1. 다음은 다섯 명의 학생이 5 일 동안 받은 e – mail 의 개수를 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 가장 작은 사람은 누구인가?

	월요일	화요일	수요일	목요일	금요일
성재	5	2	5	5	2
선영	6	4	6	6	4
민지	10	10	10	11	10
성수	5	8	5	8	9
경희	7	1	7	1	9

① 성재　② 선영　③ 민지　④ 성수　⑤ 경희

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 작을수록 변량이 평균에서 더 가까워지므로 표준편차가 가장 작은 학생은 민지이다.

2. 다음은 A, B 두 명의 학생의 턱걸이 횟수의 기록을 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 큰 학생을 구하여라.

	1회	2회	3회	4회	5회
A	8	9	8	7	9
B	7	9	8	10	6

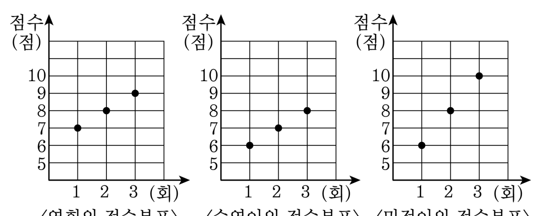
▶ 답 :

▷ 정답 : B

해설

A, B 의 평균은 모두 8 이다. 표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 표준편차가 큰 학생은 B 이다.

3. 다음은 영희, 수영, 민정이 세 사람의 3 회에 걸친 수학 쪽지시험을 나타낸 그래프이다. 이때, 수영이랑 표준편차가 같은 사람은 누구인지 구하여라.



〈영희의 점수분포〉 〈수영이의 점수분포〉 〈민정이의 점수분포〉

▶ 답 :

▷ 정답 : 영희

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 영희와 수영이의 표준편차는 같다.

4. 5 개의 변량 $4, 5, x, 11, y$ 의 평균이 6 이고 분산이 8 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

5 개의 변량의 평균이 6 이므로 $x + y = 10$ 이다.

$$\frac{(4-6)^2 + (5-6)^2 + (x-6)^2}{5} + \frac{(11-6)^2 + (y-6)^2}{5} = 8$$

$4 + 1 + (x-6)^2 + 25 + (y-6)^2 = 40$

$x^2 + y^2 - 12(x + y) + 72 + 30 = 40$

$x^2 + y^2 - 12(10) + 72 + 30 = 40$

$\therefore x^2 + y^2 = 58$

5. 다섯 개의 변량 8, 7, x, y, 9의 평균이 8이고, 분산이 5일 때, $4xy$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 210

해설

다섯 개의 변량 8, 7, x, y, 9 의 평균이 8 이므로

$\frac{8+7+x+y+9}{5}=8,\ x+y+24=40$

$\therefore\ x+y=16\cdots$㉠

또, 분산이 5이므로

$\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}$

$+\frac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5}=5$

$\frac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$

$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5}=5$

$x^2+y^2-16(x+y)+130=25$

$\therefore\ x^2+y^2-16(x+y)=-105\cdots$㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2=16(x+y)-105=16\times16-105=151$

$\therefore\ x^2+y^2=151\cdots$㉢

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy,$

$16^2=151+2xy,\ 2xy=105$

$\therefore\ 4xy=210$

6. 다음 표는 미정이 친구 6 명의 학생들의 수학 성적의 편차를 나타낸 것이다. 분산이 8 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $-\frac{ab}{3}$ 의 값을 구하여라.

이름	선영	수림	영진	희숙	경민	유림
편차(점)	-3	-4	3	a	b	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

편차의 합은 0 이므로

$-3-4+3+a+b+2=0$

$\therefore\ a+b=2 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또한, 분산은 8 이므로

$$\frac{(-3)^2+(-4)^2+3^2+a^2+b^2+2^2}{6}=8$$

$a^2+b^2+38=48$

$a^2+b^2=10 \quad \cdots\cdots$ ㉡

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ 에 ㉠, ㉡을 대입하면

$2^2=10+2ab,\ \ 2ab=-6 \quad \therefore\ ab=-3$

따라서 $-\frac{ab}{3}=-\frac{-3}{3}=1$ 이다.

