1. 다음 중 x축에 수직인 직선은 모두 몇 개인가?

보기

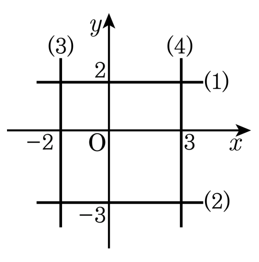
㉠ $4x - y = 1$
㉡ $3x + 1 + y = 3x$
㉢ $y - x = y + 1$
㉣ $2y = 1$
㉤ $7x - 1 = 0$

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

x축에 수직인 직선은 y축에 평행한 직선이므로 $x = k$의 꼴로 나타나는 직선의 방정식은 ㉢,㉤ 두 개다.

2. 다음 (1)부터 (4)까지의 그래프의 직선의 방정식을 보기에서 골라 차례대로 기호를 써라.



보기

㉠ $x+2=0$ ㉡ $3x-9=0$

㉢ $-y+2=0$ ㉣ $4y+12=0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

(1) $y=2$ 이므로 $y-2=0$, $-y+2=0$ 이다.
(2) $y=-3$ 이므로 $y+3=0$, $4y+12=0$ 이다.
(3) $x=-2$ 이므로 $x+2=0$ 이다.
(4) $x=3$ 이므로 $x-3=0$, $3x-9=0$ 이다.

3. 점 $(0,\ 4)$ 를 지나고 $3x+9=0$ 에 수직인 직선의 방정식을 구하여라.

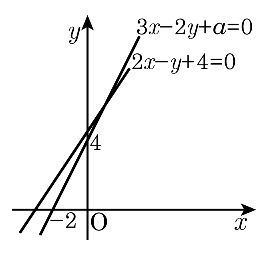
▶ 답 :

▷ 정답 : $y=4$

해설

$3x+9=0,\ x=-3$
점 $(0,\ 4)$ 를 지나고 $x=-3$ 에 수직인 직선의 방정식은 x 축에 평행하다.
$\therefore\ y=4$

4. 두 직선 $2x-y+4=0$, $3x-2y+a=0$ 의 교점이 제1사분면에 있도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?



① $a>0$　② $3<a<4$　③ $a>6$

④ $a<-8$　⑤ $a>8$

해설

교점이 제1사분면에 있도록 하려면

$3x-2y+a=0$ 의 y 절편이 4보다 커야 한다.

그러므로 $\frac{a}{2}>4$

$\therefore a>8$

5. 좌표평면 위에서 $y = 2x - 1$, $y = ax - 4$ 의 교점의 좌표가 $(-3,\ b)$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -8　② -6　③ -2　④ 6　⑤ 8

해설
$y = 2x - 1$ 에 $(-3, b)$ 를 대입하면,
$b = 2 \times (-3) - 1$,$b = -7$,
$y = ax - 4$ 에 $(-3, -7)$ 을 대입하면,
$-7 = -3a - 4$, $a = 1$,
$a - b = 1 - (-7) = 8$

6. 두 직선 $y = 2x + 5$, $y = -x + 2$ 의 그래프는 점 A 에서 만난다. 점 A 의 좌표는?

① $(-1,\ 3)$ ② $(3,\ -1)$ ③ $(1,\ -1)$
④ $(-3,\ 1)$ ⑤ $(1,\ -3)$

해설

두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식의 해와 같다.
$A(-1,\ 3)$

7. x, y 에 관한 두 일차방정식 $5x-2y-7=0$, $-2x+3y-6=0$ 의 그래프가 점 $\mathrm{P}(\alpha,\ \beta)$ 에서 만날 때, 점 P 를 지나고 y 축에 평행한 직선의 방정식은?

① $y=3$ ② $y=4$ ③ $x=3$
④ $x=4$ ⑤ $x+y=7$

해설

연립방정식의 해는 그래프의 교점이므로

$$\begin{array}{rr} & 15x-6y=21 \\ +) & -4x+6y=12 \\ \hline & 11x \qquad =33 \end{array}$$

$therefore x=3$
$x=3$ 을 $5x-2y-7=0$ 에 대입하면
$15-2y-7=0,\ 2y=8\ \therefore\ y=4$
따라서, 교점의 좌표는 $(3,4)$ 이고,
y 축에 평행한 직선의 방정식은 $x=3$ 이다.

