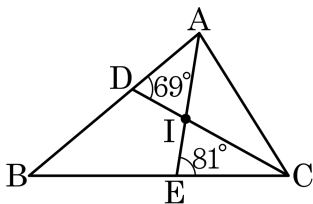


1. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle ADI = 69^\circ$, $\angle CEI = 81^\circ$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

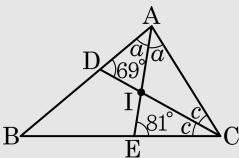
°

▷ 정답 : 40°

해설

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\angle BAE = \angle CAE = a$, $\angle ACD = \angle BCD = c$ 라 하면



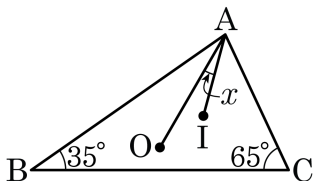
$\triangle AEC$ 에서 외각의 성질에 의해 $\angle CAE + \angle ACE = \angle AEB$ 이므로 $a + 2c = 99^\circ \dots \textcircled{1}$

$\triangle ADC$ 에서 외각의 성질에 의해 $\angle CAD + \angle ACD = \angle CDB$ 이므로 $2a + c = 111^\circ \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 더하면 $3a + 3c = 210^\circ$ 즉, $a + c = 70^\circ$

$\therefore \angle B = 180^\circ - 2(a + c) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 65^\circ$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 10°

② 12°

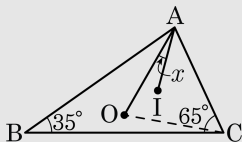
③ 15°

④ 18°

⑤ 20°

해설

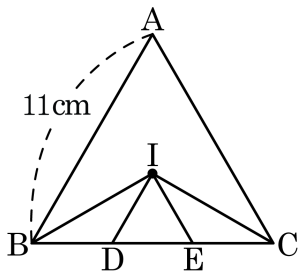
점 O 와 점 C 를 이으면,



i) $\angle B = 35^\circ$ 이므로 $\angle AOC = 70^\circ$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ \therefore \angle OAC = 55^\circ$

ii) $\angle A = 180^\circ - (35^\circ + 65^\circ) = 80^\circ$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$
 $\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55^\circ - 40^\circ = 15^\circ \therefore \angle x = 15^\circ$

3. 다음 그림에서 점 I는 정삼각형 ABC의 내심이다. $\overline{AB} // \overline{ID}$, $\overline{AC} // \overline{IE}$ 이고 $\overline{AB} = 11\text{cm}$ 일 때, $\triangle IDE$ 의 둘레의 길이는?



① $\frac{11}{3}\text{cm}$

② $\frac{11}{2}\text{cm}$

③ 11cm

④ 12cm

⑤ 13cm

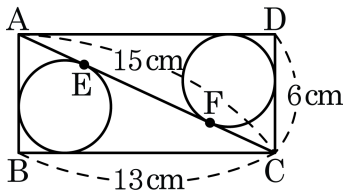
해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID (\because \overline{AB} // \overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다. $\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$

같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE (\because \overline{AC} // \overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다. $\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$ 이다.

따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 11(\text{cm})$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내접원이다. 두 점 E, F 사이의 거리는 ?



- ① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

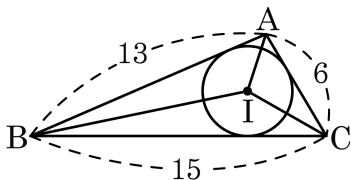
$\overline{AE}$ 를 x 라 하면

$$(15 - x) + (6 - x) = 13 \quad \therefore x = 4(\text{cm})$$

$\overline{AE} = \overline{CF} = 4(\text{cm})$ 이므로

$$\therefore \overline{EF} = 15 - (4 + 4) = 7(\text{cm})$$

5. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 13$, $\overline{BC} = 15$, $\overline{CA} = 6$ 이다. $\triangle AIB : \triangle BIC : \triangle CIA$ 를 $a : b : c$ 라고 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 서로 소인 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$(\triangle AIB \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 13 = \frac{13}{2}r$$

$$(\triangle BIC \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2}r$$

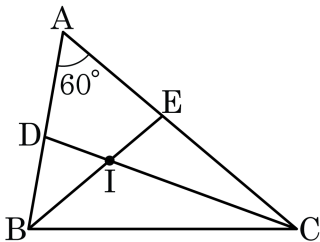
$$(\triangle CIA \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 6 = 3r \text{ 이다.}$$

$$\triangle AIB : \triangle BIC : \triangle CIA = \frac{13}{2}r : \frac{15}{2}r : 3r = 13 : 15 : 6 \text{ 이므로,}$$

$a = 13, b = 15, c = 6$ 이다.