7. 변량 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$ 의 평균이 10, 분산이 5 일 때, 변량 $4x_1+1, 4x_2+1, 4x_3+1, \cdots 4x_n+1$ 의 평균, 분산을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 41

▷ 정답 : 분산 : 80

해설

(평균)$= 4 \cdot 10 + 1 = 41$
(분산)$= 4^2 \cdot 5 = 80$

8. 변량 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 의 평균이 4, 분산이 5 일 때, 변량 $3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \cdots 3x_n - 5$ 의 평균을 m, 분산을 n 이라 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① 50　② 51　③ 52　④ 53　⑤ 54

해설

(평균)$= 3 \cdot 4 - 5 = 7 = m$

(분산)$= 3^2 \cdot 5 = 45 = n$

$\therefore m + n = 7 + 45 = 52$

9. 다음 네 개의 변수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $a+1$, $b+1$, $c+1$, $d+1$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 1 만큼 크다.

② $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 배만큼 크다.

③ $2a+3$, $2b+3$, $2c+3$, $2d+3$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차보다 2 배만큼 크다.

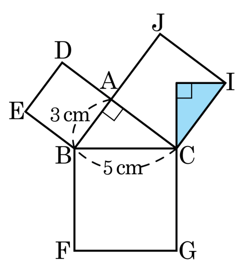
④ $4a+7$, $4b+7$, $4c+7$, $4d+7$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 4 배이다.

⑤ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9 배이다.

해설

② $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 배만큼 크다.
→ $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 만큼 크다.
⑤ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9 배이다.
→ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 3 배이다.

10. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 만들었다. $\overline{AB} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, 색칠되어 있는 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $\frac{96}{25}\,\text{cm}^2$

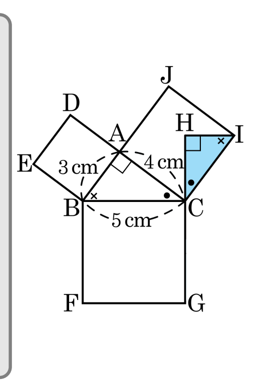
해설

점 I 에서 $\overline{CG}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라 하면

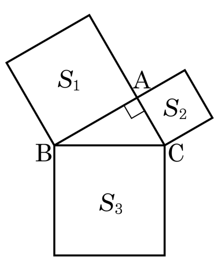
$\triangle ABC$ 와 $\triangle CIH$ 는 각의 크기가 모두 같으므로 닮음이다.

따라서 $\overline{HI} = 3 \times \frac{4}{5}$, $\overline{HC} = 4 \times \frac{4}{5}$

$\triangle CIH$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{16}{5} \times \frac{12}{5} = \frac{96}{25}(\text{cm}^2)$



11. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB}$: $\overline{BC} = 2 : 3$ 일 때, $S_2 : S_3$ 는?



① $2 : \sqrt{5}$　　② $\sqrt{5} : 3$　　③ $2 : 3$

④ $5 : 9$　　⑤ $4 : 5$

해설

$\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로

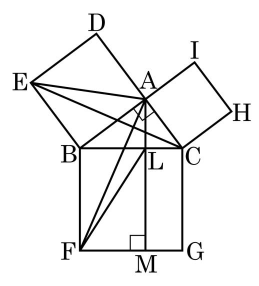
$S_1 : S_3 = 4 : 9$

$S_1 = 4a$ 라 하면 $S_3 = 9a$

$S_2 = S_3 - S_1 = 5a$

따라서 $S_2 : S_3 = 5 : 9$ 이다.

12. 다음 그림은 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 $\square ABED$ 와 넓이가 같은 것을 고르면?



① $\triangle ABC$ ② $\square ACHI$

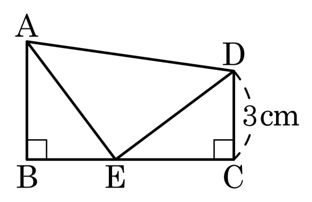
③ $\square LMGC$ ④ $\square BFML$

⑤ $\triangle AEC$

해설

$\triangle CBE = \triangle ABE$ (평행선을 이용한 삼각형의 넓이)
$\triangle CBE = \triangle ABF$ (SAS 합동)
$\triangle ABF = \triangle BFL$ (평행선을 이용한 삼각형의 넓이)
에 의해서, $\triangle ABE = \triangle BFL$ 이다.
$\therefore\ \square ABED = \square BFML$

13. 다음 그림에서 $\triangle ABE \equiv \triangle ECD$, $\triangle AED = \dfrac{25}{2}\text{cm}^2$ 이고, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때 $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\ \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\dfrac{49}{2}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AE} = \overline{ED}$ 이므로

