1. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 최댓값은?

① 3 ② 4 ③ -1 ④ 0 ⑤ 5

해설

꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 이므로 $x = -\frac{1}{2}$ 일 때, 최댓값을 갖는다.

2. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 10$ 의 최댓값을 M , $y = 3x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： 3

해설

$y = -x^2 + 2x + 10$
$= -(x-1)^2 + 11$ 에서 $M = 11$
$y = 3x^2 + 6x - 5$
$= 3(x+1)^2 - 8$ 에서 $m = -8$
$\therefore M + m = 11 - 8 = 3$

3. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 + 1$

따라서 $x = -4$ 일 때, 최댓값은 1 이다.

4. 다음 표는 9 명의 학생에 대한 턱걸이 횟수의 기록을 나타낸 것이다. 이때, 턱걸이 횟수에 대한 중앙값과 최빈값을 구하여라.

횟수	4	5	6	7	8	합계
학생의 수	3	2	2	1	1	9

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 5

▷ 정답 : 최빈값 : 4

해설

변량을 순서대로 나열하면
4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 8 이므로 중앙값은 5 이고, 학생 수가 가장 많은 턱걸이 횟수인 4 가 최빈값이다.

5. 다섯 개의 자료 $75, 70, 65, 60, x$의 평균이 70일 때, x의 값은?

① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

해설

평균이 70이므로 $\frac{75+70+65+60+x}{5}=70$

$270+x=350$

$\therefore x=80$

6. 다음은 성수의 5 회의 체육 실기 중 4 회에 걸친 실기 점수를 나타낸 표이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 75 점이 되겠는가?

횟수(회)	1	2	3	4
점수(점)	84	78	80	76

① 55 점　② 57 점　③ 59 점　④ 61 점　⑤ 63 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

(평균) $= \dfrac{84+78+80+76+x}{5} = 75$, $\dfrac{318+x}{5} = 75$, $318+x = 375$ $\therefore x = 57$

따라서 57 점을 받으면 평균 75 점이 될 수 있다.

7. 다음은 미희의 5 회의 미술 실기 중 4 회에 걸친 실기 점수를 나타낸 표이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 80 점이 되겠는가?

횟수(회)	1	2	3	4
점수(점)	70	80	75	85

① 80 점 ② 85 점 ③ 90 점 ④ 95 점 ⑤ 100 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

(평균) $= \dfrac{70+80+75+85+x}{5} = 80$, $\dfrac{310+x}{5} = 80$, $310+x = 400$

$\therefore x = 90$(점)

따라서 90 점을 받으면 평균 80 점이 될 수 있다.

8. 다음은 다섯 명의 학생 A, B, C, D, E 가 5 일 동안 받은 문자의 개수를 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 가장 큰 사람은 누구인가?

	월요일	화요일	수요일	목요일	금요일
A	2	5	2	5	2
B	3	6	3	6	4
C	10	2	1	11	3
D	8	8	8	8	9
E	5	6	7	8	9

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어지므로 표준편차가 가장 큰 학생은 C 이다.

9. 세 수, a, b, c의 평균과 분산이 각각 $2, 4$이다. 세 수 $3a+1, 3b+1, 3c+1$의 평균과 분산을 각각 구하면?

① 평균 : 5, 분산 : 10　　② 평균 : 6, 분산 : 20

③ 평균 : 7, 분산 : 25　　④ 평균 : 7, 분산 : 36

⑤ 평균 : 8, 분산 : 36

해설

a, b, c의 평균이 2, 분산이 4일 때, $3a+1, 3b+1, 3c+1$의 평균은 $3 \cdot 2+1=7$이고, 분산은 $3^2 \cdot 4=36$이다.

10. 다음은 학생 10 명의 국어 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 10 명의 국어 성적의 분산을 구하여라.