따라서 $13 + 15 - 6 = 22$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle BDC + \angle BEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ○

▶ 정답 : 180°

해설

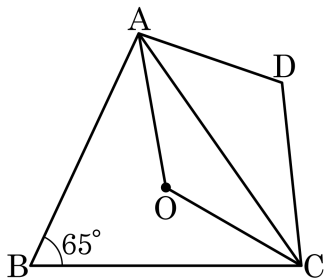
$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 120^\circ, \angle DIE = 120^\circ.$$

□ADIE 에서 $\angle ADI + \angle AEI + 60^\circ + 120^\circ = 360^\circ$

$$\angle ADI + \angle AEI = 180^\circ.$$

$$\angle BDI + \angle ADI + \angle CEI + \angle AEI = 360^\circ, \angle BDC + \angle BEC = 180^\circ$$

7. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이면서 동시에 $\triangle ACD$ 의 외심일 때, $\angle D$ 의 크기를 구하여라.



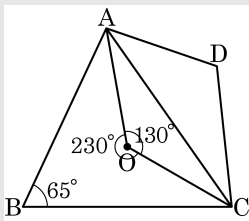
▶ 답 :

°

▶ 정답 : 115°

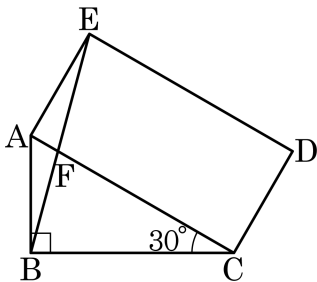
해설

$$\angle AOC = 2 \times \angle ABC = 130^\circ$$



$$\therefore \angle D = \frac{1}{2} \times 230^\circ = 115^\circ$$

8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30^\circ$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차는?



- ① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$$\angle BAC = 60^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle EAB = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$$

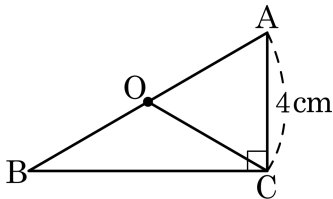
$$\angle ABE = \angle AEB = (180^\circ - 150^\circ) \div 2 = 15^\circ$$

$$\angle DEF = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$$

$$\angle EFC = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$$

$$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105^\circ - 75^\circ = 30^\circ$$

9. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\overline{AB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이면 $\angle ABC$ 의 크기는?



① 10°

② 20°

③ 30°

④ 40°

⑤ 알 수 없다.

해설

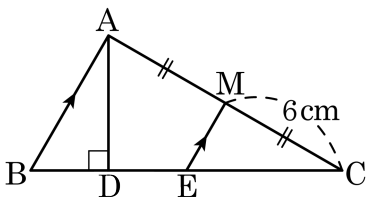
$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이고

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{AC} = 4\text{cm}$ 이다.

따라서 $\triangle AOC$ 는 정삼각형이므로 $\angle OAC = 60^\circ$

$\therefore \angle ABC = 30^\circ$

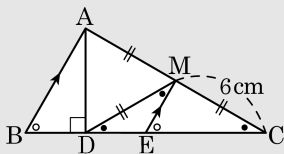
10. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 점 D라고 하고, $\overline{AB}$ 와 평행하면서 빗변 AC의 중점 M을 지나는 선분 ME를 이었다. $\angle B = 2 \times \angle C$, $\overline{CM} = 6\text{cm}$, $\triangle DEM$ 의 둘레의 길이가 14cm 일 때, 선분 ME의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4cm

해설



점 M은 $\triangle ADC$ 의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MD} = \overline{MC}$

$\triangle MDC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle MDC$

$\angle B = \angle MEC = 2\angle MDC$

$\therefore \angle DME = \angle C = \angle MDC$

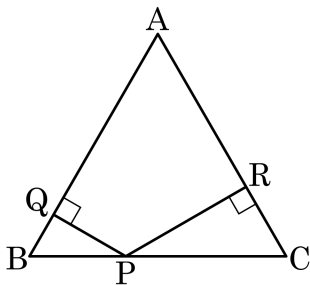
따라서 $\triangle EMD$ 는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{DE} = \overline{ME}$ 이므로 $\overline{ME}$ 의 길이를 x 라 하면

$\triangle MDE$ 의 둘레의 길이는 $2x + 6 = 14$

$\therefore \overline{ME} = 4\text{cm}$

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 밑변 BC 위의 한 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q , R 이라 한다. $\overline{PQ} = 3\text{cm}$, $\overline{PR} = 5\text{cm}$ 일 때, 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 이르는 거리를 구하여라.