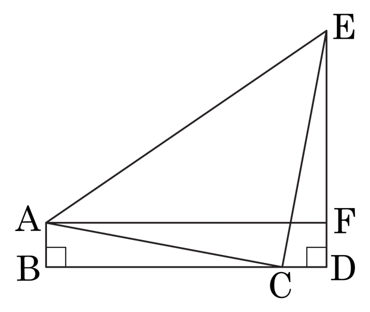
$\triangle AED = \dfrac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{ED} = \dfrac{1}{2}\overline{AE}^2 = \dfrac{25}{2}$

$\overline{AE} = \overline{ED} = 5\,\text{cm}$

$\triangle ECD$ 에서 $\overline{EC} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{cm}$

사다리꼴 ABCD 에서 $\dfrac{1}{2}(3+4)(3+4) = \dfrac{49}{2}\text{cm}^2$

14. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\triangle$ABC 의 넓이는 24 이고, $\overline{\mathrm{BC}} = 16$ 이라고 할 때, $\overline{\mathrm{EF}}$ 의 길이를 구하여라.



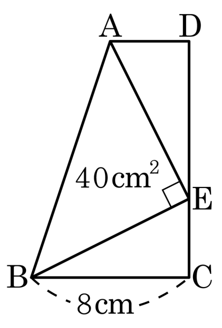
▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$\triangle$ABC 의 넓이가 24 이고 $\overline{\mathrm{BC}} = 16$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = 2\times24\times\frac{1}{16} = 3$ 이다.
$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{DF}} = 3$
또, 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이므로 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{DE}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{DE}} = 16$
따라서 $\overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{DE}} - \overline{\mathrm{DF}} = 16 - 3 = 13$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\triangle AED \equiv \triangle BCE$, $\triangle ABE = 40\text{cm}^2$ 이고, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때 $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 72 $\underline{\text{cm}^2}$

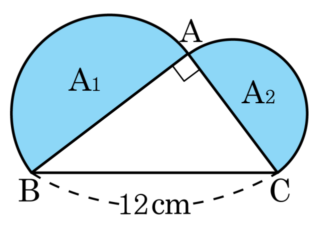
해설

$\overline{BE} = \overline{AE} = 4\sqrt{5}$, $\overline{CE}$ 를 x 라고 하면

$(4\sqrt{5})^2 = 8^2 + x^2$, $x = 4$

$\triangle BCE = 16$, $\square ABCD = 40 + 16 + 16 = 72(\text{cm}^2)$

16. 직각삼각형 ABC 에 대해 그림과 같이 반원을 그리고, 각각의 넓이를 A_1, A_2 라고 했을 때, $A_1 - A_2 = 2\pi\,\text{cm}^2$ 이다. A_1, A_2 를 각각 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▶ 답 : ______ cm^2

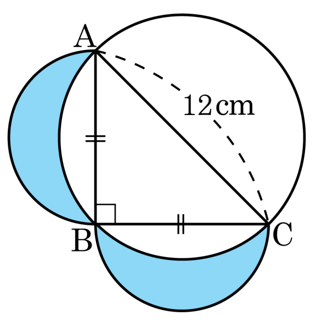
▷ 정답 : $A_1 = 10\pi$ cm^2

▷ 정답 : $A_2 = 8\pi$ cm^2

해설

$\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이는 $\frac{1}{2} \cdot 6^2 \cdot \pi = 18\pi\,\text{cm}^2$ 이고, 피타고라스 정리에 의해 $A_1 + A_2 = 18\pi\,\text{cm}^2$ 이 성립하고, $A_1 - A_2 = 2\pi\,\text{cm}^2$ 이므로
따라서 연립방정식을 풀면 $A_1 = 10\pi\,\text{cm}^2$, $A_2 = 8\pi\,\text{cm}^2$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각이등변 삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

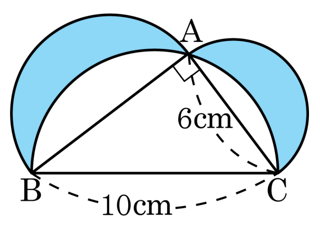
▷ 정답 : 36 cm^2

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$

어두운 부분의 넓이는 큰 반원 안 직각삼각형의 넓이와 같으므로 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면 $6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 72 \times \frac{1}{2} = 36(\text{cm}^2)$ 이다.