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
$55^{이상}$ ~ $65^{미만}$	60	3	180
$65^{이상}$ ~ $75^{미만}$	70	3	210
$75^{이상}$ ~ $85^{미만}$	80	2	160
$85^{이상}$ ~ $95^{미만}$	90	2	180
계	계	10	730

▶ 답:

▷ 정답: 121

해설

학생들의 국어 성적의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

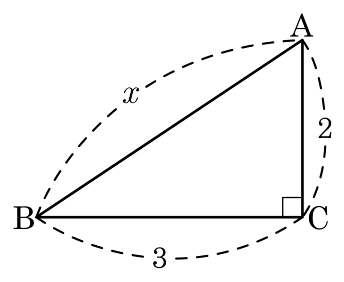
$$= \frac{730}{10} = 73(\text{점})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(60-73)^2\times3+(70-73)^2\times3+(80-73)^2\times2+(90-73)^2\times2\}$$

$$= \frac{1}{10}(507+27+98+578) = 121\text{ 이다.}$$

11. 다음 그림의 직각삼각형에서 빗변 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?

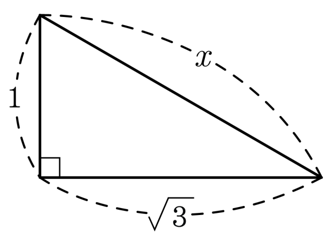


① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $\sqrt{13}$ ④ 4 ⑤ 13

해설

$\overline{AB} = x = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

12. 다음과 같은 직각삼각형의 빗변을 가로로 하고, 세로의 길이가 3 인 직사각형을 만들려고 한다. 이 직사각형의 넓이는?

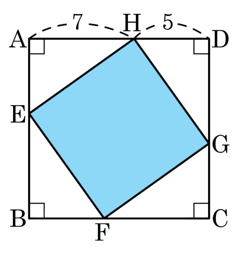


① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

피타고라스 정리에 따라
$x^2 = 1^2 + \sqrt{3} = 4$
$x > 0$ 이므로 $x = 2$
따라서 가로는 2 이고 세로가 3 인 직사각형의 넓이는
$2 \times 3 = 6$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle AEH$ 와 이와 합동인 세 개의 삼각형을 이용하여 정사각형 ABCD 를 만들었다. 이때, 정사각형 EFGH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 74

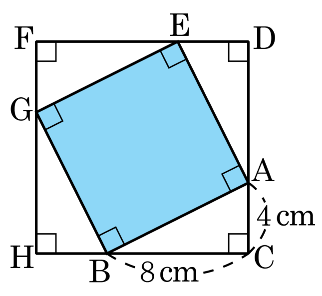
해설

$\overline{AH} = 7, \overline{HD} = \overline{AE} = 5$ 이고 $\triangle AEH$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{EH}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{AE}^2 = 7^2 + 5^2 = 74$ 이다.

사각형 EFGH 는 정사각형이므로 $\overline{EH} = \overline{FE} = \overline{GF} = \overline{GH}$ 이다.

따라서 정사각형 EFGH 의 넓이는 $\overline{EH}^2 = 74$ 이다.

14. 다음 그림의 □FHCD 는 △ABC 와 합동인 직각삼각형을 이용하여 만든 사각형이다. □BAEG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

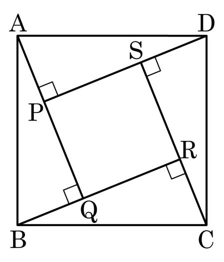
▷ 정답 : 80 cm^2

해설

$\overline{AB} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$\square BAEG = (4\sqrt{5})^2 = 80\ (cm^2)$

15. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\overline{DC} = 8$, $\overline{BQ} = 3$ 일 때, 사각형 PQRS 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{55} - 12$

해설

사각형 PQRS 는 정사각형이고,

$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP}$

$= \sqrt{8^2 - 3^2} - 3 = \sqrt{55} - 3$ 이므로

둘레는 $4 \times \left(\sqrt{55} - 3\right) = 4\sqrt{55} - 12$ 이다.

