

1. 다음 중 x 축에 수직인 직선은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $4x - y = 1$

㉡ $3x + 1 + y = 3x$

㉢ $y - x = y + 1$

㉣ $2y = 1$

㉤ $7x - 1 = 0$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

x 축에 수직인 직선은 y 축에 평행한 직선이므로 $x = k$ 의 꼴로 나타나는 직선의 방정식은 ㉢, ㉤ 두 개다.

2. 다음 (1)부터 (4)까지의 그래프의 직선의 방정식을 보기에서 골라 차례대로 기호를 써라.

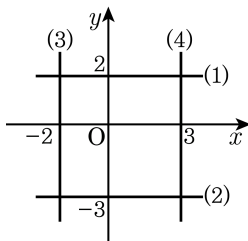
보기

㉠ $x + 2 = 0$

㉡ $3x - 9 = 0$

㉢ $-y + 2 = 0$

㉣ $4y + 12 = 0$



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

(1) $y = 2$ 이므로 $y - 2 = 0$, $-y + 2 = 0$ 이다.

(2) $y = -3$ 이므로 $y + 3 = 0$, $4y + 12 = 0$ 이다.

(3) $x = -2$ 이므로 $x + 2 = 0$ 이다.

(4) $x = 3$ 이므로 $x - 3 = 0$, $3x - 9 = 0$ 이다.

3. 점 $(0, 4)$ 를 지나고 $3x + 9 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 4$

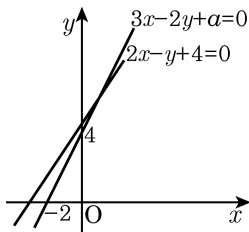
해설

$$3x + 9 = 0, x = -3$$

점 $(0, 4)$ 를 지나고 $x = -3$ 에 수직인 직선의 방정식은 x 축에
평행하다.

$$\therefore y = 4$$

4. 두 직선 $2x - y + 4 = 0$, $3x - 2y + a = 0$ 의 교점이 제1사분면에 있도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?



① $a > 0$

② $3 < a < 4$

③ $a > 6$

④ $a < -8$

⑤ $a > 8$

해설

교점이 제1사분면에 있도록 하려면

$3x - 2y + a = 0$ 의 y 절편이 4보다 커야 한다.

그러므로 $\frac{a}{2} > 4$

$\therefore a > 8$

5. 좌표평면 위에서 $y = 2x - 1$, $y = ax - 4$ 의 교점의 좌표가 $(-3, b)$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -8

② -6

③ -2

④ 6

⑤ 8

해설

$y = 2x - 1$ 에 $(-3, b)$ 를 대입하면,

$$b = 2 \times (-3) - 1, b = -7,$$

$y = ax - 4$ 에 $(-3, -7)$ 을 대입하면,

$$-7 = -3a - 4, a = 1,$$

$$a - b = 1 - (-7) = 8$$

6. 두 직선 $y = 2x + 5$, $y = -x + 2$ 의 그래프는 점 A 에서 만난다. 점 A 의 좌표는?

① $(-1, 3)$

② $(3, -1)$

③ $(1, -1)$

④ $(-3, 1)$

⑤ $(1, -3)$

해설

두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식의 해와 같다.

$A(-1, 3)$

7. x, y 에 관한 두 일차방정식 $5x - 2y - 7 = 0$, $-2x + 3y - 6 = 0$ 의 그래프가 점 $P(\alpha, \beta)$ 에서 만날 때, 점 P 를 지나고 y 축에 평행한 직선의 방정식은?

① $y = 3$

② $y = 4$

③ $x = 3$

④ $x = 4$

⑤ $x + y = 7$

해설

연립방정식의 해는 그래프의 교점이므로

$$\begin{array}{r} 15x - 6y = 21 \\ +) -4x + 6y = 12 \\ \hline 11x = 33 \end{array}$$

therefore $x = 3$

$x = 3$ 을 $5x - 2y - 7 = 0$ 에 대입하면

$$15 - 2y - 7 = 0, 2y = 8 \therefore y = 4$$

따라서, 교점의 좌표는 $(3, 4)$ 이고,

y 축에 평행한 직선의 방정식은 $x = 3$ 이다.

