

1. 집합 $A = \{\emptyset, \{0\}, 1\}$ 에 대하여 $P(A) = \{x \mid x \subset A\}$ 라고 정의할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \in P(A)$

② $\{\emptyset\} \in P(A)$

③ $\{\{0\}\} \in P(A)$

④ $\{1\} \subset P(A)$

⑤ $\{\{\emptyset, 1\}\} \subset P(A)$

해설

집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{0\}\}, \{1\}, \{\emptyset, \{0\}\}, \{\emptyset, 1\}, \{\{0\}, 1\}, \{\emptyset, \{0\}, 1\}$ 이 때, $P(A)$ 는 집합 A 의 부분집합을 원소로 하는 집합 이므로 위의 8개의 집합을 원소로 갖는다.

① $\emptyset \subset A$ 이므로 $\emptyset \in P(A)$

② $\{\emptyset\} \subset A$ 이므로 $\{\emptyset\} \in P(A)$

③ $\{\{0\}\} \subset A$ 이므로 $\{\{0\}\} \in P(A)$

④ $\{1\} \subset A$ 이므로 $\{1\} \in P(A)$

⑤ $\{\emptyset, 1\} \in P(A)$ 이므로 $\{\{\emptyset, 1\}\} \subset P(A)$

2. 두 집합 $A = \{x|x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 18\text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 빈 칸에 알맞은 기호는?

$$A \square B$$

① $\subset$

② $\supset$

③ $\in$

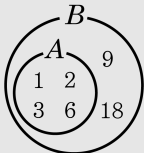
④ $\ni$

⑤ $=$

해설

$$A = \{1, 2, 3, 6\},$$

$$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$



3. 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 일 때, $X \subset A$, $A - X = \{a, c\}$ 를 만족하는 집합 X 의 부분집합 중에서 원소 e 가 반드시 포함되어 있는 부분집합의 개수는 몇 개인가?

① 2개

② 4개

③ 6개

④ 8개

⑤ 16개

해설

원소 a, c 를 제외한 집합 $\{b, d, e\}$ 의 부분집합의 개수에서 $\{b, d\}$ 의 부분집합의 개수를 빼면 된다.

$$2^3 - 2^2 = 4(\text{개}) \quad (\text{원소의 개수가 } n \text{개인 집합의 부분집합 개수} = 2^n)$$

4. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 1, 2를 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$2^{(1, 2\text{를 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-2} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 5$$

5. 다음 중 옳지 않은 것은?(정답 2개)

① $\{a, b, c\} \cap \emptyset = \emptyset$

② $\{\text{피, 아, 노}\} \cup \{\text{피, 노, 키, 오}\} = \{\text{피, 아, 노, 키, 오}\}$

③ $\{\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit\} \cap \{\clubsuit, \star\} = \{\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit, \star\}$

④ $\{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\} \cap \{1, 2, 5\} = \{1, 2, 5\}$

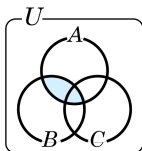
⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{ 의 약수}\} \cap \{x|x \text{는 } 18 \text{ 의 약수}\} = \{x|x \text{는 } 6 \text{ 의 약수}\}$

해설

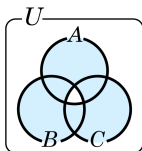
⑤ $\{x|x \text{는 } \square \text{ 의 약수}\} \cap \{x|x \text{는 } \triangle \text{ 의 약수}\} = \{x|x \text{는 } \bigcirc \text{ 의 약수}\}$
일 때, $\bigcirc$ 는 $\square, \triangle$ 의 최대 공약수이다.

6. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $(A \cap B) \cup \{C \cap (A^c \cup B^c)\}$ 을 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?

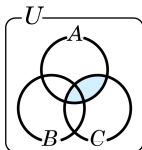
①



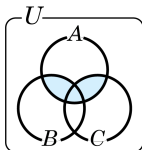
②



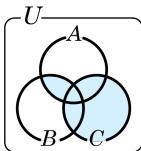
③



④



⑤



해설

$$\begin{aligned}
 & (A \cap B) \cup \{C \cap (A^c \cup B^c)\} \\
 &= (A \cap B) \cup \{C \cap (A \cap B)^c\} \\
 &= \{(A \cap B) \cup C\} \cap \{(A \cap B) \cup (A \cap B)^c\} \\
 &= (A \cap B) \cup C
 \end{aligned}$$

7. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $B \cap A^C \neq \emptyset$

② $A \subset B$

③ $A \cap B = A$

④ $(A \cup B) \subset B$

⑤ $B - (A \cap B) = \emptyset$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$, $A = \{8, 16\}$, $B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ 이다. 따라서 $A \subset B$ 이다.