16. 세 변의 길이가 각각 x, $x+2$, $x-7$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, 빗변의 길이를 구하여라.

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$(x+2)^2 = x^2 + (x-7)^2$
$x^2 - 18x + 45 = 0$
$(x-15)(x-3) = 0$
$\therefore\ x = 15(\because\ x > 7)$
따라서 빗변의 길이는 $x+2$이므로 17이다.

17. 세 변의 길이가 $a+1$, $a+2$, $a+3$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a+3$이 가장 긴 변의 길이이므로
$(a+3)^2 = (a+2)^2+(a+1)^2$, $a^2+6a+9 = a^2+4a+4+a^2+2a+1$
$a^2 = 4,\ a = 2\ (\because a > -1\ )$

18. 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 4cm, 5cm 인 직각삼각형의 빗변의 길이는? .

① 3cm
② 6cm
③ $\sqrt{41}$cm
④ $2\sqrt{6}$cm
⑤ $3\sqrt{4}$cm

해설

(빗변)$^2 = 4^2 + 5^2 = 41$
(빗변) $= \sqrt{41}$(cm)(빗변 > 0)

19. 대각선의 길이가 12 인 정사각형의 넓이는?

① 36　② 56　③ 64　④ 72　⑤ 144

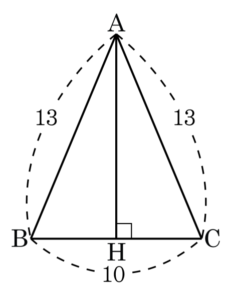
해설

정사각형 한 변을 a 라 하면 대각선은 $\sqrt{2}a$ 이므로

$\sqrt{2}a = 12$, $a = \dfrac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$

따라서, 정사각형의 넓이는 $6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} = 72$ 이다.

20. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$\overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 12 = 60$ 이다.

21. 합이 18 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 17 ② 65 ③ 77 ④ 81 ⑤ 162

해설

두 수를 각각 x, $18-x$ 라고 하면

$$y = x(18-x)$$
$$= -x^2 + 18x$$
$$= -(x^2 - 18x + 81 - 81)$$
$$= -(x-9)^2 + 81$$

$x = 9$ 일 때, 최댓값 81 을 갖는다.

22. 가로의 길이와 세로의 길이의 합이 12 인 직사각형의 넓이를 y 라고 할 때, y 의 최댓값을 구하면?

① 36 ② 16 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

해설

가로의 길이를 x 라고 두면 세로의 길이는 $12 - x$ 이다.

$y = x \times (12 - x)$

$= -x^2 + 12x$

$= -(x^2 - 12x + 36) + 36$

$= -(x - 6)^2 + 36$

따라서 36 이 최댓값이다.

23. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 $x$cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 $y$cm^2 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{31}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

줄어든 가로의 길이는 $(8-x)$cm ,
늘어난 세로의 길이는 $(6+2x)$cm 에서

$$\begin{aligned} y &= (8-x)(6+2x) \\ &= 48 + 10x - 2x^2 \\ &= -2\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}\right) + 48 \\ &= -2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{121}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

24. 지면으로부터 20m 높이에서 초속 vm 로 쏘아 올린 공의 x 초 후의 높이를 ym 라 하면 x 와 y 사이에는 $y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2$ 의 관계가 있다. 공이 도달한 최고 높이가 25 m 일 때, 공의 속도를 구하여라.

▶ 답 : ______ m/s

▷ 정답 : 50 m/s

해설

$y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2 = -\frac{v}{10}(x-1)^2 + \frac{v}{10} + 20$

이 물체는 $x = 1$ 일 때, 최고 높이 $\frac{v}{10}+20$ 에 도달하고, $\frac{v}{10}+20 = 25$ 이므로 $v = 50$ 이다.

