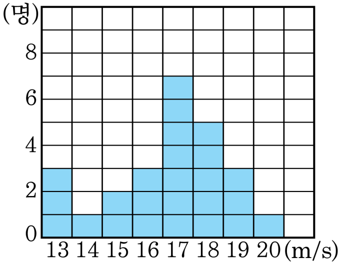
1. 다음은 영진이네 학급 학생들의 100m 달리기 기록에 대한 분포를 나타낸 그래프이다. 이때, 학생들의 100m 달리기 기록에 대한 중앙값과 최빈값은?



① 중앙값 : 15, 최빈값 : 17
② 중앙값 : 16, 최빈값 : 17
③ 중앙값 : 17, 최빈값 : 17
④ 중앙값 : 17, 최빈값 : 16
⑤ 중앙값 : 17, 최빈값 : 18

해설

최빈값은 학생 수가 7 명으로 가장 많을 때인 17 이고, 학생들의 기록을 순서대로 나열하면 13, 13, 13, 14, 15, 15, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 18, 18, 18, 18, 18, 19, 19, 19, 20 이므로 중앙값은 17 이다.

2. 다섯 개의 자료 $75, 70, 65, 60, x$의 평균이 70일 때, x의 값은?

① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

해설

평균이 70이므로 $\frac{75+70+65+60+x}{5}=70$

$270+x=350$

$\therefore x=80$

3. 다음은 5 명의 학생 A, B, C, D, E 의 한달 간의 인터넷 이용 시간의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. A, B, C, D, E 중 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은?

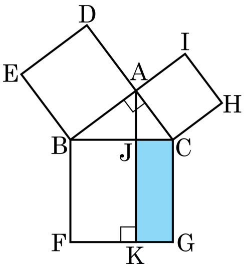
이름	A	B	C	D	E
평균(시간)	5	6	5	3	9
표준편차(시간)	2	0.5	1	3	2

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어진다. 따라서 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은 표준편차가 가장 큰 D이다.

4. 다음 그림에서 □JKGC 와 넓이가 같은 도형은?



① □DEBA ② □BFKJ

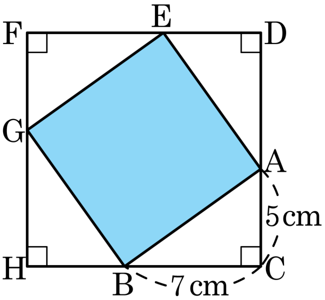
③ □ACHI ④ △ABC

⑤ △ABJ

해설

□JKGC 의 넓이는 $\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이와 같다.

5. 다음 그림의 □FHCD 는 △ABC 와 합동인 직각삼각형을 이용하여 만든 사각형이다. □BAEG 의 넓이를 구하여라.



① $71\,\text{cm}^2$　② $72\,\text{cm}^2$　③ $73\,\text{cm}^2$

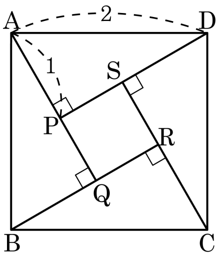
④ $74\,\text{cm}^2$　⑤ $75\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB} = \sqrt{7^2+5^2} = \sqrt{49+25} = \sqrt{74}$

$\square BAEG = (\sqrt{74})^2 = 74\ (\text{cm}^2)$

6. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 2 인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 1$ 이다. 사각형 PQRS 의 넓이는?



① $5-3\sqrt{2}$　② $4-\sqrt{3}$　③ $4-2\sqrt{3}$

④ $5-\sqrt{3}$　⑤ $2-\sqrt{3}$

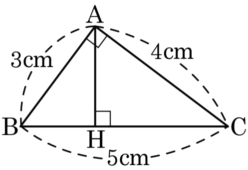
해설

□PQRS 는 정사각형이므로

$\overline{AQ} = \sqrt{2^2-1^2} = \sqrt{3}$　$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{3}-1$

$\therefore$ □PQRS $= (\sqrt{3}-1)^2 = 4-2\sqrt{3}$

7. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 한다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

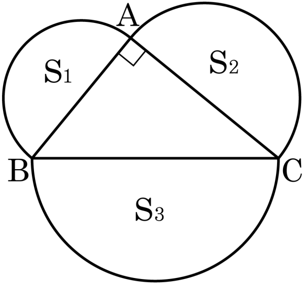
▷ 정답 : $\dfrac{16}{5}$

해설

큰 삼각형과 작은 두 삼각형이 서로 닮음이므로 $\overline{CH} = x$ 라고 할 때, $5 : 4 = 4 : x$ 이 성립한다.