8. $x : y = 2 : 5$ 와 $3(x-y)+2y=1$ 의 교점을 지나고, 점 $(1,4)$ 를 지나는 직선의 방정식의 x 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x : y = 2 : 5 \Rightarrow 2y = 5x,\ y = \frac{5}{2}x$
$3(x-y)+2y = 1 \Rightarrow 3x - y = 1$
두 식의 교점을 구하면 $(x, y) = (2, 5)$ 이다.
구해야 할 직선은 두 점 $(2, 5)$ 와 $(1, 4)$ 를 지나므로
(기울기) $= \frac{5-4}{2-1} = 1$ 이고,
$y = x + b$ 라 할 때, 점 $(1, 4)$ 를 지나므로 식 $y = x + 3$ 이다.
이 방정식의 x 절편은 $y = 0$ 일 때의 x 값이므로
x 절편은 -3 이다.

9. 두 직선 $2x+3y-3=0$, $x-y+1=0$ 의 교점을 지나고 직선 $2x-y=3$ 과 평행인 직선의 방정식의 x 절편은?

① $-\frac{1}{2}$　② -1　③ $\frac{1}{2}$　④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{1}{4}$

해설

두 직선 $2x+3y-3=0$, $x-y+1=0$ 의 교점은 $(0,\ 1)$ 이고, $2x-y=3 \rightarrow y=2x-3$ 과 평행이므로 기울기가 같다. 따라서 $y=2x+b$ 에 $x=0$, $y=1$을 대입한다. $1=2\times0+b$, $b=1$
$\therefore\ y=2x+1$
이 방정식의 x절편은 $y=0$일 때의 x값이므로, x절편은 $-\frac{1}{2}$ 이다.

10. 두 직선 $y = x + 2$, $y = 2x - 1$ 의 교점을 지나고, 직선 $x = 3$ 에 수직인 직선의 방정식 $ax + by + c = 0$ 의 식은?

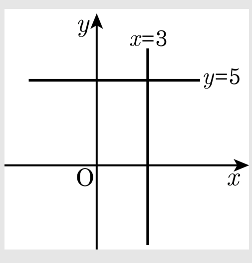
① $x - 3 = 0$　　② $y - 5 = 0$

③ $3x - 2y + 5 = 0$　　④ $x + 2y - 3 = 0$

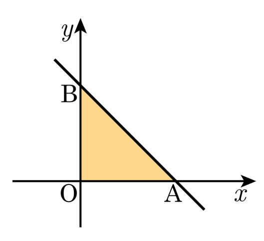
⑤ $y = 3x + 5$

해설

두 직선의 교점 $(3,\ 5)$ 를 지나고 직선 $x = 3$ 에 수직인 직선의 방정식을 그래프에 나타내어 보면 $y = 5$ 임을 알수 있다.



11. 다음 그림에서 점 A, B는 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$과 x축, y축과의 교점이다. $\triangle$BOA 의 넓이가 12일 때, ab의 값을 구하면?



① 24 ② 16 ③ 10

④ −8 ⑤ −12

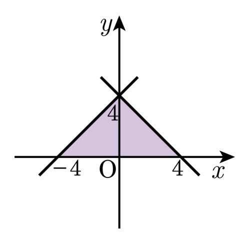
해설

x절편 a, y절편 b이므로

$\triangle\mathrm{BOA}=a\times b\times\frac{1}{2}=12$

$\therefore ab=24$

12. 다음 그림과 같이 두 일차함수 $y = -x + 4$ 와 $y = x + 4$ 의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?



① 32 ② 28 ③ 20

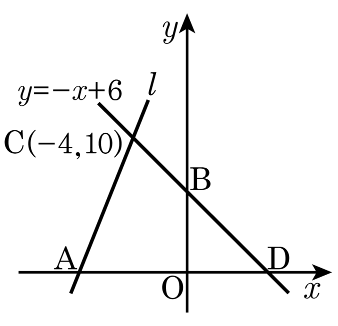
④ 16 ⑤ 8

해설

문제의 도형은 밑변의 길이와 높이가 각각 8, 4인 삼각형이므로

(넓이) $= \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$이다.

