

1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

- ① 5의 배수의 모임
- ② 15보다 큰 14의 약수의 모임
- ③ 10보다 큰 홀수의 모임
- ④ 가장 작은 자연수의 모임
- ⑤ 10보다 조금 작은 수들의 모임

해설

- ①  $\{5, 10, 15, \dots\}$
- ②  $\emptyset$
- ③  $\{11, 13, 15, \dots\}$
- ④  $\{1\}$

2. 두 집합  $A, B$ 에 대하여  
 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{이하의 홀수}\}$  일  
때, 다음 중 옳은 것은?

- ①  $10 \in A$                       ②  $9 \notin A$                       ③  $A \subset B$   
④  $\{3\} \subset B$                       ⑤  $A = B$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,

$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

①  $10 \notin A$

②  $9 \in A$

③  $A \not\subset B$

⑤  $A \neq B$

3. 집합  $A = \{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중 진부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답:                      개

▷ 정답: 31개

**해설**

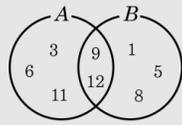
진부분집합은 부분집합 중에 자기 자신만을 제외한 것이므로, 진부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수보다 1개가 적다. 따라서 집합  $A$ 의 진부분집합의 개수는  $2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$ (개)이다.

4. 두 집합  $A, B$ 에 대하여  $B = \{1, 5, 8, 9, 12\}$ ,  $A \cap B = \{9, 12\}$ ,  $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 8, 9, 11, 12\}$  일 때, 집합  $A$ 는?

- ①  $\{2, 4, 6, 7, 8\}$                       ②  $\{2, 3, 6, 8\}$   
③  $\{3, 6, 8, 9, 12\}$                 ④  $\{3, 6, 9, 12\}$   
⑤  $\{3, 6, 9, 11, 12\}$

해설

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



그러므로 집합  $A = \{3, 6, 9, 11, 12\}$  이다.

5. 전체집합  $U$  의 부분집합  $A$  에 대하여 다음 중 옳은 것은?

①  $B \cap A^c = A - B$

②  $A \cap U = U$

③  $A^c = U - A$

④  $A \cap \emptyset = U$

⑤  $A \cup U = A$

해설

①  $B \cap A^c = B - A$

②  $A \cap U = A$

④  $A \cap \emptyset = \emptyset$

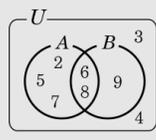
⑤  $A \cup U = U$

6.  $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $A - B = \{2, 5, 7\}, A \cap B = \{6, 8\}, A^c \cap B^c = \{1, 3, 4\}$  일 때, 집합  $B$  는?

- ①  $\{6, 8\}$                       ②  $\{6, 9\}$                       ③  $\{6, 7, 8\}$   
 ④  $\{6, 8, 9\}$                       ⑤  $\{6, 7, 8, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $(A^c \cap B^c) = (A \cup B)^c = \{1, 3, 4\}$  이므로



따라서  $B = \{6, 8, 9\}$  이다.

7. 명제 「 $a, b$ 가 모두 정수이면  $a+b$ 와  $a-b$ 도 모두 정수이다.」의 역, 이, 대우 중 참인 것을 모두 적으면?

- ① 역                      ② 이                      ③ 대우  
④ 역, 이                      ⑤ 역, 이, 대우

해설

주어진 명제:  $a, b$ 가 모두 정수이면  $a+b$ 와  $a-b$ 도 모두 정수이다.(참)

역:  $a+b$ 와  $a-b$ 도 모두 정수이면  $a, b$ 가 모두 정수이다.(거짓)  
따라서 주어진 명제가 참이므로 그 대우가 참이 되고, 명제의 역이 거짓이므로 그 대우인 이도 거짓이다.