따라서 $x = \dfrac{16}{5}$

8. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 S_1 , S_2 , S_3 라 하자. $S_1 = 10\pi\text{cm}^2$, $S_2 = 15\pi\text{cm}^2$ 일 때, S_3 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $25\pi\,\text{cm}^2$

해설

$S_1 + S_2 = S_3$ 이므로 $S_3 = 25\pi(\text{cm}^2)$

9. 다음 삼각비의 값 중에서 가장 큰 것은?

① $\sin 0°$ ② $\cos 30°$ ③ $\cos 45°$

④ $\sin 30°$ ⑤ $\tan 45°$

해설

① $\sin 0° = 0$

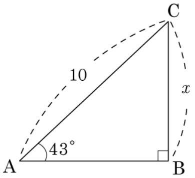
② $\cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\cos 45° = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

④ $\sin 30° = \dfrac{1}{2}$

⑤ $\tan 45° = 1$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 삼각비의 표를 보고 x 의 값을 구하면?



〈삼각비의 표〉

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6821	1.0724

① 6.82 ② 6.947 ③ 7.071 ④ 7.193 ⑤ 7.314

해설

$\sin 43° = \dfrac{x}{10}$ 이므로 $x = 10 \times \sin 43° = 10 \times 0.682 = 6.82$ $\therefore$ 6.82

11. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
$55^{\text{이상}} \sim 65^{\text{미만}}$	3
$65^{\text{이상}} \sim 75^{\text{미만}}$	a
$75^{\text{이상}} \sim 85^{\text{미만}}$	1
$85^{\text{이상}} \sim 95^{\text{미만}}$	1
합계	8

① 60　② 70　③ 80　④ 90　⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3 + 1 + 1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

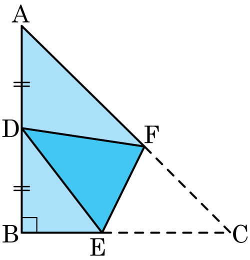
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

12. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 6\,\text{cm}$ 인 직각이등변삼각형의 종이를 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 C 가 $\overline{AB}$ 의 중점에 오도록 접은 것이다. $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$ cm

해설

$\overline{BE} = x\,\text{cm}$ 라 두면 $\overline{EC} = \overline{DE} = (6-x)\,\text{cm}$ 이고 $\overline{BD} = 6 \div 2 = 3(\text{cm})$ 이다. $\triangle BDE$ 는 직각삼각형이므로 $(6-x)^2 = x^2 + 3^2$ 이다.

따라서 $x = \frac{9}{4}$ 이다.

13. 넓이가 $25\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 인 정삼각형의 한 변의 길이를 $a\,\mathrm{cm}$, 높이를 $b\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 이라고 할 때, $a+b$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=15$

해설

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 25\sqrt{3}$, $a^2 = 100$, $a = 10$ 이다.

높이 $b\sqrt{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}) \Rightarrow b = 5$ 이다.

따라서 $a+b=15$ 이다.

14. 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{P}(3,\ 4)$, $\mathrm{Q}(x,\ -4)$ 사이의 거리가 10 일 때, x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

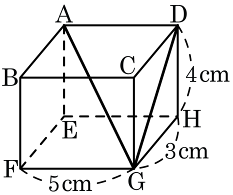
$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{PQ}}^2 &= (x-3)^2 + (-4-4)^2 \\ &= (x-3)^2 + 64 = 100\end{aligned}$$

$(x-3)^2 = 36$

$x - 3 = \pm 6$

$\therefore\ x = 9,\ -3$

15. 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 5 cm, 3 cm, 4 cm 인 직육면체에서 $\triangle AGD$ 의 둘레의 길이를 구하면?