따라서 ⑤ $B - (A \cap B) \neq \emptyset$

8. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{a, b\}$, $B - A = \{e\}$, $A^c \cap B^c = \{c, d\}$ 일 때, 집합 A^c 은?

① $\{b\}$

② $\{e\}$

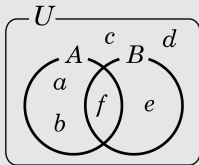
③ $\{b, e\}$

④ $\{c, d\}$

⑤ $\{c, d, e\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A^c = \{c, d, e\}$ 이다.



9. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 7\}$, $C = \{4, 6, 8\}$ 일 때, $(A \cap B) \cap C^c$ 은?

① $\{1\}$

② $\{2\}$

③ $\{1, 2\}$

④ $\{1, 2, 3\}$

⑤ $\{1, 2, 5, 6\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 이므로

$$\begin{aligned}(A \cap B) \cap C^c &= (A \cap B) - C \\ &= \{2, 4\} - \{4, 6, 8\} \\ &= \{2\} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

10. 학생 수가 50명인 학급의 학생들이 보충수업 과목으로 국어, 수학을 선택해야 한다. 국어를 선택한 학생이 25명이고 국어와 수학을 모두 선택한 학생이 7명일 때, 수학을 선택한 학생 수의 최댓값과 최솟값을 순서대로 나열한 것은?

① 25, 7

② 32, 7

③ 32, 18

④ 50, 18

⑤ 50, 25

해설

학생 전체의 집합을 U , 국어, 수학을 선택한 학생의 집합을 각각 A, B 라 하면

$$n(U) = 50, n(A) = 25, n(A \cap B) = 7$$

$25 \leq n(A \cup B) \leq 50$ 에서

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{ 이므로}$$

$$25 \leq 25 + n(B) - 7 \leq 50$$

$$\therefore 7 \leq n(B) \leq 32$$

따라서 수학을 선택한 학생 수의 최댓값은 32, 최솟값은 7

11. 네 조건 $p : x > 0$, $q : y > 0$, $r : x < 0$, $s : y < 0$ 을 만족하는 집합을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 조건 $xy > 0$ 을 만족하는 집합은?

① $(P \cap Q) \cup (R^c \cap S^c)$

② $(P \cap Q) \cap (R \cap S)$

③ $(P \cap Q) \cup (R \cap S)$

④ $(P \cup Q) \cap (R \cup S)$

⑤ $(P \cup Q) \cap (R \cup S)^c$

해설

$p : x > 0$, $q : y > 0$, $r : x < 0$, $s : y < 0$ 일 때

$xy > 0 \Leftrightarrow (x > 0, y > 0)$ 또는 $(x < 0, y < 0)$

따라서, 주어진 조건을 만족하는 집합은

$$(P \cap Q) \cup (R \cap S)$$

12. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : |x-2| < a \text{ (단, } a > 0 \text{)}$$

$$q : x < -3 \text{ 또는 } x > 1$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되기 위한 a 의 값의 범위를 $\alpha < a \leq \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$|x-2| < a \text{ 에서 } -a < x-2 < a \therefore 2-a < x < 2+a \therefore$$

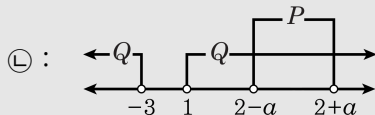
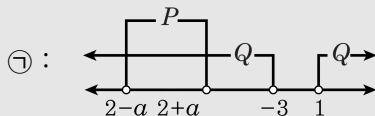
$$P = \{x | 2-a < x < 2+a\}, Q = \{x | x < -3 \text{ 또는 } x > 1\}$$

따라서 $P \subset Q$ 가 되려면 $2+a \leq -3 \dots \textcircled{7}$ 또는 $2-a \geq 1 \dots$

$\textcircled{8}$,

$$\text{즉, } a \leq -5 \text{ 또는 } a \leq 1$$

그런데 $a > 0$ 이므로 구하는 a 의 범위는 $0 < a \leq 1$



$$\therefore \alpha = 0, \beta = 1$$

$$\therefore \alpha + \beta = 1$$

13. 다음에서 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요조건이고 충분조건은 아닌 것을 골라 기호로 써라. (단, a, b 는 실수)