8. $x : y = 2 : 5$ 와 $3(x-y) + 2y = 1$ 의 교점을 지나고, 점 $(1, 4)$ 를 지나는 직선의 방정식의 x 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$x : y = 2 : 5 \Rightarrow 2y = 5x, y = \frac{5}{2}x$$

$$3(x-y) + 2y = 1 \Rightarrow 3x - y = 1$$

두 식의 교점을 구하면 $(x, y) = (2, 5)$ 이다.

구해야 할 직선은 두 점 $(2, 5)$ 와 $(1, 4)$ 를 지나므로

$$(\text{기울기}) = \frac{5-4}{2-1} = 1 \text{ 이고,}$$

$y = x + b$ 라 할 때, 점 $(1, 4)$ 를 지나므로 식 $y = x + 3$ 이다.

이 방정식의 x 절편은 $y = 0$ 일 때의 x 값이므로

x 절편은 -3 이다.

9. 두 직선 $2x+3y-3=0$, $x-y+1=0$ 의 교점을 지나고 직선 $2x-y=3$ 과 평행인 직선의 방정식의 x 절편은?

① $-\frac{1}{2}$

② -1

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

두 직선 $2x+3y-3=0$, $x-y+1=0$ 의 교점은 $(0, 1)$ 이고,
 $2x-y=3 \rightarrow y=2x-3$ 과 평행이므로 기울기가 같다. 따라서
 $y=2x+b$ 에 $x=0, y=1$ 을 대입한다. $1=2 \times 0 + b, b=1$
 $\therefore y=2x+1$

이 방정식의 x 절편은 $y=0$ 일 때의 x 값이므로, x 절편은 $-\frac{1}{2}$ 이다.

10. 두 직선 $y = x + 2$, $y = 2x - 1$ 의 교점을 지나고, 직선 $x = 3$ 에 수직인 직선의 방정식 $ax + by + c = 0$ 의 식은?

① $x - 3 = 0$

② $y - 5 = 0$

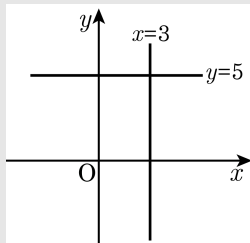
③ $3x - 2y + 5 = 0$

④ $x + 2y - 3 = 0$

⑤ $y = 3x + 5$

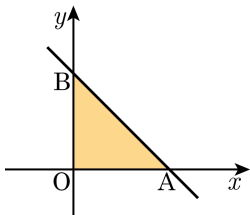
해설

두 직선의 교점 $(3, 5)$ 를 지나고 직선 $x = 3$ 에 수직인 직선의 방정식을 그래프에 나타내어 보면 $y = 5$ 임을 알 수 있다.



11. 다음 그림에서 점 A, B는 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 과 x 축, y 축과의 교점이다. $\triangle BOA$ 의 넓이가 12일 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 24 ② 16 ③ 10
④ -8 ⑤ -12



해설

x 절편 a , y 절편 b 이므로

$$\triangle BOA = a \times b \times \frac{1}{2} = 12$$

$$\therefore ab = 24$$

12. 다음 그림과 같이 두 일차함수 $y = -x + 4$ 와 $y = x + 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

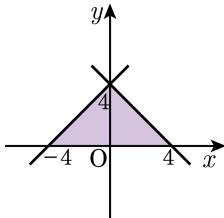
① 32

② 28

③ 20

④ 16

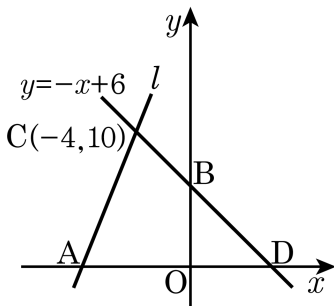
⑤ 8



해설

문제의 도형은 밑변의 길이와 높이가 각각 8, 4인 삼각형이므로
(넓이) $= \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 두 직선 $y = -x + 6$ 과 직선 l 이 점 $C(-4, 10)$ 에서 만나고, 사각형 $OACB$ 의 넓이가 52 일 때, 직선 l 의 기울기는?