① $12\,\mathrm{cm}$　② $(10 + 5\sqrt{2})\,\mathrm{cm}$

③ $(12 + 2\sqrt{2})\,\mathrm{cm}$　④ $(10 + \sqrt{3})\,\mathrm{cm}$

⑤ $(8 + 2\sqrt{3})\,\mathrm{cm}$

해설

$\overline{AG} = \sqrt{5^2 + 3^2 + 4^2} = 5\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

$\overline{DG} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ (\mathrm{cm})$

$\overline{AD} = 5\,\mathrm{cm}$

따라서, 둘레의 길이는 $(10 + 5\sqrt{2})\,\mathrm{cm}$ 이다.

16. 대각선의 길이가 $9\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체의 겉넓이 a 의 값을 구하여라.

▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ **정답 :** $a = 162\ \underline{\mathrm{cm}^2}$

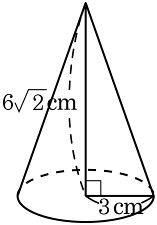
해설

$\sqrt{3}a = 9 \Rightarrow a = 3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

겉넓이는 $6 \times (3\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}) = 6 \times 27 = 162(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

$\therefore\ a = 162$

17. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3cm, 높이가 $6\sqrt{2}$cm 인 원뿔을 전개했을 때, 생기는 부채꼴의 중심각의 크기는?



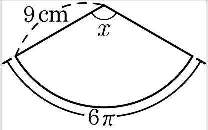
① 90° ② 120° ③ 144° ④ 150° ⑤ 216°

해설

중심각의 크기를 x 라 두자.

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{\left(6\sqrt{2}\right)^2 + 3^2} = 9$

원뿔을 전개해보면 부채꼴의 호의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이가 같다.



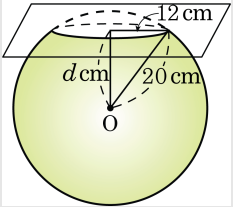
$2\pi \times 9 \times \dfrac{x}{360} = 2\pi \times 3 \quad \therefore x = 120°$

18. 반지름이 20cm 인 구를 어떤 평면으로 잘랐을 때, 단면인 원의 반지름이 12cm 이다. 이 평면과 구의 중심과의 거리는?

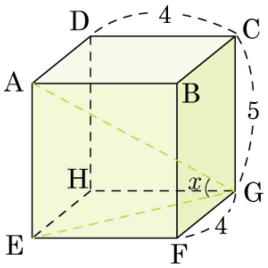
① 13cm ② 14cm ③ 15cm ④ 16cm ⑤ 17cm

해설

평면과 구의 중심과의 거리를 d cm라 하면 $20^2 = d^2 + 12^2$, $d^2 = 256$, $\therefore d = 16(\text{cm})$



19. 다음 그림의 직육면체에서 $\angle AGE = x$ 라고 할 때, $\sin x \times \cos x$ 의 값을 구한 것으로 옳은 것은?



① $\frac{10\sqrt{2}}{57}$ ② $\frac{20\sqrt{2}}{47}$ ③ $\frac{20\sqrt{3}}{37}$

④ $\frac{20\sqrt{2}}{57}$ ⑤ $\frac{20\sqrt{3}}{57}$

해설

$\overline{EG} = 4\sqrt{2}$

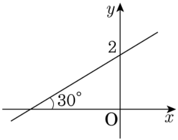
$\overline{AE} = 5$

$\overline{AG} = \sqrt{57}$

따라서

$\sin x \times \cos x = \frac{5}{\sqrt{57}} \times \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{57}} = \frac{20\sqrt{2}}{57}$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 y 절편이 2 이고 x 축과 그래프가 이루는 각의 크기가 30° 일 때, 이 그래프의 방정식을 구하여라.



① $y=\frac{\sqrt{2}}{2}x+2$　② $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x+2$　③ $y=\frac{\sqrt{2}}{3}x+2$
④ $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$　⑤ $y=\frac{2\sqrt{3}}{3}x+2$

해설

$y=ax+b$에서 $a=\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $b=2$

$\therefore y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$

21. 세호네 반 학생 30 명의 몸무게의 총합은 2100 , 몸무게의 제곱의 총합은 150000 일 때, 세호네 반 학생 몸무게의 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

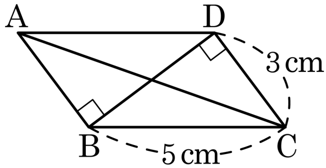
해설

$$(\text{분산}) = \frac{\left\{(\text{변량})^2 \text{의 총 합}\right\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$\dfrac{150000}{30} - 70^2 = 100$, 즉 분산은 100 이다.

