의 평균이 48일 때, $2a, 2b, 2c, 2d, 2e$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 11

▷ 정답 : (2) 96

해설

n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때, 변량 $ax_1+b, ax_2+b, ax_3+b, \dots, ax_n+b$ 에 대하여 평균은 $am+b$ 이고 표준편차는 $|a|s$ 이다.

$$(1) 6 + 5 = 11$$

$$(2) 2 \times 48 = 96$$

38. n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$ 의 평균이 4 이고 표준편차가 3 일 때, 변량 $3x_1, 3x_2, 3x_3, \dots, 3x_n$ 의 평균과 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 12

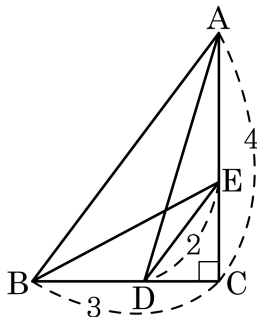
▷ 정답 : 표준편차 : 9

해설

$$(\text{평균}) = 3 \cdot 4 = 12$$

$$(\text{표준편차}) = |3|3 = 9$$

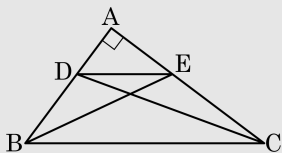
39. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = 4$, $\overline{BC} = 3$, $\overline{DE} = 2$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BE}^2$ 의 값을 구하여라.



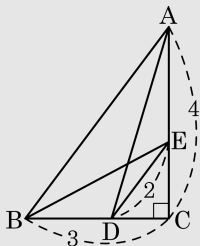
▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

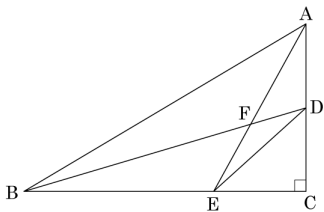


위의 직각삼각형 ABC 에서 다음 관계가 성립한다.
 $\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$



따라서 $\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, $\overline{AD}^2 + \overline{BE}^2 = 2^2 + 5^2 = 29$

40. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} = 3\text{cm}$, $\overline{CE} = 2.5\text{cm}$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 일 때, $\sqrt{\overline{AE}^2 + \overline{BD}^2}$ 의 값을 구하여라.



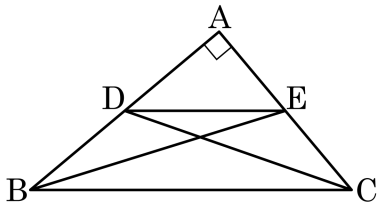
▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{17}$

해설

$$\sqrt{\overline{AE}^2 + \overline{BD}^2} = \sqrt{12^2 + 3^2} = \sqrt{153} = 3\sqrt{17}$$

41. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DC} = 5$, $\overline{BC} = 7$ 일 때, $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 를 구하여라.



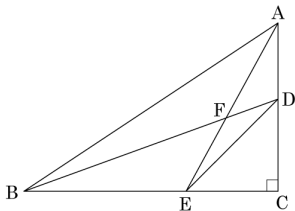
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$7^2 - 5^2 = \overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 \text{ 이므로 } \overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 49 - 25 = 24$$

42. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CE} = 3\text{cm}$, $\overline{DC} = 3\text{cm}$, $\overline{AE} = 6\text{cm}$, $\overline{BD} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



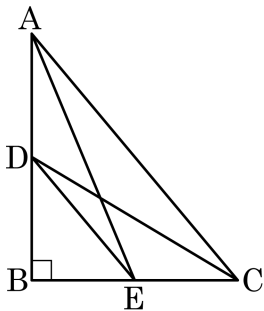
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{67}$ cm

해설

$$\overline{DE}^2 = 3^2 + 3^2 = 18 \text{ 이므로 } \overline{AB} = \sqrt{6^2 + 7^2 - 18} = \sqrt{67}(\text{cm})$$

43. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2$ 의 값은?



① $\sqrt{21}$

② $\sqrt{23}$

③ 5

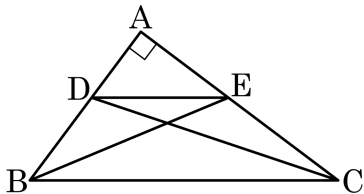
④ $3\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{29}$

해설

$$\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 \text{ 이므로 } \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$$

44. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DC} = 9$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 8$ 일 때, $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 를 구하여라.



