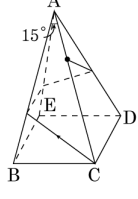
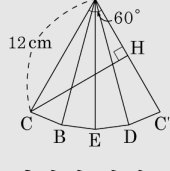


1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\angle BAC = 15^\circ$ 인 정사각뿔이 있다. 점 C 에서 옆면을 지나 $\overline{AC}$ 에 이르는 최단거리를 구하면?



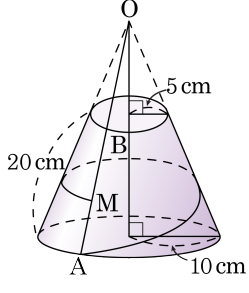
- ① $3\sqrt{3}\text{cm}$ ② $4\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $5\sqrt{3}\text{cm}$
 ④ $6\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $7\sqrt{3}\text{cm}$

해설



옆면의 전개도를 그려 생각하면, 점 C 에서 $\overline{AC'}$ 에 내린 수선 $\overline{CH}$ 의 길이가 최단거리가 된다.
 $\overline{AC} : \overline{CH} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로
 $\therefore \overline{CH} = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

2. 다음 그림과 같이 O를 꼭짓점, $\overline{OA}$ 를 모선으로 하는 원뿔을 밑면에 평행인 평면으로 잘라서 만든 원뿔대의 윗면과 모선 OA와의 교점을 B라 하고 실을 점 A에서 $\overline{AB}$ 의 중점 M까지 가장 짧게 한 바퀴 감았을 때, 윗면의 원둘레 위의 점과 실 위의 점 사이의 거리 중 가장 짧은 거리를 구하여라. (단, $\overline{AB} = 20\text{ cm}$, 원뿔대의 윗면의 반지름은 5 cm , 아랫면의 반지름은 10 cm 이다.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4cm

해설

$5.0\text{pt}\widehat{BB'} : 5.0\text{pt}\widehat{AA'} = 1 : 2$ 이므로

$\overline{OB} = 20\text{ (cm)}$

$$2\pi \times 20 \times \frac{\angle BOB'}{360^\circ} = 2\pi \times 5$$

$$\therefore \angle BOB' = 90^\circ$$

점 O에서 $\overline{AM}$ 에 내린 수선의 발을

C라 하고

$5.0\text{pt}\widehat{BB'}$ 와 $\overline{OC}$ 의 교점을 C'라 하면 $\overline{CC'}$ 가 구하는 거리가 된다.

$\angle AOA' = 90^\circ$ 이므로

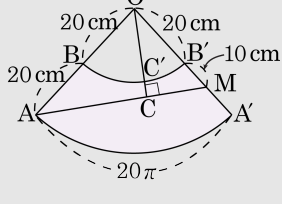
$$\overline{AM} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50\text{ (cm)}$$

$\triangle OAM$ 의 넓이를 구해 보면

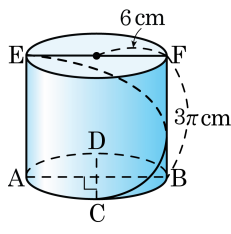
$$\frac{1}{2} \times 40 \times 30 = \frac{1}{2} \times 50 \times \overline{OC}$$

$$\overline{OC} = 24\text{ (cm)}, \overline{OC'} = 20\text{ (cm)} \text{ 이므로}$$

$$\overline{CC'} = 24 - 20 = 4\text{ (cm)}$$



3. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 6 cm, 높이가 3π cm 인 원기둥에서 밑면의 지름 AB 와 수직인 지름 CD 에 대하여 점 C 에서 점 E 까지 원기둥의 옆면을 따라 오른쪽으로 올라갈 때의 최단 거리를 구하여라. (단, $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$)