13. 다음 그림과 같이 두 직선 $y=-x+6$ 과 직선 l 이 점 C$(-4,\ 10)$ 에서 만나고, 사각형 OACB 의 넓이가 52 일 때, 직선 l 의 기울기는?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

해설

(큰 삼각형) − (작은 삼각형)

$= \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AD}} \times 10 - \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 52$

$\rightarrow 5\overline{\mathrm{AD}} - 18 = 52$

$\rightarrow 5\overline{\mathrm{AD}} = 70$

$\rightarrow \overline{\mathrm{AD}} = 14$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{AD}} - \overline{\mathrm{OD}} = 14 - 6 = 8$

직선 l : $y = mx + b$

A$(-8,\ 0)$, $(-4,\ 10)$ 지나는 직선의 기울기는

$m = \frac{-10}{-8+4} = \frac{5}{2}$

따라서 l 의 기울기는 $\frac{5}{2}$ 이다.

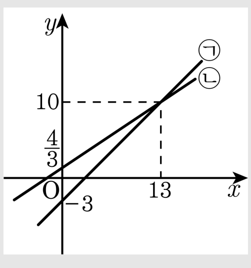
14. 두 일차방정식 $x=y+3$, $2(x+2)=3y$ 의 그래프와 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{169}{6}$

해설

$$\begin{cases} x=y+3 & \cdots ㉠ \\ 2(x+2)=3y & \cdots ㉡ \end{cases}$$



에서 ㉠을 ㉡에 대입하면

$2(y+3+2)=3y$, $y=10$

처음 주어진 식 ㉠에 y 값을 대입하면

$x=13$

두 일차방정식의 그래프를 그려보면 각 그래프의 y 절편은 각각 -3 과 $\frac{4}{3}$ 이므로

삼각형 밑변의 길이는 $\frac{4}{3}-(-3)=\frac{13}{3}$ 이고, 높이는 교점의 x 좌표인 13 이다.

$\therefore$ (삼각형의 넓이) $=\frac{13}{3}\times 13\times\frac{1}{2}=\frac{169}{6}$

15. 두 직선 $y = mx + n$, $y = nx + m$ 의 교점이 $\mathrm{P}(p,\ 6)$ 이고, 두 직선과 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 1 이다. 점 $\mathrm{A}(m,\ n)$ 일 때, 선분 AP 의 중점의 좌표를 구하여라. (단, $0 < m < n$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\left(\frac{3}{2},\ 5\right)$

해설

$y = mx + n \cdots$ ㉠
$y = nx + m \cdots$ ㉡
㉠ − ㉡ 을 하면 $(m - n)x = m - n$ 이다.
$\therefore\ x = 1\ (\because\ 0 < m < n)$
따라서 교점의 좌표는 $\mathrm{P}(1,\ 6)$ 이므로 ㉠ 에 점$(1,\ 6)$ 을 대입하면
$m + n = 6 \cdots$ ㉢
또한 주어진 조건에 의하여 두 직선과 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는
$\frac{1}{2}(n - m) \times 1 = 1$ 이다.
$\therefore\ n - m = 2 \cdots$ ㉣
㉢, ㉣ 에서 $n = 4,\ m = 2$ 이다.
따라서 점 A 는 $(2,\ 4)$ 이고 점 P 는 $(1,\ 6)$ 이므로 선분 AP 의 중점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2},\ 5\right)$ 이다.

16. A, B 두 사람이 5전 3승제로 탁구 시합을 하고 있는데 현재 A가 2승 1패로 앞서가고 있다. 앞으로 A는 1승을, B는 2승을 더 해야만 승리를 할 수 있다고 한다. 두 사람이 한 게임에서 이길 확률이 서로 같을 때, A가 이길 확률은 B가 이길 확률의 몇 배인가? (단, 비기는 게임은 없다)

① 2배　② 3배　③ 5배　④ 7배　⑤ 9배

해설

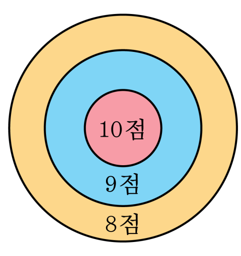
A가 4번째 게임이나 5번째 게임에서 이기면 탁구 시합에서 승리하게 되므로, 구하는 확률은 (4번째 게임에서 이길 확률) + (5번째 게임에서 이길 확률)이다.