따라서 공의 속도는 초속 50m 이다.

25. 다음은 수희의 5 회에 걸친 100m 달리기 기록이다. 달리기 기록의 평균이 16 초, 분산이 1.2초일 때, x, y 의 값을 각각 구하여라.(단 4 회보다 2 회의 기록이 더 좋았다.)

회차	1	2	3	4	5
기록 (초)	17	x	16	y	14

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 17$

▷ 정답 : $y = 16$

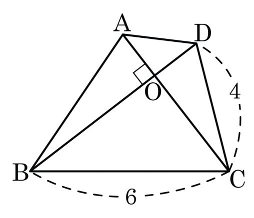
해설

$\frac{17 + x + 16 + y + 14}{5} = 16$, $x + y = 33$ 이다.

$\frac{1 + (x - 16)^2 + 0 + (y - 16)^2 + 4}{5} = 1.2$, $(x-16)^2 + (y-16)^2 = 1$ 이다.

두 식을 연립해서 풀면, $x = 16,\ y = 17$ 이다.

26. 다음 그림의 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

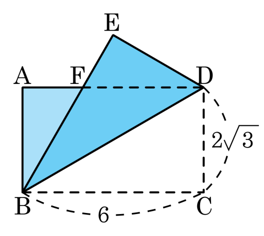
▷ 정답 : 20

해설

$\overline{AB}^2 + 4^2 = \overline{AD}^2 + 6^2$

$\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$

27. 다음 그림은 가로의 길이가 6, 세로의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 직사각형 ABCD 를 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle DBC = \angle DBE$　　② $\angle FBD = \angle FDB$

③ $\angle E = 90°$　　④ $2\overline{AF} = \overline{FD}$

⑤ $\triangle EFD = 4\sqrt{3}$

해설

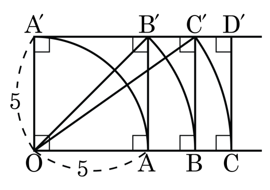
$\angle DBC = \angle DBE$
$\angle DBC = \angle ADB \left(\because \overline{AD} // \overline{BC}\right)$

따라서 $\triangle FBD$ 는 이등변 삼각형이다.
$\overline{FD} = \overline{FB} = x$ 라 하면, $\triangle EFD$ 에서 $\overline{EF} = 6 - x$ 이므로

$(6-x)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = x^2 \qquad \therefore\ x = 4$

$\triangle EFD = \frac{1}{2} \cdot \overline{EF} \cdot \overline{ED} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

28. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



① $3\sqrt{3}-5\sqrt{2}$　② $5\sqrt{3}-5\sqrt{2}$　③ $5\sqrt{2}-5\sqrt{3}$

④ $10\sqrt{3}-5\sqrt{2}$　⑤ $5\sqrt{5}-5\sqrt{2}$

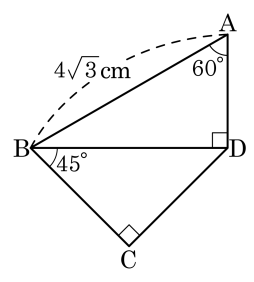
해설

$\overline{OB}=\overline{OB'}=5\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}\overline{OC} &= \overline{OC'}\\ &= \sqrt{(\overline{OB})^2+(\overline{BC'})^2}\\ &= \sqrt{(5\sqrt{2})^2+5^2}\\ &= 5\sqrt{3}\end{aligned}$$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{OC}-\overline{OB}=5\sqrt{3}-5\sqrt{2}$

29. 다음 그림과 같이 직각삼각형 2 개를 붙여 놓았을 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?