따라서 표준편차는 10 이다.

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BC}}=5\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CD}}=3\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BD}}$ 의 값은?



① $(2\sqrt{13}+2)\,\mathrm{cm}$
② $(4\sqrt{13}+2)\,\mathrm{cm}$
③ $(2\sqrt{13}+4)\,\mathrm{cm}$
④ $(4\sqrt{13}+4)\,\mathrm{cm}$
⑤ $10\,\mathrm{cm}$

해설

삼각형 BCD 에서 피타고라스 정리에 따라

$5^2=3^2+\overline{\mathrm{BD}}^2$

$\overline{\mathrm{BD}}>0$ 이므로 $\overline{\mathrm{BD}}=4\,\mathrm{cm}$ 이다.

평행사변형의 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로

대각선끼리의 교점을 O 라 할 때,

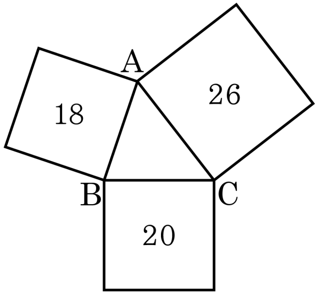
삼각형 ABO 에 대해서

$\overline{\mathrm{AB}}=3\,\mathrm{cm},\ \overline{\mathrm{BO}}=2\,\mathrm{cm}$

피타고라스 정리에 의해서 $\overline{\mathrm{AO}}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}(\,\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BD}}=(4+2\sqrt{13})\,\mathrm{cm}$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 삼각형의 세 변을 한 변으로 하는 정사각형 세 개의 넓이가 각각 18, 20, 26 일 때, 삼각형의 넓이를 구하여라.

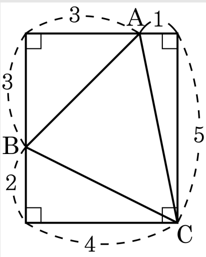


▶ 답 :

▷ 정답 : 9

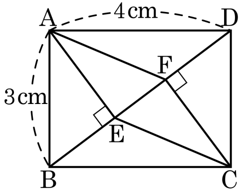
해설

정사각형의 넓이 18, 20, 26 은 각각 $18 = 3^2 + 3^2, 20 = 2^2 + 4^2, 26 = 1^2 + 5^2$ 이므로 다음 그림과 같이 가로의 길이가 4 , 세로의 길이가5 인 직사각형을 만들 수 있다.



$\therefore$ (삼각형의 넓이)$=(4\times5)-\dfrac{1}{2}(3\times3+2\times4+1\times5) = 20-11 = 9$

24. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 의 넓이는?



① $\frac{8}{5}\text{cm}^2$ ② $\frac{84}{25}\text{cm}^2$ ③ 12cm^2

④ $11\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $12\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\overline{BD} = \sqrt{3^2+4^2} = 5(\text{cm})$

$5 \times \overline{AE} = 3 \times 4$

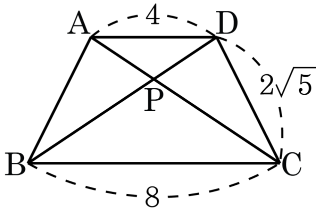
$\therefore \overline{AE} = \frac{12}{5}\text{ cm}$

$\overline{BE} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}(\text{cm})$

$\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{EF} = 5 - 2 \times \frac{9}{5} = \frac{7}{5}(\text{cm})$

$\therefore$ □AECF $= \frac{12}{5} \times \frac{7}{5} = \frac{84}{25}(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 4, \overline{BC} = 8, \overline{CD} = 2\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle$PBC 의 넓이를 구하여라.