18. 다음 그림에서 각 반원은 직각삼각형의 각 변을 지름으로 한다. $\overline{AC} = 6\,cm$, $\overline{BC} = 10\,cm$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $15\,cm^2$　② $18\,cm^2$　③ $20\,cm^2$
④ $24\,cm^2$　⑤ $32\,cm^2$

해설

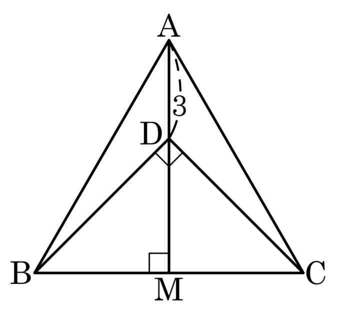
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AC}^2 = 10^2 - 6^2 = 64$

$\therefore \overline{AB} = \sqrt{64} = 8(\,cm)$ ($\because \overline{AB} > 0$)

색칠한 부분의 넓이를 S 라고 하면

$$S = \frac{\pi \times 4^2}{2} + \frac{\pi \times 3^2}{2} + \frac{6 \times 8}{2} - \frac{\pi \times 5^2}{2} = 24(\,cm^2)$$

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 점 D 는 점 A 에서 그은 수선 AM 위의 점이고 $\angle BDC = 90°$, $\overline{AD} = 3$ 일 때, 정삼각형 ABC 의 한 변의 길이를 구하여라.



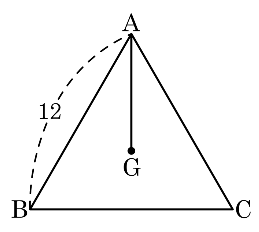
▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{3} + 3$

해설

점 M 은 직각삼각형 BDC 의 외심이므로
$\overline{DM} = \overline{BM} = \overline{CM} = x$ 라 하면,
$\overline{AM} = 3 + x$, $\overline{BC} = 2x$
$\overline{AM} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \overline{BC}$
$3 + x = \sqrt{3}x$
$(\sqrt{3} - 1)x = 3$
$\therefore\ x = \dfrac{3(\sqrt{3} + 1)}{2}$
따라서 한 변의 길이는 $2x = 3(\sqrt{3} + 1)$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 12인 정삼각형 ABC의 무게중심을 G라 할 때, $\overline{AG}$의 길이는?



① $\sqrt{3}$　② $2\sqrt{3}$　③ $4\sqrt{3}$　④ $6\sqrt{3}$　⑤ $8\sqrt{3}$

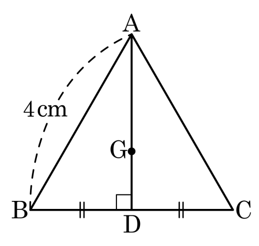
해설

$\triangle$ABC가 정삼각형이므로

$\overline{AG}$의 길이는 정삼각형 높이의 $\frac{2}{3}$가 된다.

$\overline{AG} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times \frac{2}{3} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$

21. 그림과 같이 한 변의 길이가 4 cm 인 정삼각형의 한 중선을 $\overline{AD}$, 무게중심을 G 라고 할 때, $\overline{GD}$ 의 길이는 $\frac{a\sqrt{b}}{3}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, b는 최소의 자연수)



① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\overline{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{GD} = 2\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

따라서 $a+b = 2+3 = 5$

22. 한 변의 길이가 10 인 정삼각형의 높이를 한 변의 길이로 하여 정육면체를 만들었다. 이 정육면체의 대각선의 길이를 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： 15

해설

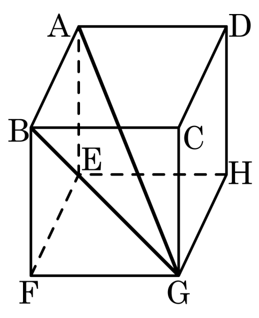
한 변의 길이가 10 인 정삼각형의 높이는

$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3}$ 이다.

또한 한 변의 길이가 $5\sqrt{3}$ 인 정육면체의 대각선의 길이는

$5\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 15$ 이다.

23. 다음과 같이 $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 인 정육면체가 있을 때, $\overline{AG} + \overline{BG}$ 의 길이를 구하여라.