㉠ $p : A \cup B = B, q : A \subset B$

㉡ $p : a^2 + b^2 = 0, q : a = 0$ 이고 $b = 0$

㉢ $p : a^2 = b^2, q : a = b$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\text{㉢ } p : a^2 = b^2 \leftarrow q : a = b$$

$\therefore p$ 는 q 이기 위한 필요조건

14. 다음 부등식에 관한 설명 중에서 옳은 것은? (단, a, b, x, y 는 실수임)

① $a \geq b \Leftrightarrow a - b \leq 0$

② $a > b \Leftrightarrow a^2 > b^2$

③ $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$ (단, $ax = by$ 일 때, 등호성립)

④ $a^2 + b^2 \geq ab$ (단, $a = b$ 일 때, 등호 성립)

⑤ 두 양수 a, b 에 대하여 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$ (단, $a = b$ 일 때, 등호 성립)

해설

②의 반례 : a, b 가 음수인 경우

$$\begin{aligned} \text{③ } & (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2 \\ &= (a^2x^2 + a^2y^2 + b^2x^2 + b^2y^2) \\ &\quad - (a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2) \\ &= a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2 \\ &= (ay - bx)^2 \geq 0 \text{ 단, 등호는 } ay = bx \text{ 일때 성립} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{④ } & a^2 + b^2 - ab \\ &= \left(a - \frac{1}{2}b\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0 \end{aligned}$$

등호는 $a = b = 0$ 일때 성립

$$\text{⑤ } \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$$

($\because$ 산술평균 $\geq$ 기하평균 $\geq$ 조화평균)

15. 양의 실수 a, b 에 대하여, $(a+b) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$(a+b) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = \left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(b + \frac{1}{b}\right) \text{ 이고,}$$

a, b 가 양의 실수이므로 산술평균과 기하평균의 관계를 적용하면

$$\left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(b + \frac{1}{b}\right) \geq 2\sqrt{a \times \frac{1}{a}} + 2\sqrt{b \times \frac{1}{b}} = 4$$

따라서 $(a+b) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 최솟값은 4이다.(단, 등호는 $a = b = 1$ 일 때 성립)

16. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c}$ 의 최소값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

산술-기하평균 부등식에 의해,

$$\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{2b}{a} \times \frac{2c}{b} \times \frac{2a}{c}} = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c} \geq 6$$

17. 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에서 정의된 함수 $f(x) = |x| + 1$ 의 치역을 구하면?

① $\{1\}$

② $\{1, 2\}$

③ $\{2, 3\}$

④ $\{1, 2, 3\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4\}$

해설

$x = -2, 2$ 일 때 $f(x) = 3$

$x = -1, 1$ 일 때 $f(x) = 2$

$x = 0$ 일 때 $f(x) = 1$

따라서 f 의 치역은 $\{1, 2, 3\}$

18. 0 이 아닌 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & (x > 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases} \quad \text{일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?}$$

$$\text{I. } f(f(3)) + f(f(-3)) = \frac{10}{3}$$

$$\text{II. } f(-x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\text{III. } x_1 > x_2 \text{ 이면 } f(x_1) < f(x_2) \text{ 이다.}$$

① I

② III

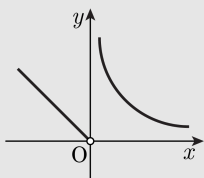
③ I, II

④ II, III

⑤ I, III

해설

$y = f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



$$\text{I. } f(f(3)) + f(f(-3)) = f\left(\frac{1}{3}\right) + f(3)$$

$$= 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3} \text{ -<참>}$$

II.

i) $x > 0$ 일 때, $-x < 0$, $\frac{1}{x} > 0$ 이므로

$$f(-x) = -(-x) = x,$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x$$

ii) $x < 0$ 일 때, $-x > 0$, $\frac{1}{x} < 0$ 이므로

$$f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x}, \quad f\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x}$$

i), ii) 에서 $f(-x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ -<참>

III. 반례) $\frac{1}{3} > -2$ 일 때,

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = 3 > 2 = f(-2) \text{ -<거짓>}$$

따라서 옳은 것은 I, II 이다.

19. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 함수 $f : A \rightarrow B$ 를 정의할 때, $f(1)f(2)f(3)f(4)f(5) = 0$ 인 함수 f 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답: 211개

해설

$f(1), f(2), f(3), f(4), f(5)$ 이들 중 적어도 하나는 0 이므로, 전체 함수의 개수에서 $f(1)f(2)f(3)f(4)f(5) \neq 0$ 인 함수의 개수를 빼면 된다.
그러므로 $3^5 - 2^5 = 211$

20. $f\left(\frac{2x}{-x+2}\right) = x^2 - 3x$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$f\left(\frac{2x}{-x+2}\right) = x^2 - 3x \text{ 일 때}$$

$$\frac{2x}{-x+2} = 2 \text{ 에서 } 2x = 2(-x+2), 2x = -2x+4$$

$$\therefore x = 1$$

이것을 주어진 식에 대입하면

$$f\left(\frac{2}{-1+2}\right) = 1 - 3$$

$$\therefore f(2) = -2$$

21. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 $f(x) = x|x|$, $g(x) = 2x - 1$ 에 대하여, $(f^{-1} \circ g^{-1})(k) = -2$ 를 만족하는 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -9$

해설

$$(f^{-1} \circ g^{-1})(k) = -2 \text{ 이므로}$$

$$f^{-1}(g^{-1}(k)) = -2 \text{ 에서 } g^{-1}(k) = f(-2) = -4$$

$$\therefore k = g(-4) = -9$$

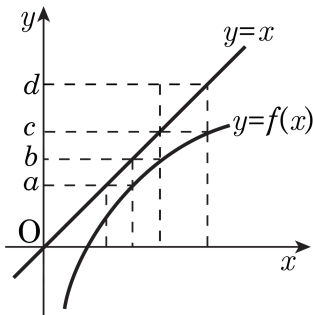
해설

$$(f^{-1} \circ g^{-1})(k) = -2 \Leftrightarrow (g \circ f)^{-1}(k) = -2$$

$$(g \circ f)(-2) = k, g(f(-2)) = g(-4) = -9$$

$$\therefore k = -9$$

22. 아래의 그림은 두 함수 $y = f(x)$, $y = x$ 의 그래프이다. $f^{-1}(b)$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : c

해설

$$f^{-1}(b) = k \text{ 라 하면 } f(k) = b$$

$$f(c) = b \text{ 이므로 } k = c$$

$$\text{따라서 } f^{-1}(b) = c$$

23. 수직선 위에 세 점 $A(-2)$, $B(1)$, $C(2)$ 가 있다. 수직선 위에 한 점 P 를 잡아 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ 를 최소가 되게 할 때, 점 P 의 좌표를 구하면?

① $P(-2)$

② $P(-1)$

③ $P(0)$

④ $P(1)$

⑤ $P(2)$

해설

점 P 의 좌표를 $P(x)$ 라 하면

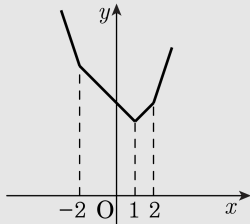
$$\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} = |x + 2| + |x - 1| + |x - 2|$$

$y = |x + 2| + |x - 1| + |x - 2|$ 의

그래프의 개형은

다음 그림과 같으므로 $x = 1$ 에서 최솟값을 가진다.

따라서 구하는 점 P 의 좌표는 $P(1)$ 이다.



24. $\frac{x+3}{(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2}$ 을 만족할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{x+3}{(x+1)(x+2)} &= \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2} \\ &= \frac{(a+b)x + 2a + b}{(x+1)(x+2)}\end{aligned}$$

$$a+b=1, 2a+b=3$$

$$\therefore a=2, b=-1$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 2^2 + (-1)^2 = 5$$

25. 등식 $\frac{4}{11} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$ 을 만족시키는 세 자연수 a, b, c 에 대하여

$a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{4}{11} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}} \text{ 에서}$$

$$a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}} = \frac{11}{4} = 2 + \frac{3}{4} \text{ 이므로}$$

$$a = 2 \text{ 이고 } \frac{1}{b + \frac{1}{c}} = \frac{3}{4}$$

$$\text{이 때, } b + \frac{1}{c} = \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} \text{ 이므로 } b = 1, c = 3$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 2^2 + 1^2 + 3^2 = 14$$

26. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값은?

① 0

② ± 1

③ $\pm \sqrt{5}$

④ $\pm \sqrt{7}$

⑤ $\pm 2\sqrt{5}$

해설

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 1 \Rightarrow x - \frac{1}{x} = \pm 1$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) = \pm \sqrt{5}$$

27. 0이 아닌 실수 x, y 가 $\frac{x-y}{4x+2y} = \frac{1}{3}$ 을 만족할 때, 유리식 $\frac{x^2-5y^2}{2xy}$ 의 값은?