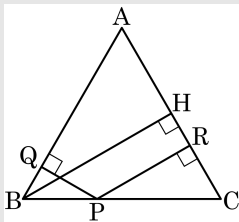


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

점 B 에 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면,

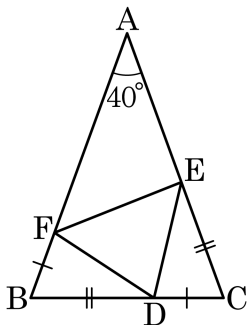


$$\triangle PBA + \triangle PCA = \triangle ABC$$

$$\frac{1}{2} \times \overline{BA} \times 3 + \frac{1}{2} \times \overline{CA} \times 5 = \frac{1}{2} \times \overline{CA} \times \overline{BH}$$

$$\overline{BH} = 8 (\text{cm})$$

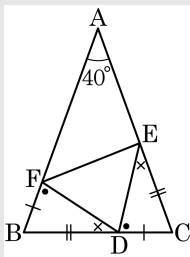
12. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 40^\circ$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 위에 $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\overline{CD} = \overline{BF}$ 가 되도록 점 D, E, F 를 잡은 것이다. 이 때, $\angle DEF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 55°

해설



$\overline{BD} = \overline{CE}$, $\overline{CD} = \overline{BF}$ 이고, $\angle B = \angle C$ 이므로

$\triangle BDF \cong \triangle CED$ ($\because$ SAS 합동)

$\angle BFD = \angle CDE$, $\angle BDF = \angle CED$ 이므로

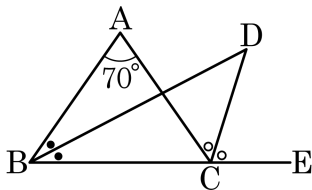
$$\begin{aligned}\angle EDF &= 180^\circ - (\angle BDF + \angle CDE) \\ &= 180^\circ - (\angle BDF + \angle BFD) \\ &= \angle B\end{aligned}$$

$$\therefore \angle EDF = \angle B = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$$

$\overline{DF} = \overline{DE}$ 이므로 $\triangle DEF$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle DEF = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$$

13. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라고 한다, $\angle A = 70^\circ$ 일 때, $\angle D$ 의 크기는?



① 32.5°

② 35°

③ 37.5°

④ 40°

⑤ 42.5°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

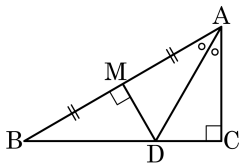
$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$$

$$\begin{aligned}\angle ACD &= \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC) \\ &= \frac{1}{2}(70^\circ + 55^\circ) \\ &= 62.5^\circ\end{aligned}$$

$$\angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC) = \frac{1}{2} \times 55^\circ = 27.5^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle D &= 180^\circ - (27.5^\circ + 55^\circ + 62.5^\circ) \\ &= 180^\circ - 145^\circ \\ &= 35^\circ\end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D에서 만날 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : 0

▶ 정답 : 30°

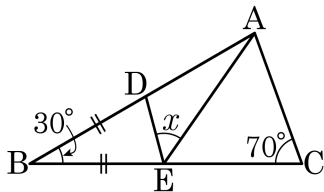
해설

$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA 합동), $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS 합동)
 이므로 $\angle B = \angle MAD$ 이다.

$$\angle B + \angle A = 90^\circ \text{ 이고}$$
 $\angle A = 2\angle MAD = 2\angle B$ 이므로

$3\angle B = 90^\circ$, 따라서 $\angle B = 30^\circ$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD} = \overline{BE}$, $\overline{CA} = \overline{CE}$ 이고 $\angle DBE = 30^\circ$, $\angle ACE = 70^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

—°

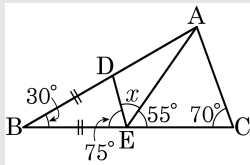
▶ 정답 : 50°

해설

$$\triangle BED \text{ 에서 } \angle BED = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

$$\triangle CAE \text{ 에서 } \angle AEC = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - (75^\circ + 55^\circ) = 50^\circ$$



16. 최대 4 명까지 탈 수 있는 2 대의 배에 8 명을 나누어 태우는 방법의 가짓수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 70 가지

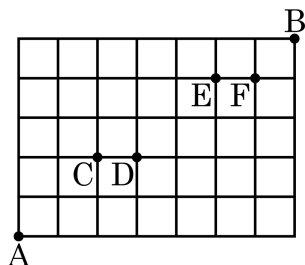
해설

정원이 4 명인 2 대의 배를 A, B 라 하면
배 A, B 에 8 명이 나누어 타는 경우는 (4명, 4명) 뿐이다.
8 명 중 A 배에 탈 4 명을 뽑는 경우의 수는

$$\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70 \text{ (가지) 이다.}$$

나머지 4 명은 배 B 에 타면 되므로 경우의 수는 1 가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는 70 가지이다.