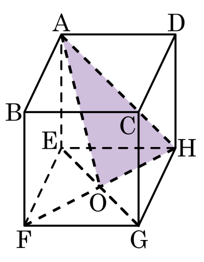
▶ 답 : ____________ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$ cm

해설

한 변의 길이가 4cm 이므로 $\overline{BG} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$ 가 된다.
$\overline{AG}$ 는 정육면체의 대각선이므로 $\sqrt{3} \times 4 = 4\sqrt{3}(\text{cm})$ 이 된다.
$\overline{AG} + \overline{BG} = 4\sqrt{2} + 4\sqrt{3}(\text{cm})$

24. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 인 정육면체에서 밑면의 두 대각선의 교점을 점 O 라 할 때, $\triangle$AOH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{3}$

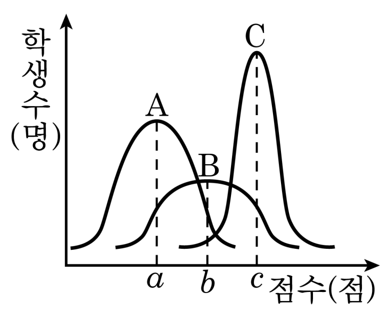
해설

$\overline{OH} = 4\sqrt{2},\ \overline{AH} = 8\sqrt{2}$
$\overline{AO} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 8^2} = \sqrt{32+64}$
$= \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$
$\overline{AH}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AO}^2$

즉,
$(8\sqrt{2})^2 = (4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{6})^2$ 이므로 $\triangle$AOH 는 직각삼각형이다.

($\triangle$AOH 의 넓이)$=4\sqrt{2}\times 4\sqrt{6}\times \frac{1}{2} = 16\sqrt{3}$

25. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.

② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.

③ C반 성적이 가장 고르다.

④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.

⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

26. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.

③ B의 표준편차가 A의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.2 = \sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A이다.

27. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

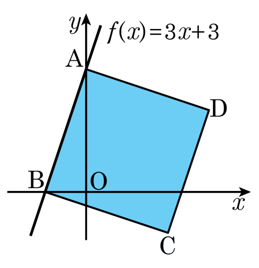
학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.1 = \sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3} = \sqrt{\frac{10}{9}} = \sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

28. 함수 $f(x)$ 와 y 축, x 축이 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 를 그린 것이다. □ABCD 의 넓이를 구하여라.



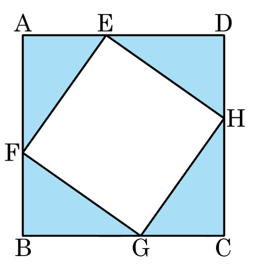
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A = (0,3)$, $B = (-1,0)$ 이므로
$\overline{OA} = 3$, $\overline{OB} = 1$
따라서 피타고라스 정리에 대입하면 $\overline{AB} = \sqrt{10}$ 이 성립한다.
그러므로 구하고자 하는 □ABCD 의 넓이는 10 이다.

29. 다음 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AF} = \overline{BG} = \overline{CH} = \overline{DE}$ 이고, 4 개의 직각삼각형의 넓이의 합이 $18\sqrt{3}$ 이 성립한다. □ABCD 의 둘레의 길이가 $12\left(1+\sqrt{3}\right)$ 일 때, $\overline{AE}^2 + \overline{DE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

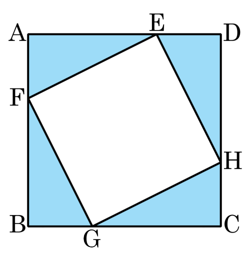
$\overline{AE} = a$, $\overline{DE} = b$ 라고 할 때,

직각삼각형의 넓이의 합이 $18\sqrt{3}$ 이므로 △AEF 의 넓이는 $\frac{18\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2}ab$

□ABCD 의 둘레의 길이가 $12\left(1+\sqrt{3}\right)$ 이므로 $4(a+b) = 12\left(1+\sqrt{3}\right)$

따라서 $a+b = 3+3\sqrt{3}$, $ab = \frac{18\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$ 이므로 $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 9 + 18\sqrt{3} + 27 - 18\sqrt{3} = 36$ 이다.