8.  $0 < a < 1$ 일 때,  $P = \frac{1}{a}$ ,  $Q = \frac{1}{2-a}$ ,  $R = \frac{a}{2+a}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

- ①  $P < R < Q$       ②  $R < Q < P$       ③  $Q < P < R$   
 ④  $Q < R < P$       ⑤  $R < P < Q$

해설

$$\text{i) } \frac{1}{a} - \frac{1}{2-a} = \frac{2-a-a}{a(2-a)} = \frac{2(1-a)}{a(2-a)}$$

이 때  $a > 0$ ,  $2-a > 0$ ,  $1-a > 0$  이므로

$$\frac{2(1-a)}{a(2-a)} > 0 \quad \therefore \frac{1}{a} > \frac{1}{2-a}$$

즉,  $P > Q$

$$\text{ii) } \frac{1}{a} - \frac{a}{2+a} = \frac{2+a-a^2}{a(2+a)} = \frac{-(a-2)(a+1)}{a(2+a)}$$

이 때  $a > 0$ ,  $2+a > 0$ ,  $a-2 < 0$ ,  $a+1 > 0$  이므로

$$\frac{-(a-2)(a+1)}{a(2+a)} > 0 \quad \therefore \frac{1}{a} > \frac{a}{2+a}$$

즉,  $P > R$

$$\text{iii) } \frac{1}{2-a} - \frac{a}{2+a} = \frac{2+a-a(2-a)}{(2-a)(2+a)}$$

$$= \frac{2+a-2a+a^2}{(2-a)(2+a)} = \frac{a^2-a+2}{(2-a)(2+a)}$$

이 때  $2-a > 0$ ,  $2+a > 0$ ,  $a^2-a+2 > 0$  이므로  $\frac{1}{2-a} > \frac{a}{2+a}$

$\therefore Q > R$  따라서,  $P > Q > R$ 이다.

9. 두 양수  $a, b$ 에 대하여 다음 설명 중 틀린 것은?

- ①  $a, b$ 의 산술 평균은  $\frac{a+b}{2}$ 이다.
- ②  $\sqrt{ab}$ 는  $a, b$ 의 기하평균이다.
- ③  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ 은 절대부등식이다.
- ④  $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ 이면 반드시  $b = \frac{1}{a}$ 이다.
- ⑤  $a + \frac{1}{a} \geq 2$ 는 항상 성립한다.

해설

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \dots \text{절대부등식}$$

$$\frac{a+b}{2}: \text{산술평균}, \sqrt{ab}: \text{기하평균}$$

④: 절대부등식의 등호는  $a = b$ 일 때 성립한다.

10. 양수  $x$ 에 대하여  $\frac{x^2+2x+2}{x}$ 는  $x = a$ 에서 최솟값  $b$ 를 가질 때,  $-2a+b+1$ 의 값은?

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

해설

$x > 0$ 이므로 산술평균, 기하평균에 의하여

$$\frac{x^2+2x+2}{x} = x+2+\frac{2}{x}$$

$$x+\frac{2}{x}+2 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{2}{x}}+2 = 2\sqrt{2}+2$$

(단, 등호는  $x = \sqrt{2}$ 일 때 성립)

최솟값이  $2\sqrt{2}+2$ 이므로  $b = 2\sqrt{2}+2$

등호는  $x = \sqrt{2}$ 일 때 성립하므로  $a = \sqrt{2}$

따라서  $-2a+b+1 = -2\sqrt{2}+(2\sqrt{2}+2)+1 = 3$

11. 다음 보기의 함수 중 일대일 대응인 것은 몇 개인가?

보기

㉠  $f(x) = 2x + 1$

㉡  $g(x) = x^2$

㉢  $h(x) = -x$

㉣  $k(x) = |x|$

- ① 4개    ② 3개    ③ 2개    ④ 1개    ⑤ 없다

해설

이 문제는 그래프를 그려서 판단하는 것이 좋다.  
하나의 요령은 어떤 함수가 일대일 대응일 경우는  
그래프를 그려보면 오직 증가만 하든지  
또는 감소만 하는 형태의 그래프가 나타난다.  
일대일 대응은 뒤에 역함수에서 활용된다.  
(즉, 역함수가 존재하는 함수는 일대일 대응뿐이다.)  
㉠은 증가만 하는 일대일 대응,  
㉢은 감소만 하는 일대일 대응.  
답은 2개



13.  $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x < 0) \\ -2x & (x \geq 0) \end{cases}$  일 때,  $(f^{-1} \circ f^{-1})(4)$  의 값은 얼마인가?