① -2

② 1

③ 0

④ 2

⑤ 5

해설

$$\frac{x-y}{4x+2y} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x - 3y = 4x + 2y \quad x = -5y$$

$$\therefore \frac{x^2 - 5y^2}{2xy} = \frac{20y^2}{-10y^2} = -2$$

28. 유리식 $\frac{2b+c}{3a} = \frac{c+3a}{2b} = \frac{3a+2b}{c}$ 의 값을 k_1, k_2 라 할 때, $k_1 + k_2$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\frac{2b+c}{3a} = \frac{c+3a}{2b} = \frac{3a+2b}{c} = k \text{라 하면}$$

(i) $3a + 2b + c \neq 0$ 일 때,

$$k = \frac{6a + 4b + 2c}{3a + 2b + c} = 2$$

(ii) $3a + 2b + c = 0$ 일 때,

$$k = \frac{3a + 2b}{c} = \frac{-c}{c} = -1$$

$$\therefore \{k_1, k_2\} = \{2, -1\}$$

$$\therefore k_1 + k_2 = 1$$

29. 어떤 시험에서 수험생의 남녀 비율은 6 : 5, 합격생의 남녀 비율은 7 : 6, 불합격생의 남녀 비율은 3 : 2이다. 남자의 합격률을 p , 여자의 합격률을 q 라고 할 때, pq 의 값은?

① $\frac{39}{80}$

② $\frac{42}{80}$

③ $\frac{45}{80}$

④ $\frac{53}{80}$

⑤ $\frac{63}{80}$

해설

수험생의 남녀의 수를 $6a$, $5a$, 합격생의 남녀의 수를 $7b$, $6b$
불합격생의 남녀의 수를 $3c$, $2c$ 로 놓으면

$$6a = 7b + 3c \cdots ①$$

$$5a = 6b + 2c \cdots ②$$

① $\times 2 -$ ② $\times 3$ 을 정리하면

$$-3a = -4b$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore p = \frac{7b}{6a} = \frac{7}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{8}, q = \frac{6b}{5a} = \frac{6}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{10}$$

$$\therefore pq = \frac{7}{8} \times \frac{9}{10} = \frac{63}{80}$$

30. $\sqrt{11 - \sqrt{72}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $\sqrt{(b-a)^2}$ 의 값은?

① 1

② $1 - \sqrt{2}$

③ $\sqrt{2} - 1$

④ $\sqrt{2}$

⑤ $-\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{11 - \sqrt{72}} &= \sqrt{11 - 2\sqrt{18}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{9} - \sqrt{2})^2} = 3 - \sqrt{2}\end{aligned}$$

$$3 - \sqrt{2} = 1. \times \times \times \times$$

$$\text{정수 부분 } a : 1 \quad \text{소수부분 } b : 2 - \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{(b-a)^2} &= \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{2} - 1 \quad (1 - \sqrt{2} < 0)\end{aligned}$$

31. $x = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$, $y = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$ 일 때, $\frac{y^2}{x} + \frac{x^2}{y}$ 의 값을 구하면?

① 3

②

3 $\sqrt{6}$

③ 2 $\sqrt{3}$

④ 5 $\sqrt{6}$

⑤ $\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}} \\&= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} \\&= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$x + y = \frac{2\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}, \quad xy = \frac{3 - 1}{2} = 1$$

$$\begin{aligned}\frac{y^2}{x} + \frac{x^2}{y} &= \frac{x^3 + y^3}{xy} = \frac{(x + y)^3 - 3xy(x + y)}{1} \\&= 6\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 3\sqrt{6}\end{aligned}$$

32. 함수 $y = \frac{ax+1}{x-b}$ 의 그래프의 점근선이 $x=1$, $y=-2$ 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 를 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = \frac{ax+1}{x-b} \Rightarrow y = a + \frac{ab+1}{x-b}$$

점근선이 $x=1$ $y=-2$ 이므로, $a=-2$, $b=1$

$$\therefore ab = -2$$

33. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점(0,2)를 지나고 $x=1, y=2$ 를 점근선으로 할 때 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가

$x=1, y=2$ 를 점근선으로 하므로

$y = \frac{k}{x-1} + 2$ 로 놓을 수 있다.

이것이 점 (0,2)를 지나므로

$$2 = -k + 2 \quad \therefore k = 0$$

따라서 $y = \frac{2(x-1)}{x-1} = \frac{2x-2}{x-1}$ 에서

$$a = 2, b = -2, c = -1$$

$$\therefore a + b + c = 2 - 2 - 1 = -1$$