30. 다음은 정사각형 ABCD 의 내부에 $\overline{AF} = \overline{BG} = \overline{CH} = \overline{DE}$ 가 성립하도록 □EFGH 를 그린 것이다. $\overline{AE} : \overline{AF} = 2 : 1$, $\overline{EF} = \sqrt{5}$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



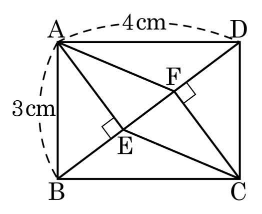
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

색칠된 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AE}^2 + \overline{AF}^2 = \overline{EF}^2$ 이 성립한다.
$\overline{AE} : \overline{AF} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{AE} = 2k$, $\overline{AE} = k$ $(k > 0)$ 라 하면 $(2k)^2 + k^2 = 5$ 에서 $k = 1$ 이므로 $\overline{AF} = 1$, $\overline{AE} = 2$ 가 성립한다.
따라서 직각삼각형 하나의 넓이를 A 라고 할 때, $A = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{AF} = 1$ 이므로 $4A = 4$ 이다.

31. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 의 넓이는?



① $\frac{8}{5}\,\text{cm}^2$　② $\frac{84}{25}\,\text{cm}^2$　③ $12\,\text{cm}^2$

④ $11\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　⑤ $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{\text{BD}} = \sqrt{3^2+4^2} = 5(\text{cm})$

$5\times\overline{\text{AE}} = 3\times 4$

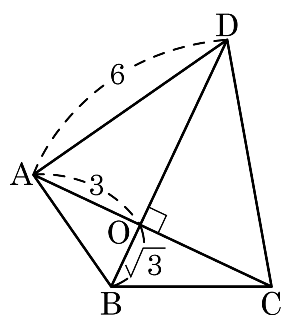
$\therefore \overline{\text{AE}} = \frac{12}{5}\ \text{cm}$

$\overline{\text{BE}} = \sqrt{3^2-\left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}\ (\text{cm})$

$\overline{\text{BE}} = \overline{\text{DF}}$ 이므로 $\overline{\text{EF}} = 5-2\times\frac{9}{5} = \frac{7}{5}\ (\text{cm})$

$\therefore\ \square\text{AECF} = \frac{12}{5}\times\frac{7}{5} = \frac{84}{25}(\text{cm}^2)$

32. 다음 그림과 같이 □ABCD 에서 두 대각선이 서로 직교하고, $\overline{AD} = 6$, $\overline{AO} = 3$, $\overline{BO} = \sqrt{3}$ 일 때, $\overline{CD}^2 - \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



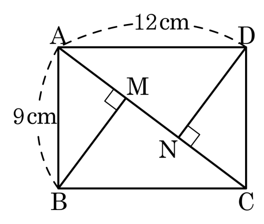
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

△ABO 에서
$\overline{AB}^2 = 3^2 + (\sqrt{3})^2 = 12$ 이므로
$12 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + 6^2$
$\overline{CD}^2 - \overline{BC}^2 = 36 - 12 = 24$

33. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4.2

해설

$\overline{AC} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$,$\overline{AM} = \overline{NC}$

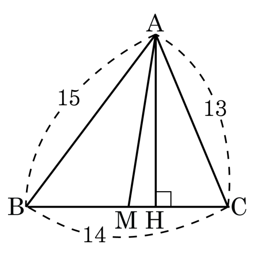
$\overline{AB}^2 = \overline{AM} \times \overline{AC}$ 이므로

$9^2 = \overline{AM} \times 15$

$\therefore\ \overline{AM} = 5.4$

$\therefore\ \overline{MN} = \overline{AC} - 2\overline{AM} = 15 - 2 \times 5.4 = 4.2$

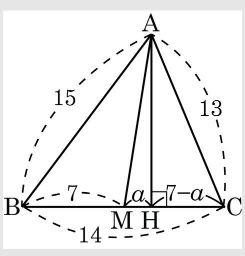
34. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 점 A 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 점 M 은 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점일 때, $\overline{\mathrm{AH}}-\overline{\mathrm{MH}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설



$\overline{\mathrm{MH}}=a$라 할 때,
$15^2-(7+a)^2=13^2-(7-a)^2$
$225-(49+14a+a^2)=169-(49-14a+a^2)$, $28a=56$, $a=2$
따라서 $\overline{\mathrm{MH}}=a=2$, $\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{13^2-5^2}=12$
이므로 $\overline{\mathrm{AH}}-\overline{\mathrm{MH}}=10$

35. $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=4$, $\overline{BC}=5$ 인 삼각형 ABC 에서 변 BC 의 중점을 M 이라 하고, 점 B 에서 직선 AM 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 BH 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{12}{5}$