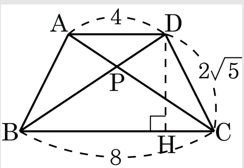


▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{32}{3}$

해설

점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면



$\overline{DH} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - 2^2} = \sqrt{20-4} = \sqrt{16} = 4$

$\square ABCD = \dfrac{1}{2} \times (4+8) \times 4 = 24$

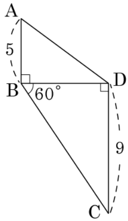
$\triangle$CPB 와 $\triangle$APD 에서 $\overline{AD} : \overline{BC} = 2 : 1$ 이므로 $\triangle CBP : \triangle APD = 4 : 1$

$\triangle$APD 의 넓이를 a 라 하면

$\triangle ABP = 2a, \triangle DPC = 2a, \triangle PBC = 4a$

$\therefore \triangle PBC = \square ABCD \times \dfrac{4}{9} = 24 \times \dfrac{4}{9} = \dfrac{32}{3}$

26. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\angle ABD = \angle BDC = 90°$, $\angle DBC = 60°$ 일 때, 두 대각선 AC, BD 의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답 :

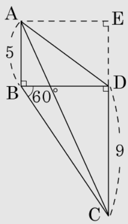
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{AC} = \sqrt{223}$

▷ 정답 : $\overline{BD} = 3\sqrt{3}$

해설

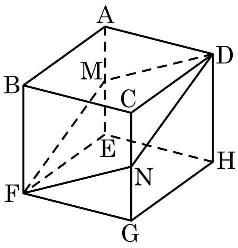
대각선 BD 의 길이는 $3\sqrt{3}$ 이다.



$\triangle ACE$ 에서 $\overline{AE} = \overline{BD} = 3\sqrt{3}$, $\overline{EC} = 5 + 9 = 14$

$\therefore\ \overline{AC} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 14^2} = \sqrt{223}$

27. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 6인 정육면체에서 $\overline{AE}$의 중점을 M, $\overline{CG}$의 중점을 N이라 할 때, □MFND의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{6}$

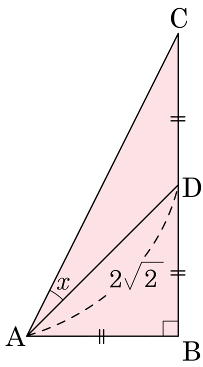
해설

$\overline{MN} = \overline{AC} = 6\sqrt{2}$

$\overline{DF} = 6\sqrt{3}$,

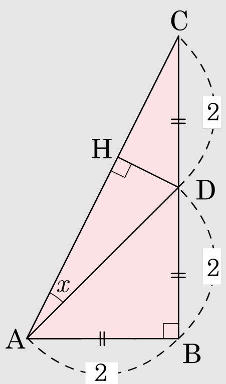
□MFND 의 넓이 : $6\sqrt{3} \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 18\sqrt{6}$

28. 다음 직각삼각형에서 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$ 일 때, $\cos x$ 의 값을 구하면?



① $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$ ② $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$ ③ $\dfrac{3}{10}$
④ $\dfrac{10\sqrt{10}}{3}$ ⑤ $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$

해설



$$\cos x = \frac{\overline{AH}}{\overline{AD}}$$

$$\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{CD} = 2$$

$$\overline{AC} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

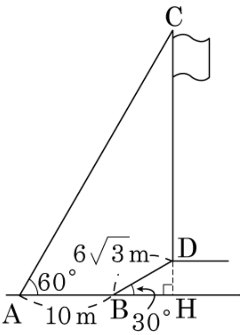
$$\triangle ACD = \triangle ABC - \triangle ABD = 2$$

$$\triangle ACD = \frac{1}{2}\cdot\overline{AC}\cdot\overline{DH} = \frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{5}\cdot\overline{DH} = 2$$

$$\Rightarrow \overline{DH} = \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad \overline{AH} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{DH}^2} = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

따라서 $\cos x = \dfrac{\overline{AH}}{\overline{AD}} = \dfrac{\frac{6}{\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}} = \dfrac{3}{\sqrt{10}} = \dfrac{3\sqrt{10}}{10}$ 이다.