① $\frac{1}{2}$

② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{5}{2}$

④ $\frac{7}{2}$

⑤ $\frac{9}{2}$

해설

(큰 삼각형) - (작은 삼각형)

$$= \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times 10 - \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 52$$

$$\rightarrow 5\overline{AD} - 18 = 52$$

$$\rightarrow 5\overline{AD} = 70$$

$$\rightarrow \overline{AD} = 14$$

$$\therefore \overline{AO} = \overline{AD} - \overline{OD} = 14 - 6 = 8$$

$$\text{직선 } l : y = mx + b$$

$A(-8, 0)$, $(-4, 10)$ 지나는 직선의 기울기는

$$m = \frac{-10}{-8 + 4} = \frac{5}{2}$$

따라서 l 의 기울기는 $\frac{5}{2}$ 이다.

14. 두 일차방정식 $x = y + 3$, $2(x + 2) = 3y$ 의 그래프와 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{169}{6}$

해설

$$\begin{cases} x = y + 3 & \cdots \textcircled{A} \\ 2(x + 2) = 3y & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

에서 $\textcircled{A}$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면

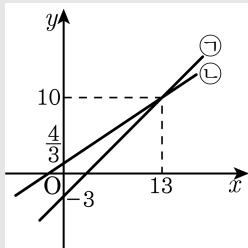
$$2(y + 3 + 2) = 3y, y = 10$$

처음 주어진 식 $\textcircled{A}$ 에 y 값을 대입하면
 $x = 13$

두 일차방정식의 그래프를 그려보면 각
 그래프의 y 절편은 각각 -3 과 $\frac{4}{3}$ 이므로

삼각형 밑변의 길이는 $\frac{4}{3} - (-3) = \frac{13}{3}$ 이고, 높이는 교점의 x
 좌표인 13 이다.

$$\therefore (\text{삼각형의 넓이}) = \frac{13}{3} \times 13 \times \frac{1}{2} = \frac{169}{6}$$



15. 두 직선 $y = mx + n$, $y = nx + m$ 의 교점이 $P(p, 6)$ 이고, 두 직선과 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 1 이다. 점 $A(m, n)$ 일 때, 선분 AP 의 중점의 좌표를 구하여라. (단, $0 < m < n$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\left(\frac{3}{2}, 5\right)$

해설

$$y = mx + n \cdots \textcircled{㉠}$$

$$y = nx + m \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 을 하면 $(m - n)x = m - n$ 이다.

$$\therefore x = 1 \quad (\because 0 < m < n)$$

따라서 교점의 좌표는 $P(1, 6)$ 이므로 $\textcircled{㉠}$ 에 점 $(1, 6)$ 을 대입하면

$$m + n = 6 \cdots \textcircled{㉢}$$

또한 주어진 조건에 의하여 두 직선과 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$\frac{1}{2}(n - m) \times 1 = 1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore n - m = 2 \cdots \textcircled{㉣}$$

$\textcircled{㉢}$, $\textcircled{㉣}$ 에서 $n = 4$, $m = 2$ 이다.

따라서 점 A 는 $(2, 4)$ 이고 점 P 는 $(1, 6)$ 이므로 선분 AP 의 중점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, 5\right)$ 이다.

16. A, B 두 사람이 5전 3승제로 탁구 시합을 하고 있는데 현재 A가 2승 1패로 앞서가고 있다. 앞으로 A는 1승을, B는 2승을 더 해야만 승리를 할 수 있다고 한다. 두 사람이 한 게임에서 이길 확률이 서로 같을 때, A가 이길 확률은 B가 이길 확률의 몇 배인가? (단, 비기는 게임은 없다)

① 2배

② 3배

③ 5배

④ 7배

⑤ 9배

해설

A가 4번째 게임이나 5번째 게임에서 이기면 탁구 시합에서 승리하게 되므로, 구하는 확률은 (4번째 게임에서 이길 확률) + (5번째 게임에서 이길 확률)이다.