해설

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$, 즉 삼각형 ABC 는 $\angle A=90°$ 인 직각삼각형이고 점 M 은 삼각형 ABC 의 외심이므로,

$\overline{BM}=\overline{CM}=\overline{AM}=\frac{5}{2}$

점 A 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하면,

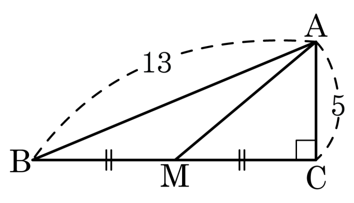
$\overline{BC}\times\overline{AD}=\overline{AB}\times\overline{AC}$ 이므로

$\therefore\ \overline{AD}=\frac{12}{5}$

$\overline{BM}\times\overline{AD}=\overline{AM}\times\overline{BH}$ 이므로

$\therefore\ \overline{BH}=\frac{12}{5}$

36. 다음 그림의$\triangle$ABC 에서 점 M 이 변BC 의 중점일 때,$\overline{\mathrm{AM}}$ 의 길이를 구하여라



▶ 답 :

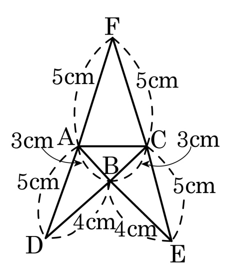
▷ 정답 : $\sqrt{61}$

해설

$\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \quad \therefore \overline{\mathrm{MC}} = 6$

$\therefore \overline{\mathrm{AM}} = \sqrt{6^2 + 5^2} = \sqrt{61}$

37. 다음 그림과 같은 전개도를 가지는 삼각뿔의 부피를 구하여라.

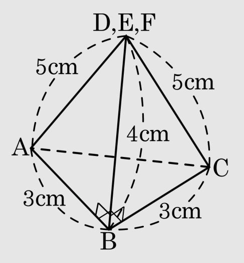


▶ 답 :

▷ 정답 : 6

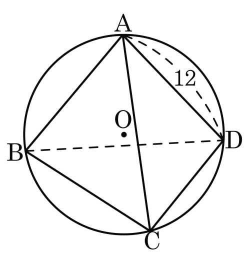
해설

$3^2 + 4^2 = 5^2$ 이므로 $\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 는 $\angle ABD = \angle CBE = 90°$ 인 직각삼각형이다.



$$(\text{삼각뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times \triangle ABC \times \overline{DB}$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3^2 \times 4 = 6$$

38. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12 인 정사면체에 외접하는 구를 그린 것이다. 이 구의 반지름의 길이는?



① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 12^3 = 144\sqrt{2}$

구의 중심 O 에서 점 A, B, C, D 에 선을 그으면, 밑면은 한 변의 길이가 12 인 정삼각형인 사면체 4 개가 된다.

이 사면체의 높이를 h

구의 반지름의 길이를 R이라고 하면

$R^2 = h^2 + (4\sqrt{3})^2$ 에서

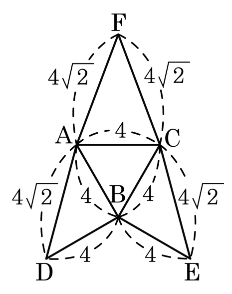
$h = \sqrt{R^2 - 48}$ 이므로

그 정사면체들의 부피의 합은

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times \sqrt{R^2 - 48} \times \frac{1}{3} \times 4 = 144\sqrt{2}$

따라서 $\mathrm{R} = 3\sqrt{6}$ 이다.

39. 다음 그림과 같은 전개도를 가지는 삼각뿔의 부피를 구하여라.

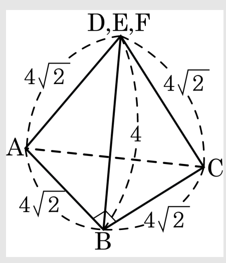


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{32}{3}$

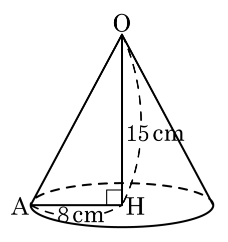
해설

$4^2 + 4^2 = \left(4\sqrt{2}\right)^2$ 이므로 $\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 는
$\angle ABD = \angle CBE = 90°$ 인 직각이등변삼각형이다.



