

1. 집합 $X = \{-1, 1, 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x) = -x + k$ 가 일대일 대응일 때, 상수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(-1) = 1 + k$$

$$f(1) = -1 + k$$

$$f(3) = -3 + k$$

이때, 함수 f 가 일대일 대응이므로 공역과 치역이 일치한다.

$$\therefore X = \{1 + k, -1 + k, -3 + k\}$$

그런데 $-3 + k < -1 + k < 1 + k$ 이므로

$$X = \{-1, 1, 3\} \text{ 에서}$$

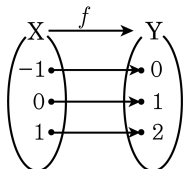
$$-3 + k = -1, \quad -1 + k = 1, \quad 1 + k = 3$$

$$\therefore k = 2$$

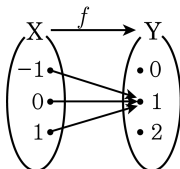
2. 다음 보기의 함수가 어떤 함수인지 말한 것 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

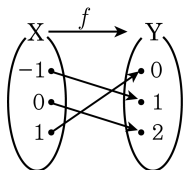
㉠



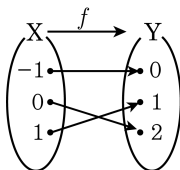
㉡



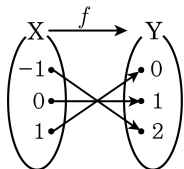
㉢



㉣



㉤



① ㉠ 항등함수

② ㉡ 상수함수

③ ㉢ 일대일 대응

④ ㉣ 상수함수

⑤ ㉤ 일대일 대응

해설

일대일 대응 : ㉠, ㉢, ㉤

상수함수 : ㉡

3. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{5, 6, 7\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수의 개수를 a , 일대일 대응의 개수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 27

② 30

③ 33

④ 36

⑤ 39

해설

집합 X 에서 Y 로의 함수의 개수는

$$a = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

집합 X 에서 Y 로의 일대일 대응의 개수는

$$b = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$\therefore a + b = 27 + 6 = 33$$

4. 두 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 함수 f 가 $x \in A$ 인 모든 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킬 때, 함수 f 의 개수는 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

집합 A 에서 B 로의 함수 f 가

$f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키려면

-1 이 대응할 수 있는 원소는

-2, -1, 0, 1, 2 의 5 가지.

0 이 대응할 수 있는 원소는

$f(-0) = -f(0)$ 에서, $2f(0) = 0$,

즉 0 의 1 가지

1 이 대응할 수 있는 원소는 $-f(-1)$ 의 1 가지

따라서, 함수 f 의 개수는 $5 \times 1 \times 1 = 5$ (개)

5. 함수 $y = \frac{k}{x-1} + 3$ ($k \neq 0$) 의 그래프에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $k > 0$ 이면 제 1 사분면과 제 3 사분면을 지난다.
㉡ $k < 0$ 이면 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
㉢ $k > 3$ 이면 모든 사분면을 지난다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

점근선은 $x = 1, y = 3$ 이다.

㉠, ㉢ : $0 < k \leq 3$ 이면, 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

$k > 3$ 이면 모든 사분면을 지난다.

㉡ : $k < 0$ 이면, 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

$\therefore$ ㉡, ㉢ 이 참.

6. 함수 $y = \frac{ax+1}{-x+b}$ 의 그래프의 점근선이 $x=2, y=-1$ 일 때, 상수 $a+b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = \frac{ax+1}{-(x-b)} \text{ 의 점근선이 } x=2, y=-1 \text{ 이므로}$$

$$b=2 \text{ 이고}$$

$$y = \frac{a(x-2)+2a+1}{-(x-2)} = \frac{2a+1}{-(x-2)} - a \text{ 에서}$$

$$-a = -1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a+b = 1+2 = 3$$

7. 보기의 함수 중 평행이동한 그래프가 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = \frac{-x-1}{x-1}$

㉡ $y = \frac{x}{x-1}$

㉢ $y = \frac{-2x-1}{x+1}$

① ㉠

② ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α 만큼,

y 축으로 β 만큼 평행이동시키면

$y = \frac{1}{x-\alpha} + \beta$ 꼴이 된다.

$$\textcircled{㉠} y = \frac{-x-1}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} - 1$$

$$\textcircled{㉡} y = \frac{x}{x-1} = \frac{(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 1$$

$$\textcircled{㉢} y = \frac{-2x-1}{x+1} = \frac{-2(x+1)+1}{x+1} = \frac{1}{x+1} - 2$$

따라서, 구하는 함수는 ㉡, ㉢이다.