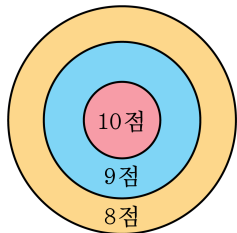
4회 때 이길 확률은 $\frac{1}{2}$

5회 때 이길 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

따라서, A가 이길 확률은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ 이고, B가 이길 확률은

$1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ 이므로 3배이다.

17. 상모와 진희가 두 발씩 쏜 뒤, 승부를 내는 양궁 경기를 하고 있다. 상모가 먼저 두 발을 쏘았는데 19 점을 기록 하였다. 진희가 이길 확률을 구하여라.(단, 10 점을 쏘 확률은 $\frac{1}{5}$, 9 점을 쏘 확률은 $\frac{1}{3}$, 8 점을 쏘 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{25}$

해설

진희가 이기려면 10 점, 10 점을 쏘야한다.

10 점, 10 점이 되는 확률 : $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$

18. 천하장사 씨름 대회의 결승전에서는 5번의 시합에서 3번을 먼저 이기면 천하장사가 된다. 지금까지 2번의 시합에서 A가 2승을 하였다고 할 때, A가 천하장사가 될 확률은 B가 천하장사가 될 확률의 몇 배인가? (단, 두 사람이 한 게임에서 이길 확률이 서로 같다.)

① 2 배

② 4 배

③ 6 배

④ 7 배

⑤ 8 배

해설

A가 이기는 경우는 3회째 이기거나, 4회째 이기거나, 5회째 이기는 방법이 있다. 5회까지 3경기를 지면 B가 먼저 3승이 되어 A가 지게 된다.

$$\text{A가 이길 확률} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$$

$$\text{B가 이길 확률} = 1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$$

따라서 A가 이길 확률이 B가 이길 확률의 7배이다.

19. 좌표평면 위의 두 점 $A(2, 7)$, $B(6, 1)$ 와 x 축 위의 한 점 P , y 축 위의 한 점 Q 로 이루어진 사각형 $ABPQ$ 의 둘레의 길이가 최소가 되게 하는 두 점 P , Q 를 지나는 직선의 기울기를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

점 A , B 를 각각 y 축, x 축에 대하여 대칭이동한 점을 $A'(-2, 7)$, $B'(6, -1)$ 이라 하면 사각형 $ABPQ$ 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{AB} + \overline{A'B'}$ 과 같다.

이때, 두 점 P , Q 를 지나는 직선의 기울기는 $\overline{A'B'}$ 의 기울기와 같으므로,

$$\frac{-1-7}{6-(-2)} = \frac{-8}{8} = -1 \text{ 이다.}$$

20. 좌표평면 위의 두 점 $A(2, 5)$, $B(-4, -5)$ 에 대하여, 점 A 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' , 점 B 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라 할 때, 삼각형 $A'BB'$ 의 넓이를 이등분하는 직선 중, 점 B' 을 지나는 직선의 y 절편을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{15}{7}$

해설

$A'(-2, 5)$, $B'(4, -5)$

구하는 직선이 점 B' 와 $\overline{A'B}$ 의 중점 $(-3, 0)$ 을 지나면 삼각형 $A'BB'$ 의 넓이를 이등분된다.

따라서 두 점 $(4, -5)$ 과 $(-3, 0)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y = -\frac{0+5}{(-3)-4}(x+3), y = -\frac{5}{7}x - \frac{15}{7}$$

따라서 구하는 직선의 y 절편은 $-\frac{15}{7}$ 이다.

21. 직선 $y = -2x + 1$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선을 A, y 축에 대하여 대칭이동한 직선을 B, 원점에 대하여 대칭이동한 직선을 C 라 할 때, 이 네 개의 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

직선 $y = -2x + 1$ 에 대하여

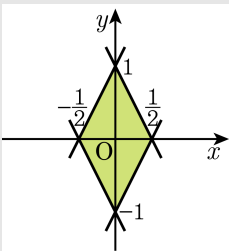
직선 A 는 y 대신 $-y$ 를 대입하면 $y = 2x - 1$

직선 B 는 x 대신 $-x$ 를 대입하면 $y = 2x + 1$

직선 C 는 y 대신 $-y$, x 대신 $-x$ 를 대입하면

$$y = -2x - 1$$

직선을 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.