- ① -1      ② 0      ③  $\frac{1}{2}$       ④ 1      ⑤ 4

해설

$(f^{-1} \circ f^{-1})(4) = (f \circ f)^{-1}(4) = a$  라 놓으면,  
 $(f \circ f)(a) = f(f(a)) = 4$   
 $f(-2) = (-2)^2 = 4$  이므로  $f(a) = -2$   
또,  $f(1) = -2 \cdot 1 = -2$   
 $\therefore a = 1$

14.  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} (\neq 0)$  일 때,  $\frac{3a-b-c}{3a+b+c} = -\frac{q}{p}$  일 때,  $p+q$ 의 값을 구하여라. (단,  $p, q$ 는 서로 소인 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k (k \neq 0) \text{로 놓으면}$$

$$a = 2k, b = 3k, c = 4k$$

$$\therefore \frac{3a-b-c}{3a+b+c} = \frac{6k-3k-4k}{6k+3k+4k} = \frac{-k}{13k} = -\frac{1}{13}$$

$$\therefore p = 13, q = 1 \quad p+q = 14$$

15.  $f(t) = \frac{t}{1-t}$  (단,  $t \neq 1$ ) 인 함수  $f$  가 있다.  $y = f(x)$  일 때,  $x = \square$  로 나타낼 수 있다.  $\square$  안에 알맞은 것은?

- ①  $-f(y)$                       ②  $-f(-y)$                       ③  $f(-y)$   
④  $f\left(\frac{1}{y}\right)$                       ⑤  $f(y)$

해설

$$y = f(x) = \frac{x}{1-x} \text{ 에서}$$
$$y - xy = x, x(1+y) = y$$
$$\therefore x = \frac{y}{1+y} = \frac{-y}{1-(-y)} = -f(-y)$$



17. 다음 중  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이지만, 필요조건은 아닌 것은?

- ①  $p : xz = yz, q : x = y$
- ②  $p : 3$ 의 배수,  $q : 9$ 의 배수
- ③  $p : x = 1, y = 1, q : x + y = 2, xy = 1$
- ④  $p : |x - 1| = 2, q : x^2 - 2x - 3 = 0$
- ⑤  $p : a + b > 2, q : a > 1$  또는  $b > 1$

해설

- ① 필요조건
- ② 필요조건
- ③ 필요충분조건
- ④ 필요충분조건
- ⑤ [반례]  $a = 2, b = -10$ 일 때,  $q \rightarrow p$ 가 성립하지 않는다.

18. 자연수  $n$ 에 대하여  $n(n+1)(n+2)$ 의 일의 자리의 숫자를  $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어  $f(1) = 6, f(2) = 4$ 이다. 이 때,  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(20)$ 의 값은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$n = 1$  이면  $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6 \quad \therefore f(1) = 6$   
 $n = 2$  이면  $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 \quad \therefore f(2) = 4$   
 $n = 3$  이면  $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60 \quad \therefore f(3) = 0$   
 $n = 4$  이면  $4 \cdot 5 \cdot 6 = 120 \quad \therefore f(4) = 0$   
 $n = 5$  이면  $5 \cdot 6 \cdot 7 = 210 \quad \therefore f(5) = 0$   
 $n = 6$  이면  $6 \cdot 7 \cdot 8 = \times \times 6 \quad \therefore f(6) = 6$   
 $n = 7$  이면  $7 \cdot 8 \cdot 9 = \times \times 4 \quad \therefore f(7) = 4$   
 $n = 8$  이면  $8 \cdot 9 \cdot 10 = \times \times 0 \quad \therefore f(8) = 0$

⋮

따라서 6, 4, 0, 0, 0 이 반복하여 나타남을 알 수 있다.

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(20) = (6 + 4 + 0 + 0 + 0) \times 4 = 40$$

19. 함수  $y = |2x - 4| - 4$  의 그래프와  $x$  축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

절대값 기호 안을 0으로 하는  $x$ 의 값은

$2x - 4 = 0$  에서  $x = 2$

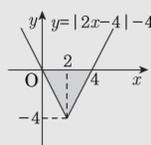
( i )  $x < 2$  일 때,  $y = -(2x - 4) - 4 = -2x$

( ii )  $x \geq 2$  일 때,  $y = (2x - 4) - 4 = 2x - 8$

따라서 ( i ), ( ii )에 의하여

함수  $y = |2x - 4| - 4$  의 그래프는 그림과 같으므로

구하는 도형의 넓이는  $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$



20.  $\frac{1 + \frac{1}{x-1}}{1 - \frac{1}{x+1}} = a + \frac{b}{x-1}$  이라 할 때,  $a^2 + b^2$  의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