29. 다음 그림과 같이 언덕 위에 국기 게양대가 서 있다. A 지점에서 국기 게양대의 꼭대기 C 를 올려다 본 각이 $60°$ 이고, A 지점에서 국기 게양대 방향으로 $10\,\mathrm{m}$ 걸어간 B 지점에서부터 오르막이 시작된다. 오르막 $\overline{BD}$ 의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{m}$ 이고 오르막의 경사가 $30°$ 일 때, 국기 게양대의 높이 $\overline{CD}$ 를 구하여라.



▶ 답 : _____ m

▷ 정답 : $16\sqrt{3}$ m

해설

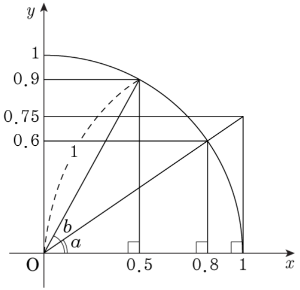
$$\overline{AH} = 10 + 6\sqrt{3}\cos 30° = 10 + 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 19\ (\mathrm{m})$$

$$\overline{DH} = 6\sqrt{3}\sin 30° = 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

$$\overline{CH} = \overline{AH}\tan 60° = 19\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

$$\therefore\ \overline{CD} = \overline{CH} - \overline{DH} = 19\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 16\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

30. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 중 옳은 것은?



① $\sin a = 0.8$ ② $\cos a = 0.6$ ③ $\cos b = 0.9$

④ $\sin b = 0.5$ ⑤ $\tan a = 0.75$

해설

① $\sin a = 0.6$

② $\cos a = 0.8$

③ $\cos b = 0.5$

④ $\sin b = 0.9$

31. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 3 일 때, $\frac{1}{2}x^2$, $\frac{1}{2}y^2$, $\frac{1}{2}z^2$ 의 평균은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=5$$

$\therefore x+y+z=15 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, x, y, z 의 분산이 3 이므로

$$\frac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3}=3$$

$$(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2=9$$

$$x^2-10x+25+y^2-10y+25+z^2-10z+25=9$$

$$x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75=9$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2+z^2-10\times15+75=9$$

$\therefore x^2+y^2+z^2=84$

따라서 $\frac{1}{2}x^2$, $\frac{1}{2}y^2$, $\frac{1}{2}z^2$ 의 평균은

$\frac{1}{3}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}+\frac{z^2}{2}\right)=\frac{1}{6}(x^2+y^2+z^2)=\frac{84}{6}=14$ 이다.

32. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, $3x$, $3y$, $3z$ 의 분산은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=4$$

$$\therefore\ x+y+z=12 \quad \cdots\cdots ㉠$$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$$

$$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$$

$$x^2-8x+16+y^2-8y+16+z^2-8z+16=6$$

$$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=6$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2+z^2-8\times 12+48=6$$

$$\therefore x^2+y^2+z^2=54$$

한편, $3x$, $3y$, $3z$ 의 평균은

$$\frac{3x+3y+3z}{3}=\frac{3(x+y+z)}{3}=\frac{3\times 12}{3}=12$$

따라서 분산은

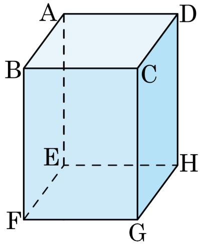
$$\frac{(3x-12)^2+(3y-12)^2+(3z-12)^2}{3}$$

$$=\frac{9x^2+9y^2+9z^2-72(x+y+z)+144\times 3}{3}$$

$$=\frac{9\times 54-72\times 12+432}{3}=\frac{54}{3}$$

$$=18$$

33. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD} = 3$, $\overline{AE} = 4$ 인 직육면체의 한 점 A 에서 겉면을 따라 점 G 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

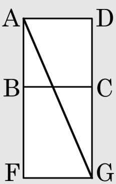


▶ 답 :

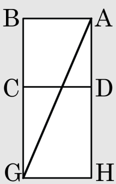
▷ 정답 : $2\sqrt{13}$

해설

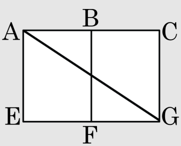
구하는 최단 거리는 다음 세 가지의 경우 중 한 가지이다.



$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}$



$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}$



$\overline{AG} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

따라서 최단 거리는 $2\sqrt{13}$ 이다.