

1. 다음 중에서 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 과 같은 집합을 모두 고른 것은?

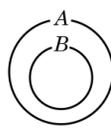
- ㉠ $\{2n \mid 0 < n < 5 \text{인 정수}\}$
- ㉡ $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$
- ㉢ $\{2x-2 \mid x \text{는 } 1 < x \leq 5 \text{인 정수}\}$
- ㉣ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 양의 약수}\}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉣

해설

- ㉠ 2, 4, 6, 8이므로 가능하다.
- ㉡ 2, 4, 6, 8, 10, ... 이므로 불가능하다.
- ㉢ 2, 4, 6, 8이므로 가능하다.
- ㉣ 1, 2, 4, 8이므로 불가능하다.

2. 집합 B 가 $\{1, 3, 7\}$ 일 때, 다음 중 아래 벤 다이어그램을 만족하는 집합 A 가 될 수 있는 것은?



- ① $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 약수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 소수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 홀수}\}$

해설

- ① $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$
- ② $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- ③ $\{1, 7\}$
- ④ $\{2, 3, 5, 7\}$
- ⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

3. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은?

- ① $\{2, 4, 6\}$ ② \emptyset ③ $\{0, 2, 4, 6\}$
④ $\{6, 8\}$ ⑤ $\{2, 6, 8\}$

해설

'0'은 집합 A 에 속하지 않는다.

4. 세 집합 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{3, 4, 8, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 5\}$ 에 대하여

$(A \cap B) - C$ 는?

① $\{4\}$

② $\{2, 4\}$

③ $\{4, 8\}$

④ $\{2, 8\}$

⑤ $\{2, 4, 8\}$

해설

$(A \cap B) - C = \{4, 8\} - \{1, 2, 3, 5\} = \{4, 8\}$ 이다.

5. 다음 ()안에 알맞은 말을 쓰시오.

이등변삼각형 ABC는 정삼각형이기 위한 ()조건이다.

▶ 답: 조건

▷ 정답: 필요조건

해설

이등변삼각형이 정삼각형을 포함한다.

6. $x + y = 3$ 일 때, xy 의 최댓값을 구하여라. (단, $xy > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{9}{4}$

해설

$$3 = x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

따라서 $x = y = \frac{3}{2}$ 일 때, xy 의 최댓값 $\frac{9}{4}$

7. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고, $a + b + c = 14$ 일 때, $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $(1^2 + 2^2 + 3^2) \{(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2\}$
 $\geq (\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2$
 $(\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2 \leq 14(a + b + c) = 14^2$
이 때 $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이므로
 $0 \leq \sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c} \leq 14$
따라서 최댓값은 14이다.

8. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A \cup X = A$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면?

- ① 10 개 ② 8 개 ③ 6 개 ④ 4 개 ⑤ 2 개

해설

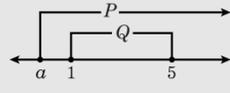
$A \cup X = A$ 에서 $X \subset A$,
 $(A \cap B) \cup X = X$ 에서 $(A \cap B) \subset X$ 이므로
 $(A \cap B) \subset X \subset A$
집합 X 는 3, 4 를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로
그 개수는 $2^2 = 4$ (개)

9. 두 조건 $p: a \leq x$, $q: 1 \leq x \leq 5$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건일 때, 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $a \leq -1$ ② $a \leq 0$ ③ $a \leq 1$
④ $a \leq 2$ ⑤ $a \leq 3$

해설

$$q \rightarrow p(T) \Rightarrow Q \subset P$$



$$\therefore a \leq 1$$

10. 자연수를 원소로 가지는 집합 S 가 조건 ' $x \in S$ 이면 $(4-x) \in S$ 이다.' 를 만족한다. 이 때, 집합 S 의 개수는?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

집합 S 의 원소는 자연수이어야 하므로 x 가 자연수이어야 한다. 또한, 조건 ' $x \in S$ 이면 $(4-x) \in S$ ' 로부터 x 가 S 의 원소이면 $(4-x)$ 도 S 의 원소이므로 $(4-x)$ 도 자연수이다. $1 \in S$ 이면 $(4-1) \in S$, 즉 $3 \in S$, $2 \in S$ 이면 $(4-2) \in S$, 즉 $2 \in S$, $3 \in S$ 이면 $(4-3) \in S$, 즉 $1 \in S$ 이므로 1과 3은 동시에 S 의 원소이거나 S 의 원소가 아니어야 한다.

한편, 2는 혼자서 S 의 원소이거나 S 의 원소가 아닐 수 있다. 따라서 두 집합 $S_1 = \{2\}$, $S_2 = \{1, 3\}$ 의 원소들을 동시에 갖거나 갖지 않는 모든 집합들을 보면 S_1 만을 가질 때에는 $\{2\}$, S_2 만을 가질 때에는 $\{1, 3\}$, S_1, S_2 를 모두 가질 때에는 $\{1, 2, 3\}$ 이다. 따라서 3개이다.