▶ 답 : cm

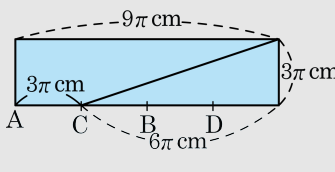
▷ 정답 : $3\sqrt{10}\pi$ cm

해설

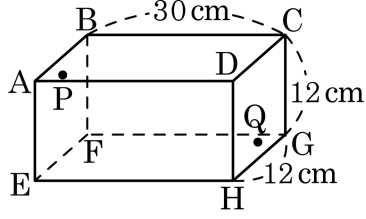
$$\sqrt{(3\pi)^2 + (9\pi)^2}$$

$$3\sqrt{10}\pi \text{ (cm)}$$

=



4. 다음 그림과 같이 가로, 세로, 높이가 각각 30cm, 12cm, 12cm 인 직육면체가 있다. 점 P 는 AB 의 중점에서 아래로 1cm 인 지점이고, 점 Q 는 GH 의 중점에서 위로 1cm 인 지점에 있다. 이 직육면체의 면을 따라 P 에서 Q 로 가는 가장 짧은 길의 길이를 구하여라.



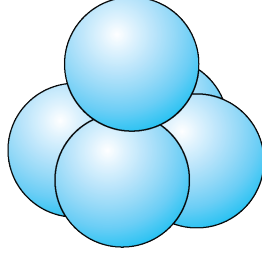
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 40cm

해설

$\overline{PQ}^2 = 24^2 + 32^2 = 576 + 1024 = 1600$
 $\overline{PQ} = \sqrt{1600} = 40(\text{cm})$

5. 다음 그림과 같이 부피가 36π 인 구 5 개가 서로 외접하고 있을 때, 이 모양의 꼭대기부터 밑바닥까지의 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6 + 3\sqrt{2}$

해설

구의 반지름의 길이를 r 라 하면 구의 부피는

$$\frac{4}{3}\pi \times r^3 = 36\pi, \quad r = 3$$

다섯 개의 구의 중심을 각각 O, P, Q, R, S 라 하면 밑면이 한 변의 길이가 6 인 정사각형 PQRS 인 정사각뿔을 그릴 수 있다.

이때 변 PQ 의 중점을 M, 정사각형 PQRS 의 두 대각선의 교점을 T 라 하면 $\overline{OM}$ 은 한 변의 길이가 6 인 정삼각형 OPQ 의

높이이므로 $\overline{OM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ 이다.

$\triangle OMT$ 에서 피타고라스 정리에 의해

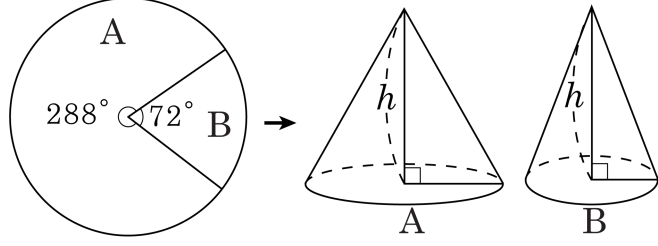
$$\overline{OT} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}$$

따라서 구하는 높이는 (구 O의 반지름의 길이) + $\overline{OT}$ +

(구 Q의 반지름의 길이) 이므로

$$3 + 3\sqrt{2} + 3 = 6 + 3\sqrt{2} \text{ 이다.}$$

6. 반지름의 길이가 10 인 원을 다음 그림과 같이 중심각이 288° , 72° 가 되도록 잘라내어 2 개의 고깔을 만들었다. 두 고깔 A, B 의 부피를 각각 x , y 라 할 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?