좌변을 정리하여 우변과 비교한다.

$$\begin{aligned} \frac{1 + \frac{1}{x-1}}{1 - \frac{1}{x+1}} &= \frac{\frac{x-1+1}{x-1}}{\frac{x+1-1}{x+1}} = \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x+1}} \\ &= \frac{x(x+1)}{x(x-1)} = \frac{x+1}{x-1} \end{aligned}$$

$$a + \frac{b}{x-1} = \frac{ax - a + b}{x-1}$$

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{ax - a + b}{x-1}$$

$$\therefore a = 1, b = 2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 5$$

21.  $a^3 + b^3 = 7, a + b = 1$  일 때,  $\frac{b}{a^2} + \frac{a}{b^2}$  의 값은?

- ① -3      ②  $-\frac{5}{2}$       ③  $-\frac{3}{2}$       ④  $\frac{7}{4}$       ⑤ 2

해설

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \Rightarrow ab = -2$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} + \frac{a}{b^2} = \frac{a^3 + b^3}{(ab)^2} = \frac{7}{(-2)^2} = \frac{7}{4}$$

22. 작년의 3만원 하던 야구 배트와 2만원 하던 글러브가 올해는 각각 10%, 15%가 인상되었다. 야구 배트와 글러브를 한 세트로 볼 때, 한 세트의 인상률은?

- ① 11.5%                      ② 12%                      ③ 12.5%  
④ 13%                        ⑤ 13.5%

**해설**

작년의 한 세트의 가격 :  $30000 + 20000 = 50000$  (원)

금년의 야구 배트의 가격 :  $30000 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 33000$  (원)

금년의 글러브의 가격 :  $20000 \times \left(1 + \frac{15}{100}\right) = 23000$  (원)

금년의 한 세트의 가격 :  $33000 + 23000 = 56000$  (원)

따라서 한 세트의 가격은  $56000 - 50000 = 6000$  (원) 인상되었으므로,

인상률은  $\frac{6000}{50000} \times 100 = 12(\%)$  이다.

23. 무리수  $\sqrt{3-\sqrt{8}}$ 의 정수 부분을  $a$ , 소수 부분을  $b$ 라고 할 때,  $n < a-b < n+1$ 을 만족하는  $n$ 의 값을 구하여라. (단,  $n$ 은 정수)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$$

정수 부분( $a$ ): 0, 소수 부분( $b$ ):  $\sqrt{2}-1$

$$n < 0 - \sqrt{2} + 1 < n + 1$$

$$n - 1 < -\sqrt{2} < n$$

$$n - 1 < -1.414 \dots < n$$

$$\therefore n = -1$$

24.  $x = \sqrt{10 + 8\sqrt{3 + \sqrt{8}}}$ 일 때  $x^2 - 8x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

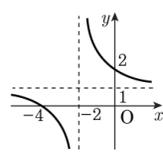
▷ 정답 : -14

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{10 + 8\sqrt{3 + \sqrt{8}}} \\&= \sqrt{10 + 8\sqrt{(2+1) + 2\sqrt{2} \cdot 1}} \\&= \sqrt{10 + 8(\sqrt{2} + 1)} = \sqrt{18 + 8\sqrt{2}} \\&= \sqrt{18 + 2\sqrt{32}} = \sqrt{(16+2) + 2\sqrt{16 \cdot 2}} \\&= \sqrt{16} + \sqrt{2} = 4 + \sqrt{2} \\ \therefore x - 4 &= \sqrt{2} \\ \text{양변을 제곱하면 } (x-4)^2 &= (\sqrt{2})^2 \\ x^2 - 8x + 16 &= 2 \\ \therefore x^2 - 8x &= -14\end{aligned}$$

25. 함수  $y = \frac{c-x}{ax+b}$  의 그래프가 그림과 같을 때,  
 $a+b+c$  의 값은?

- ① -1      ② -2      ③ -4  
 ④ -7      ⑤ 0



**해설**

점근선이  $x = -2, y = 1$  이므로

$$y = \frac{k}{x+2} + 1 \dots \dots \textcircled{1}$$

①이 (0, 2) 를 지나므로 대입하면  $k = 2$

$$y = \frac{2}{x+2} + 1 = \frac{-x-4}{-x-2}$$

$$\therefore a = -1, b = -2, c = -4$$