4회 때 이길 확률은 $\frac{1}{2}$

5회 때 이길 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

따라서, A가 이길 확률은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$이고, B가 이길 확률은 $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$이므로 3배이다.

17. 상모와 진희가 두 발씩 쏜 뒤, 승부를 내는 양궁 경기를 하고 있다. 상모가 먼저 두 발을 쐈는데 19 점을 기록 하였다. 진희가 이길 확률을 구하여라.(단, 10 점을 쏠 확률은 $\frac{1}{5}$, 9 점을 쏠 확률은 $\frac{1}{3}$, 8 점을 쏠 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{25}$

해설

진희가 이기려면 10 점, 10 점을 쏴야한다.

10 점, 10 점이 되는 확률 : $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$

18. 천하장사 씨름 대회의 결승전에서는 5번의 시합에서 3번을 먼저 이기면 천하장사가 된다. 지금까지 2번의 시합에서 A가 2승을 하였다고 할 때, A가 천하장사가 될 확률은 B가 천하장사가 될 확률의 몇 배인가? (단, 두 사람이 한 게임에서 이길 확률이 서로 같다.)

① 2배　② 4배　③ 6배　④ 7배　⑤ 8배

해설

A가 이기는 경우는 3회째 이기거나, 4회째 이기거나, 5회째 이기는 방법이 있다. 5회까지 3경기를 지면 B가 먼저 3승이 되어 A가 지게 된다.

A가 이길 확률은 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{8}$

B가 이길 확률은 $1-\frac{7}{8}=\frac{1}{8}$

따라서 A가 이길 확률이 B가 이길 확률의 7배이다.

19. 좌표평면 위의 두 점 A(2, 7), B(6, 1) 와 x 축 위의 한 점 P, y 축 위의 한 점 Q 로 이루어진 사각형 ABPQ 의 둘레의 길이가 최소가 되게 하는 두 점 P, Q 를 지나는 직선의 기울기를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

점 A, B 를 각각 y 축, x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A′(−2, 7), B′(6, −1) 이라 하면 사각형 ABPQ 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{A'B'}}$ 과 같다.
이때, 두 점 P, Q 를 지나는 직선의 기울기는 $\overline{\mathrm{A'B'}}$ 의 기울기와 같으므로,
$\frac{-1-7}{6-(-2)} = \frac{-8}{8} = -1$ 이다.

20. 좌표평면 위의 두 점 $A(2, 5)$, $B(-4, -5)$ 에 대하여, 점 A 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A', 점 B 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라 할 때, 삼각형 $A'BB'$ 의 넓이를 이등분하는 직선 중, 점 B' 을 지나는 직선의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{15}{7}$

해설

$A'(-2, 5)$, $B'(4, -5)$

구하는 직선이 점 B' 와 $\overline{A'B}$ 의 중점$(-3, 0)$ 을 지나면 삼각형 $A'BB'$ 의 넓이를 이등분된다.

따라서 두 점 $(4, -5)$ 과 $(-3, 0)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$y = -\frac{0+5}{(-3)-4}(x+3)$, $y = -\frac{5}{7}x - \frac{15}{7}$

따라서 구하는 직선의 y 절편은 $-\frac{15}{7}$ 이다.

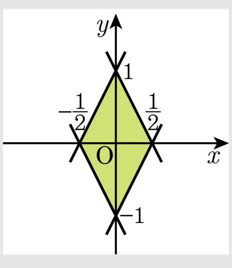
21. 직선 $y = -2x + 1$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선을 A, y 축에 대하여 대칭이동한 직선을 B, 원점에 대하여 대칭이동한 직선을 C 라 할 때, 이 네 개의 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

직선 $y = -2x + 1$ 에 대하여
직선 A 는 y 대신 $-y$ 를 대입하면 $y = 2x - 1$
직선 B 는 x 대신 $-x$ 를 대입하면 $y = 2x + 1$
직선 C 는 y 대신 $-y$, x 대신 $-x$ 를 대입하면
$y = -2x - 1$
직선을 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.