- ① $\frac{\sqrt{6}}{24}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{12}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{6}$ ⑤ $6\sqrt{6}$

해설

i) 호의 길이와 밑면의 둘레

$$A : 20\pi \times \frac{288^\circ}{360^\circ} = 16\pi$$

$$\therefore r_A = 8$$

$$B : 20\pi \times \frac{72^\circ}{360^\circ} = 4\pi$$

$$\therefore r_B = 2$$

ii) 원뿔의 높이

A : 모선의 길이는 10 , 밑면의 반지름의 길이는 8

$$h_A = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$$

B : 선의 길이는 10 , 밑면의 반지름의 길이는 2

$$h_B = \sqrt{10^2 - 2^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

iii) 원뿔의 부피

A : 밑면의 반지름의 길이는 8 , 높이는 6

$$V_A = \frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times \pi \times 6 = x$$

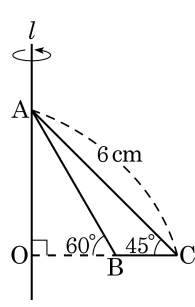
B : 밑면의 반지름의 길이는 2 , 높이는 $4\sqrt{6}$

$$V_B = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{6} = y$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times \pi \times 6}{\frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{6}} = \frac{24}{\sqrt{6}} = \frac{24\sqrt{6}}{6} = 4\sqrt{6}$$

7. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 를 직선 l 을 회전축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하면?

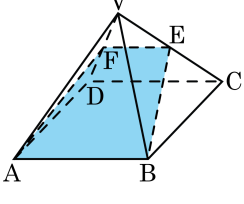
- ① $4\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$ ② $6\sqrt{2}\pi\text{ cm}^3$
 ③ $12\sqrt{2}\pi\text{ cm}^3$ ④ $12\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$
 ⑤ $24\sqrt{2}\pi\text{ cm}^3$



해설

$\triangle AOC$ 에서 $\overline{AO} : \overline{CO} : \overline{AC} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AO} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$, $\overline{AO} : 6 = 1 : \sqrt{2}$, $\therefore \overline{AO} = \overline{CO} = 3\sqrt{2}$ (cm)
 $\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} : \overline{BO} = \sqrt{3} : 1$
 $\therefore \overline{BO} = \sqrt{6}$ (cm)
 따라서 부피는 $\left(\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{2})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$
 $- \left(\frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{6})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$
 $= 18\sqrt{2}\pi - 6\sqrt{2}\pi = 12\sqrt{2}\pi$ (cm³) 이다.

8. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 모두 8 cm 인 정사각뿔에서 $\overline{VC}$, $\overline{VD}$ 의 중점을 각각 E, F라고 할 때, $\square ABEF$ 의 넓이를 구하면?
- ① $11\sqrt{10}\text{ cm}^2$ ② $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ③ $12\sqrt{6}\text{ cm}^2$ ④ $12\sqrt{11}\text{ cm}^2$
 ⑤ $24\sqrt{3}\text{ cm}^2$



해설

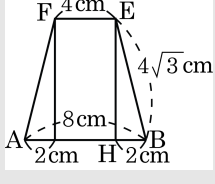
$\overline{AF} = \overline{BE}$, $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ 이므로 $\square ABEF$ 는 등변사다리꼴이다.

$\overline{AB} = 8\text{ cm}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 4\text{ cm}$ ($\therefore$ 중점 연결 정리)

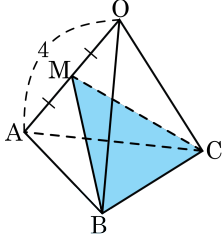
$\overline{BE}$, $\overline{AF}$ 는 한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형의 높이이므로 $\overline{BE} = \overline{AF} = 4\sqrt{3}\text{ cm}$

사다리꼴의 높이 $\overline{EH} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{11}(\text{cm})$ 이다.