8. 분수함수 $y = \frac{x+b}{ax+1}$ 의 그래프의 점근선 중 하나가 $x = -1$ 이고 점 $(1, 2)$ 를 지난다고 한다. 이 분수함수의 정의역이 $\{x \mid -3 \leq x < -1$ 또는 $-1 < x \leq 1\}$ 일 때, 치역을 구하면? (단, a, b 는 상수)

① $\{y \mid y < 0$ 또는 $y > 2\}$

② $\{y \mid y \leq 0$ 또는 $y \geq 2\}$

③ $\{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$

④ $\{y \mid y < 1$ 또는 $1 < y \leq 2\}$

⑤ $\{y \mid y < 1$ 또는 $y \geq 2\}$

해설

분수함수 $y = \frac{x+b}{ax+1}$ 의 그래프의

점근선 중 하나가 $x = -1$ 이므로

$$x = -\frac{1}{a} = -1$$

$$\therefore a = 1$$

따라서, 주어진 분수함수는 $y = \frac{x+b}{x+1}$

이고

이 함수의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나

므로

$$2 = \frac{1+b}{1+1} \quad \therefore b = 3$$

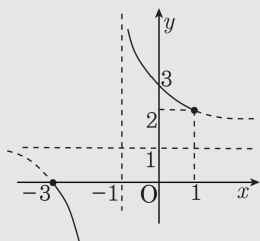
$$\therefore y = \frac{x+3}{x+1}$$

따라서 $-3 \leq x < -1$ 또는 $-1 < x \leq 1$ 에서

$$y = \frac{x+3}{x+1} = \frac{2}{x+1} + 1 \text{ 의 그래프는}$$

다음 그림과 같으므로 구하는 치역은

$$\{y \mid y \leq 0 \text{ 또는 } y \geq 2\}$$



9. 함수 $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 그래프는 점 (a, b) 에 대해 대칭인 그래프이다. 이 때 $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 6

④ -3

⑤ -1

해설

함수 $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 그래프가 점 (a, b) 에서
대칭이므로 $x = a$, $y = b$ 를 점근선으로 한다.

$$y = \frac{2(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 2$$

따라서 $a = 1$, $b = 2$ 이므로

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

10. 함수 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 의 그래프가 점 $(1,2)$ 를 지나고 $x=3, y=1$ 을 점근선으로 할 때, 상수 a, b, c 에 대해서 $a-b-c$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

점근선이 $x=3, y=1$ 이므로
 $a=-3, b=1$ 이다.

그리고 점 $(1,2)$ 를 지나므로,

$$2 = \frac{1+c}{1-3}, c = -5$$

$$\therefore a-b-c = 1$$

11. 함수 $y = \frac{c-x}{ax+b}$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

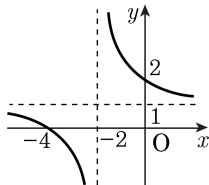
① -1

② -2

③ -4

④ -7

⑤ 0



해설

점근선이 $x = -2$, $y = 1$ 이므로

$$y = \frac{k}{x+2} + 1 \dots\dots ①$$

①이 (0, 2)를 지나므로 대입하면 $k = 2$

$$y = \frac{2}{x+2} + 1 = \frac{-x-4}{-x-2}$$

$$\therefore a = -1, b = -2, c = -4$$

12. $f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{x-2}{x+2}$ 일 때, $f(2)$ 의 값은?

① -5

② -3

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{x-2}{x+2} \text{ 일 때,}$$

$$\frac{x-1}{x+1} = 2 \text{ 에서 } (x-1) = 2(x+1)$$

$$x-1 = 2x+2$$

$$\therefore x = -3$$

이것을 주어진 식에 대입하면

$$f(2) = \frac{-3-2}{-3+2} = \frac{-5}{-1} = 5$$

13. 함수 $y = \frac{ax+1}{2x+b}$ 의 그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, a, b 사이의 관계식은? (단, a, b 는 상수이다.)

① $a - b = 0$

② $a + b = 0$

③ $a - b = 1$

④ $a + b = 1$

⑤ $ab = 1$

해설

$y = \frac{ax+1}{2x+b}$... ㉠의 그래프가 직선

$y = x$ 에 대하여 대칭이므로 역함수의
그래프와 일치한다.

역함수를 구하면 $y = \frac{-bx+1}{2x-a}$ 이므로

이것이 ㉠과 같으려면

$$\frac{ax+1}{2x+b} = \frac{-bx+1}{2x-a} \text{ 에서 } a = -b$$

$$\therefore a + b = 0$$

14. 다음과 같은 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \emptyset$ 일때, 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

$$A = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{|x-1|}{x} \right\}$$

$$B = \{ (x, y) \mid y = ax \}$$

- ① $a < 0$ ② $a > 0$ ③ $0 < a < 1$
 ④ $0 \leq a \leq 1$ ⑤ $a < 0, a > 1$

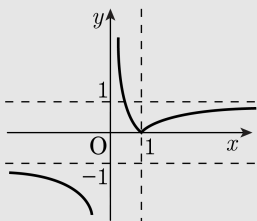
해설

$$y = \frac{|x-1|}{x} \text{에서}$$

$x \geq 1$ 일 때,

$$y = \frac{x-1}{x} = -\frac{1}{x} + 1$$

$$x < 1 \text{일 때, } y = \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x} - 1$$



$A \cap B = \emptyset$ 이려면 위의 곡선과 원점을 지나는 직선 $y = ax$ 가 만나지 않아야 하므로, 왼쪽 그림에서 직선은 제 2, 4사분면에만 존재해야 한다.

따라서 구하는 a 의 값의 범위는 $a < 0$