네 개의 직선으로 둘러싸인 부분은 마름모이므로 넓이를 구하면
$\frac{1}{2} \times$ (두 대각선의 곱) $= \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$

22. 모든 자연수 n에 대하여 함수 $f(n)$을 $f(n) = (n$의 각 자리의 수의 곱$)$으로 정의한다. 예를 들면, $f(47) = 4 \times 7 = 28$이다. 일의 자리가 0이 아닌 두 자리의 자연수 a, b, c가 $f(a) + f(b) + f(c) = 6$을 만족할 때, 세 수 a, b, c의 곱 abc의 값은 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 11 가지

해설

합이 6인 세 수는 $(1,\ 2,\ 3)$, $(1,\ 1,\ 4)$, $(2,\ 2,\ 2)$의 세 가지 경우뿐이다.

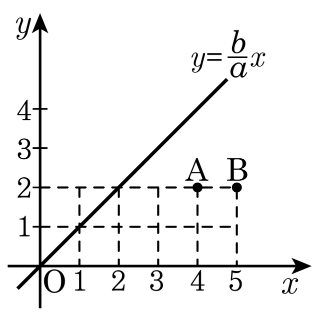
(1) 각 자리 수의 곱이 1인 두 자리 수는 11, 2인 수는 12, 21, 3인 수는 13, 31이므로
$(1, 2, 3)$인 경우 abc의 경우의 수는 $1 \times 2 \times 2 = 4$(가지)

(2) 각 자리 수의 곱이 4인 두 자리 수는 14, 41, 22의 세 가지이므로
$(1,\ 1,\ 4)$인 경우 abc의 경우의 수는 $1 \times 1 \times 3 = 3$(가지)

(3) $(2, 2, 2)$인 경우 세수의 곱 abc는
$(12 \times 12 \times 12)$, $(12 \times 12 \times 21)$, $(12 \times 21 \times 21)$, $(21 \times 21 \times 21)$의 4(가지)

$\therefore\ 4 + 3 + 4 = 11$ (가지)

23. 다음 그림과 같이 두 점 A(4, 2), B(5, 2) 와 직선 $y=\frac{b}{a}x$ 가 있다. 주사위 두 개를 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a, b 라고 할 때, 직선 $y=\frac{b}{a}x$ 와 선분 AB 가 만나지 않는 경우의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 32 가지

해설

A(4, 2), B(5, 2) 의 각 점을 $y=\frac{b}{a}x$ 에 각각 대입을 하면 선분 AB 와 만나는 경우는 $\frac{2}{5}\le\frac{b}{a}\le\frac{1}{2}$ 을 만족해야 한다.
따라서 (a, b) 의 경우의 수는
(2, 1), (4, 2), (5, 2), (6, 3) 으로 4 가지이다.
따라서 직선 $y=\frac{b}{a}x$ 와 선분 AB 가 만나지 않는 경우의 수는 전체 36 가지에서 4 가지를 제외한 32 가지이다.

24. 직선 $y = \frac{b}{a}x + 4$ 가 있다. 주사위를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라고 한다.
서로 다른 직선은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23 개

해설

서로 다른 직선이 나오려면 각 미지수 앞의 계수의 비가 달라야 한다.
즉, 겹쳐지는 경우를 살펴보면 다음과 같다.

(1) $\frac{b}{a}$ 가 1 인 경우 : (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)

(2) $\frac{b}{a}$ 가 $\frac{1}{3}$ 인 경우 : (6, 2)

(3) $\frac{b}{a}$ 가 $\frac{1}{2}$ 인 경우 : (4, 2), (6, 3)

(4) $\frac{b}{a}$ 가 $\frac{3}{2}$ 인 경우 : (4, 6)

(5) $\frac{b}{a}$ 가 $\frac{2}{3}$ 인 경우 : (6, 4)

(6) $\frac{b}{a}$ 가 2 인 경우 : (2, 4), (3, 6)

(7) $\frac{b}{a}$ 가 3 인 경우 : (2, 6)

총 36 가지에서 위의 반복되는 13 가지를 뺀 23 가지가 서로 다른 직선이 된다.