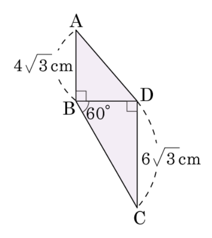


① $4\sqrt{2}$cm ② $3\sqrt{2}$cm ③ $2\sqrt{2}$cm
④ $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$cm ⑤ $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$cm

해설

$\triangle$ABD 에서 $\overline{AB} : \overline{BD} = 4\sqrt{3} : \overline{BD} = 2 : \sqrt{3}$
$\therefore\ \overline{BD} = 6(\text{cm})$
$\triangle$BCD 에서 $\overline{CD} : \overline{BD} = 1 : \sqrt{2} = \overline{CD} : 6$
$\therefore\ \overline{CD} = \dfrac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$

30. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\angle ABD = \angle BDC = 90°$, $\angle DBC = 60°$ 일 때, 두 대각선 $\overline{BD}$, $\overline{AC}$ 의 길이를 각각 구하여라.



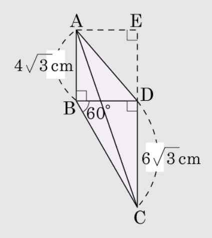
▶ 답 : cm

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\overline{BD} = 6$ cm

▷ 정답 : $\overline{AC} = 4\sqrt{21}$ cm

해설



$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BD} : \overline{CD} = 1 : \sqrt{3}$

$\therefore \overline{BD} = 6(\text{cm})$

$\overline{EC} = 4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 10\sqrt{3}(\text{cm})$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{AC} &= \sqrt{\overline{AE}^2 + \overline{EC}^2} \\ &= \sqrt{6^2 + (10\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{336} = 4\sqrt{21}(\text{cm}) \end{aligned}$$

31. 두 점 $P(2,\ 2)$, $Q(a,\ -1)$ 사이의 거리가 $3\sqrt{5}$ 일 때, a 의 값은? (단, 점 Q 는 제4 사분면의 점이다.)

① -8　② -6　③ -4　④ 4　⑤ 8

해설

$\sqrt{(2-a)^2+3^2}=3\sqrt{5}$ 에서 $a=-4,\ 8$
점 Q는 제4 사분면 위에 있으므로
$a>0,\ a=8$ 이다.

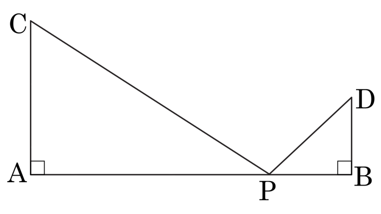
32. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x - 6$ 이 x 축과 만나는 좌표 중 오른쪽에 있는 점을 a, y 축과 만나는 점을 b 라고 할 때, 두 점 a, b 사이의 거리는?

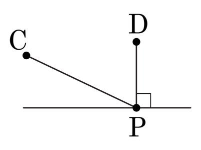
① $\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{5}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

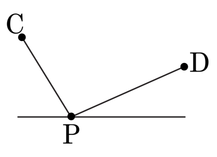
해설

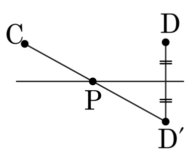
x 축과 만나는 점은 $y = 0$ 일 때이므로 $(1,\ 0)$, $(3,\ 0)$ 이다.
이 중 오른쪽에 있는 점은 $(3,\ 0)$ 이고,
y 축과 만나는 점은 $x = 0$ 일 때이므로 $(0,\ -6)$ 이다.
따라서 두 점 a, b 사이의 거리는
$\sqrt{(3-0)^2 + \{0-(-6)\}^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ 이다.

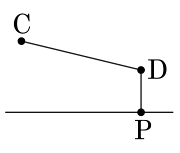
33. 다음 그림에서 $\overline{CA}\perp\overline{AB}$, $\overline{DB}\perp\overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP}+\overline{PD}$ 의 최단 거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?

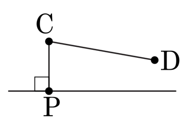


①


②


③


④


⑤


해설

AB 에 대한 점 D 의 대칭점 D′ 을 잡고 선분 CD′ 가 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P 로 잡는다.