네 개의 직선으로 둘러싸인 부분은 마름모이므로 넓이를 구하면

$$\frac{1}{2} \times (\text{두 대각선의 곱}) = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$$

22. 모든 자연수 n 에 대하여 함수 $f(n)$ 을 $f(n) = (n \text{의 각 자리의 수의 곱})$ 으로 정의한다. 예를 들면, $f(47) = 4 \times 7 = 28$ 이다. 일의 자리가 0이 아닌 두 자리의 자연수 a, b, c 가 $f(a) + f(b) + f(c) = 6$ 을 만족할 때, 세 수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 11 가지

해설

합이 6인 세 수는 (1, 2, 3), (1, 1, 4), (2, 2, 2)의 세 가지 경우 뿐이다.

- (1) 각 자리 수의 곱이 1인 두 자리 수는 11, 2인 수는 12, 21, 3인 수는 13, 31이므로

(1, 2, 3)인 경우 abc 의 경우의 수는 $1 \times 2 \times 2 = 4$ (가지)

- (2) 각 자리 수의 곱이 4인 두 자리 수는 14, 41, 22의 세 가지이므로

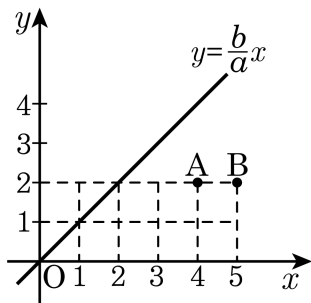
(1, 1, 4)인 경우 abc 의 경우의 수는 $1 \times 1 \times 3 = 3$ (가지)

- (3) (2, 2, 2)인 경우 세수의 곱 abc 는

(12 $\times$ 12 $\times$ 12), (12 $\times$ 12 $\times$ 21), (12 $\times$ 21 $\times$ 21), (21 $\times$ 21 $\times$ 21)의 4(가지)

$\therefore 4 + 3 + 4 = 11$ (가지)

23. 다음 그림과 같이 두 점 A(4, 2), B(5, 2) 와 직선 $y = \frac{b}{a}x$ 가 있다.
주사위 두 개를 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a, b 라고 할 때, 직선 $y = \frac{b}{a}x$ 와 선분 AB 가 만나지 않는 경우의 수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 32 가지

해설

A(4, 2), B(5, 2) 의 각 점을 $y = \frac{b}{a}x$ 에 각각 대입을 하면 선분

AB 와 만나는 경우는 $\frac{2}{5} \leq \frac{b}{a} \leq \frac{1}{2}$ 을 만족해야 한다.

따라서 (a, b) 의 경우의 수는

(2, 1), (4, 2), (5, 2), (6, 3) 으로 4 가지이다.

따라서 직선 $y = \frac{b}{a}x$ 와 선분 AB 가 만나지 않는 경우의 수는

전체 36 가지에서 4 가지를 제외한 32 가지이다.

24. 직선 $y = \frac{b}{a}x + 4$ 가 있다. 주사위를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라고 한다.
서로 다른 직선은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23개

해설

서로 다른 직선이 나오려면 각 미지수 앞의 계수의 비가 달라야 한다.

즉, 겹쳐지는 경우를 살펴보면 다음과 같다.

(1) $\frac{b}{a}$ 가 1 인 경우 : (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)

(2) $\frac{b}{a}$ 가 $\frac{1}{3}$ 인 경우 : (6, 2)

(3) $\frac{b}{a}$ 가 $\frac{1}{2}$ 인 경우 : (4, 2), (6, 3)

(4) $\frac{b}{a}$ 가 $\frac{3}{2}$ 인 경우 : (4, 6)

(5) $\frac{b}{a}$ 가 $\frac{2}{3}$ 인 경우 : (6, 4)

(6) $\frac{b}{a}$ 가 2 인 경우 : (2, 4), (3, 6)

(7) $\frac{b}{a}$ 가 3 인 경우 : (2, 6)

총 36 가지에서 위의 반복되는 13 가지를 뺀 23 가지가 서로 다른 직선이 된다.