$\therefore \square ABEF = (8 + 4) \times 2\sqrt{11} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{11}(\text{cm}^2)$



9. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 인 정사면체에서 $\overline{OA}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\triangle MBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

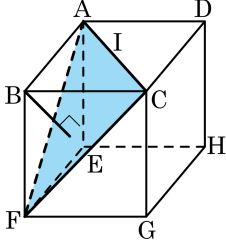
해설

$\triangle MBC$ 는 $\overline{BM} = \overline{CM} = 2\sqrt{3}$ 인 이등변삼각형

(높이) $= \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{2}$

$\therefore (\triangle MBC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

10. 한 모서리의 길이가 4 cm 인 정육면체 ABCD-EFGH 에 대하여 점 B 에서 $\triangle AFC$ 에 내린 수선의 길이를 h 라 할 때, h 는 $a\sqrt{b}$ cm 이다. $a \times b$ 의 값을 구하여라.(단, b 는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a \times b = 4$

해설

삼각뿔 F-ABC 의 부피는 $\frac{1}{3} \times \triangle ABC \times \overline{BF} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \right) \times$

$$4 = \frac{32}{3} (\text{cm}^3)$$

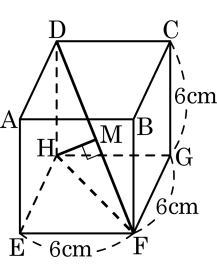
$\triangle AFC$ 는 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ cm 인 정삼각형이므로 $\triangle AFC =$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{2})^2 = 8\sqrt{3} (\text{cm}^2)$$

$$\frac{32}{3} = \frac{1}{3} \times 8\sqrt{3} \times h \therefore h = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm 이다.}$$

따라서 $a \times b = \frac{4}{3} \times 3 = 4$ 이다.

11. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 6cm인 정육면체이다. 점 H에서 대각선 DF에 내린 수선의 발 M까지의 거리를 구하여라.

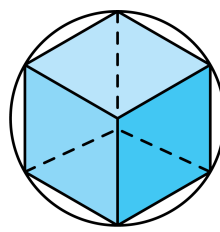


- ☒ ① $2\sqrt{6}$ cm
 ☐ ② $6\sqrt{3}$ cm
 ☐ ③ $2\sqrt{5}$ cm
☐ ④ $6\sqrt{6}$ cm
 ☐ ⑤ $3\sqrt{6}$ cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{HF} &= 6\sqrt{2}, \overline{DF} = \sqrt{6^2 + (6\sqrt{2})^2} = 6\sqrt{3} \\ \triangle DHF &= \overline{DH} \times \overline{HF} \times \frac{1}{2} = \overline{DF} \times \overline{HM} \times \frac{1}{2} \text{ 이므로} \\ 6 \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} &= 6\sqrt{3} \times \overline{HM} \times \frac{1}{2} \\ 18\sqrt{2} &= 3\sqrt{3} \times \overline{HM} \\ \therefore \overline{HM} &= \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{6}(\text{cm}) \end{aligned}$$

12. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8cm 인 정육면체에 외접하는 구의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4\sqrt{3}\text{cm}$

해설

정육면체에 외접하는 구의 중심은 정육면체의 두 대각선의 교점
이므로 구의 반지름은 대각선의 길이의 반이다.

$$\begin{aligned}(\text{반지름}) &= \frac{1}{2} \times (\text{대각선의 길이}) \\&= \frac{1}{2} \times \sqrt{8^2 + 8^2 + 8^2} \\&= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \\&= 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

13. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : \sqrt{2} : 2$ 이고 대각선의 길이가 $3\sqrt{7}$ 일 때, 이 직육면체의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $54\sqrt{2}$

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : \sqrt{2} : 2$ 이므로 세 변의 길이를 각각 $k, \sqrt{2}k, 2k$ (k 는 양의 실수)로 나타낼 수 있다.

대각선의 길이가 $3\sqrt{7}$ 이므로

$$\sqrt{k^2 + (\sqrt{2}k)^2 + (2k)^2} = 3\sqrt{7}$$

$$7k^2 = 63, k^2 = 9, k > 0 \text{ 이므로 } k = 3$$

따라서 세 변의 길이는 $3, 3\sqrt{2}, 6$ 이다.

따라서 이 직육면체의 부피는 $3 \times 3\sqrt{2} \times 6 = 54\sqrt{2}$ 이다.