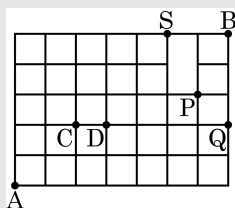
17. 다음 그림의 A 에서 출발하여 B 까지 가는 최단 경로 중 선분 CD 는 반드시 지나고, 선분 EF 는 반드시 지나지 않는 경로의 가짓수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 138 가지

해설



선분 EF 가 없는 경우와 같고 선분 CD 는 반드시 지나므로

(1) $A \rightarrow C$ 까지 가는 경우의 수 : $\frac{4!}{2!2!} = 6(\text{가지})$

(2) $C \rightarrow D$ 까지 가는 경우의 수 : 1 가지

(3) $D \rightarrow B$ 까지 가는 경우의 수

㉠ $D \rightarrow Q \rightarrow B$: 1 가지

㉡ $D \rightarrow P \rightarrow B$: $\frac{4!}{1!3!} \times \frac{3!}{1!2!} = 12(\text{가지})$

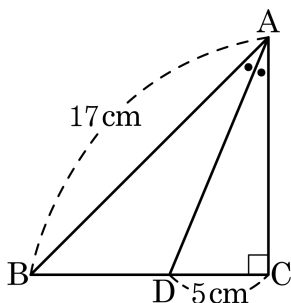
㉢ $D \rightarrow S \rightarrow B$: $\frac{5!}{2!3!} \times 1 = 10(\text{가지})$

$\therefore 1 + 12 + 10 = 23(\text{가지})$

따라서 A 에서 B 까지 가는 최단경로의 가짓수는 $6 \times 1 \times 23 = 138(\text{가지})$ 이다.

(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

18. 다음 그림에서 $\angle C = 90^\circ$ 이고, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 17\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는?



① $\frac{11}{2}\text{cm}^2$

② $\frac{25}{2}\text{cm}^2$

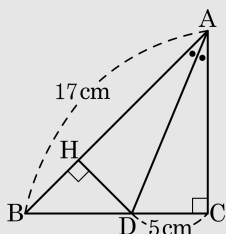
③ $\frac{75}{2}\text{cm}^2$

④ 33cm^2

⑤ 51cm^2

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동)



$\triangle BHD$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DC} = \overline{DH} = \overline{BH} = 5(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABD = 17 \times 5 \times \frac{1}{2} = \frac{85}{2}(\text{cm}^2)$ 이고, $\triangle ADC = 5 \times 12 \times$

$\frac{1}{2} = 30(\text{cm}^2)$ 이다.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는 $\frac{85}{2} - 30 = \frac{25}{2}(\text{cm}^2)$ 이다.

19. A, B 두 사람이 5전 3승제로 탁구 시합을 하고 있는데 현재 A가 2승 1패로 앞서가고 있다. 앞으로 A는 1승을, B는 2승을 더 해야만 승리를 할 수 있다고 한다. 두 사람이 한 게임에서 이길 확률이 서로 같을 때, A가 이길 확률은 B가 이길 확률의 몇 배인가? (단, 비기는 게임은 없다)

① 2배

② 3배

③ 5배

④ 7배

⑤ 9배

해설

A가 4번째 게임이나 5번째 게임에서 이기면 탁구 시합에서 승리하게 되므로, 구하는 확률은 (4번째 게임에서 이길 확률) + (5번째 게임에서 이길 확률)이다.

4회 때 이길 확률은 $\frac{1}{2}$

5회 때 이길 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

따라서, A가 이길 확률은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ 이고, B가 이길 확률은

$1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ 이므로 3배이다.

20. KOREA의 5개 문자를 무심히 일렬로 나열할 때, 모음이 모두 인접할 확률을 구하면?

① $\frac{1}{10}$

② $\frac{1}{5}$

③ $\frac{3}{10}$

④ $\frac{2}{5}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

전체 경우의 수는 다섯 개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같고, 위의 경우는 KOREA 중에 모음은 O, E, A 3 개 이므로 이를 하나로 보고 일렬로 나열한 후 이들끼리 자리 바꾸는 경우로 생각해 보면 된다.

$$\therefore \frac{(3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1)}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{3}{10}$$