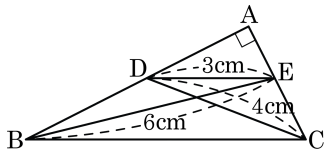
▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\overline{BC}^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \text{ 이므로 } \overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 100 - 81 = 19$$

45. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC
에서 $\overline{DE} = 3\text{ cm}$, $\overline{CD} = 4\text{ cm}$, $\overline{BE} = 6\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

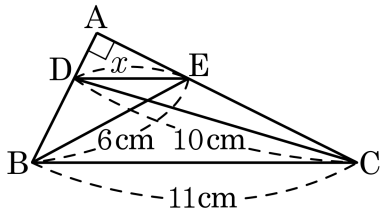
▷ 정답 : $\sqrt{43}$ cm

해설

$$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{DC}^2 + \overline{EB}^2 \text{ 이므로,}$$

$$x = \sqrt{6^2 + 4^2 - 3^2} = \sqrt{43} \text{ (cm)}$$

46. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 11\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$, $\overline{BE} = 6\text{cm}$ 일 때, x^2 의 값을 구하여라.



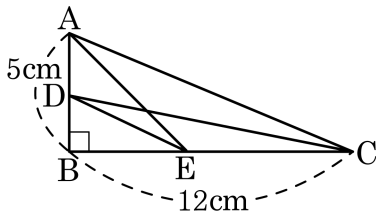
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$6^2 + 10^2 = 11^2 + x^2 \text{ 이므로 } x^2 = 136 - 121 = 15$$

47. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AE} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}^2 - \overline{DE}^2$ 의 값은?(단, 단위는 생략)



① 100

② 120

③ 150

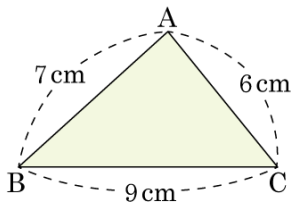
④ 150

⑤ 210

해설

$$\overline{AC} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ 이므로 } \overline{CD}^2 - \overline{DE}^2 = 13^2 - 7^2 = 120$$

48. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 이다. 이때 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $2\sqrt{a}\text{cm}^2$ 로 표현할 수 있다. a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 110

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{BH}$ 를 $x\text{cm}$ 라 하면

$$7^2 - x^2 = 6^2 - (9 - x)^2$$

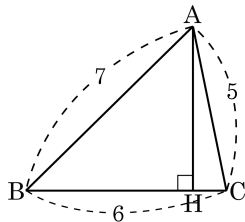
$$\therefore x = \frac{47}{9}$$

$\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AH} = \sqrt{7^2 - \left(\frac{47}{9}\right)^2} = \sqrt{\frac{1760}{81}} = \frac{4\sqrt{110}}{9}(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 9 \times \frac{4\sqrt{110}}{9} = 2\sqrt{110}(\text{cm}^2)$$

49. 다음 그림의 삼각형 ABC 의 넓이는?



① $6\sqrt{2}$

② $6\sqrt{3}$

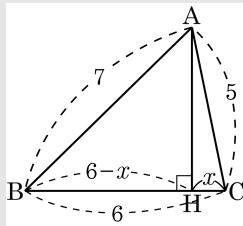
③ $6\sqrt{5}$

④ $6\sqrt{6}$

⑤ $6\sqrt{7}$

해설

꼭짓점 A 에서 내린 수선의 발을 H 라 하자.



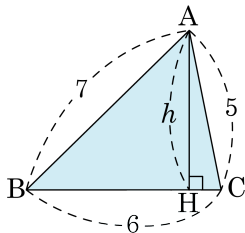
$$\overline{CH} = x \text{ 라 하면 } 7^2 - (6 - x)^2 = 5^2 - x^2$$

$$\therefore x = 1$$

$$x = 1 \text{ 이면 } \overline{AH} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 의 넓이} = \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6}$$

50. 다음 삼각형에서 $\triangle ABC$ 의 높이 h 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

해설

$\overline{CH} = x$ 라 하면

$$\triangle ABH \text{ 에서 } 7^2 = h^2 + (6-x)^2$$

$$\triangle ACH \text{ 에서 } 5^2 = h^2 + x^2$$

두 식을 연립하여 풀면 $h^2 = 7^2 - (6-x)^2 = 5^2 - x^2$ 이므로 $x = 1$

따라서 $\triangle AHC$ 에서

$$h^2 = 5^2 - x^2 = 5^2 - 1^2 = 24$$

$$\therefore h = 2\sqrt{6} (\because h > 0)$$

51. 세변의 길이가 각각 13, 14, 15인 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 84

해설

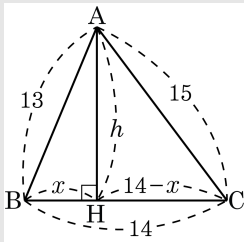
$$13^2 - x^2 = 15^2 - (14 - x)^2$$

$$169 - x^2 = 225 - 196 + 28x - x^2$$

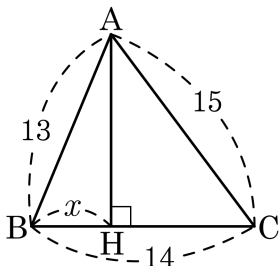
$$28x = 140, x = 5$$

$$h = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$$

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = 14 \times 12 \times \frac{1}{2} = 84$$



52. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 13$, $\overline{AC} = 15$, $\overline{BC} = 14$ 인 삼각형 ABC가 있다. 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H, $\overline{BH} = x$ 라 할 때, 다음 안에 들어갈 것을 차례대로 써라.