$\therefore$ (삼각뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times \triangle ABC \times \overline{DB}$
$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 4^2 \times 4 = \frac{32}{3}$

40. 다음 그림의 원뿔은 밑면의 반지름의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$, 높이가 $15\,\mathrm{cm}$ 이다. 원뿔의 겉넓이를 구하여라.



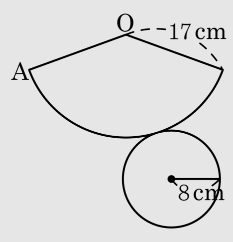
▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답: $200\pi\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle$OAH 에서 $\overline{\mathrm{OA}}^2 = \overline{\mathrm{AH}}^2 + \overline{\mathrm{OH}}^2$

$\overline{\mathrm{OA}} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17\,(\mathrm{cm})$



밑면의 반지름의 길이가 $8\,(\mathrm{cm})$ 이므로 둘레의 길이는 $2\pi \times 8 = 16\pi\,(\mathrm{cm})$

전개도에서 옆면은 부채꼴이므로

(옆면의 넓이)

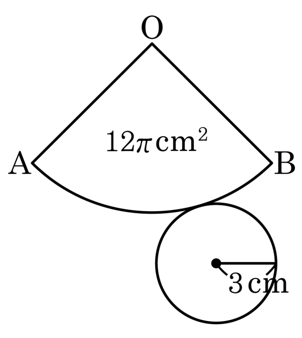
$= \frac{1}{2} \times$ (부채꼴의 반지름) $\times$ (호의 길이)

$= \frac{1}{2} \times 17 \times 16\pi$

$= 136\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

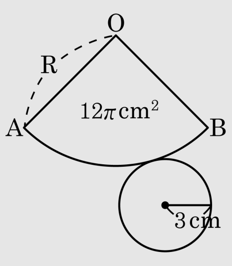
$\therefore$ (겉넓이) $= 136\pi + 64\pi = 200\pi(\mathrm{cm}^2)$

41. 다음 그림은 넓이가 $12\pi\text{cm}^2$ 인 부채꼴과 반지름이 3cm 인 원으로 만들어지는 원뿔의 전개도이다. 이 원뿔의 높이는?



① $\sqrt{3}\,\text{cm}$　② $\sqrt{6}\,\text{cm}$　③ $\sqrt{7}\,\text{cm}$
④ $2\sqrt{3}\,\text{cm}$　⑤ $\sqrt{13}\,\text{cm}$

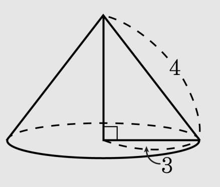
해설



밑면의 반지름의 길이 $r = 3(\text{cm})$ 이므로 부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi r = 6\pi(\text{cm})$ 이다.

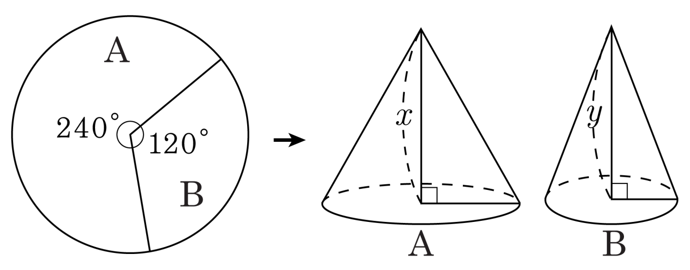
부채꼴 넓이이 $S = \frac{1}{2}\text{R}l = \frac{1}{2} \times \text{R} \times 6\pi = 3\pi\text{R} = 12\pi$ 이므로

$\text{R} = 4(\text{cm})$ 이다.
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}(\text{cm})$ 이다.

42. 반지름의 길이가 12 인 원을 다음 그림과 같이 중심각이 $240°$, $120°$ 가 되도록 잘라내어 2 개의 고깔을 만들었다. 두 고깔 A, B 의 높이를 각각 x, y 라 할 때, $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

해설

호의 길이는 각각

$24\pi \times \frac{240°}{360°} = 16\pi$, $24\pi \times \frac{120°}{360°} = 8\pi$

원기둥 A 에서 모선의 길이가 12cm , 밑면의 반지름의 길이가 8cm 이므로

$x = \sqrt{144 - 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}(\text{cm})$

원기둥 B 에서 모선의 길이가 12cm , 밑면의 반지름의 길이가 4cm 이므로

$y = \sqrt{144 - 16} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \frac{y}{x} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$