직각삼각형 ABH에서

$$\overline{AH}^2 = \square - x^2 \dots \textcircled{㉠}$$

$\overline{CH} = 14 - x$ 이므로 직각삼각형 ACH에서

$$\overline{AH}^2 = \square - (14 - x)^2 \dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에 의해 } 169 - x^2 = \square - (14 - x)^2$$

$$\therefore x = \square$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 169, 225, 225, 5

해설

직각삼각형 ABH에서

$$\overline{AH}^2 = 169 - x^2 \dots \textcircled{㉠}$$

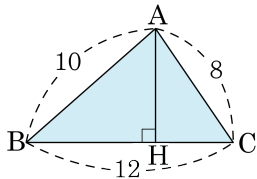
$\overline{CH} = 14 - x$ 이므로 직각삼각형 ACH에서

$$\overline{AH}^2 = 225 - (14 - x)^2 \dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에 의해 } 169 - x^2 = 225 - (14 - x)^2$$

$$\therefore x = 5$$

53. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BH}$ 의 길이를 구하고 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

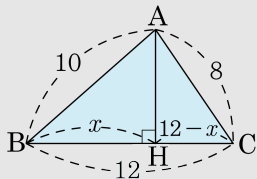
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{BH} = \frac{15}{2}$

▷ 정답 : $\triangle ABC$ 의 넓이 : $15\sqrt{7}\text{cm}^2$

해설

$\overline{BH} = x$, $\overline{CH} = 12 - x$
라고 하면



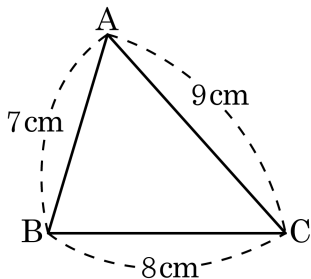
$$\overline{AH} = \sqrt{10^2 - x^2} = \sqrt{8^2 - (12 - x)^2}$$

$$10^2 - x^2 = 8^2 - (12 - x)^2 \text{ 을 정리하면 } x = \frac{15}{2}$$

$$\overline{AH} = \sqrt{10^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{7}}{2}$$

$$\therefore (\triangle ABC \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{5\sqrt{7}}{2} = 15\sqrt{7}$$

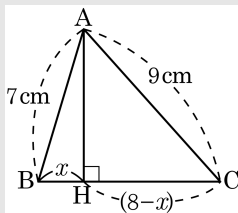
54. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CA} = 9\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $12\sqrt{5}\text{cm}^2$

해설



$\overline{BH} = x$ 라 하면 $\overline{HC} = 8 - x$ 이다.

$$\overline{AH}^2 = 49 - x^2 \dots \textcircled{1}$$

$$\overline{AH}^2 = 81 - (8 - x)^2 \dots \textcircled{2}$$

①, ② 로부터 $49 - x^2 = 81 - (8 - x)^2$, $16x = 32$ 이다.

$$\therefore x = 2(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AH} = \sqrt{49 - 4} = 3\sqrt{5}(\text{cm})$$

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 8 \times 3\sqrt{5} = 12\sqrt{5}(\text{cm}^2)$$

55. 세 점 A(-3, -3), B(2, 2), C(0, 4) 를 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$A(-3, -3), B(2, 2), C(0, 4)$$

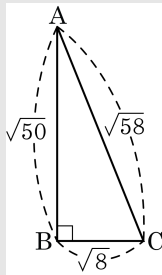
$$\overline{AB} = \sqrt{(-3-2)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{50}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(2-0)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{8}$$

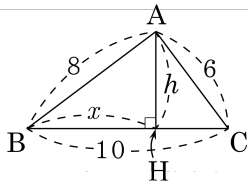
$$\overline{AC} = \sqrt{(-3-0)^2 + (-3-4)^2} = \sqrt{58}$$

$$(\sqrt{58})^2 = (\sqrt{50})^2 + (\sqrt{8})^2$$

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로
따라서 넓이는 $5\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 10$ 이다.



56. 다음 삼각형에서 $\triangle ABC$ 의 높이 h 를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{24}{5}$

해설

$$\overline{BH} = x, \overline{CH} = 10 - x$$

$$64 - x^2 = 36 - (10 - x)^2$$

$$64 - x^2 = 36 - 100 + 20x - x^2$$

$$20x = 128$$

$$x = \frac{32}{5}$$

$$\begin{aligned} h^2 &= 8^2 - \left(\frac{32}{5}\right)^2 \\ &= 64 - \frac{1024}{25} \\ &= \frac{1600 - 1024}{25} \\ &= \frac{576}{25} \end{aligned}$$

$$\therefore h = \sqrt{\frac{576}{25}} = \frac{24}{5} (\because h > 0)$$