

1. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

① $y = -2x^2 + 1$

② $y = -x^2 + x + 1$

③ $y = -(x - 1)^2 + 4$

④ $y = 1 - x^2$

⑤ $y = (x - 1)(x + 2)$

해설

그래프가 아래로 볼록해야 최솟값을 가진다.

2. 3회에 걸친 영어 시험 성적이 84점, 82점, 90점이다. 4회의 시험에 몇 점을 받아야 4회까지의 평균이 86점이 되겠는가?

① 80 점 ② 82 점 ③ 84 점 ④ 86 점 ⑤ 88 점

해설

4회의 성적을 x 점이라 하면

$$\frac{84 + 82 + 90 + x}{4} = 86$$

$$256 + x = 344$$

$$\therefore x = 88(\text{점})$$

3. 다음은 5 명의 학생의 수학 과목의 수행 평가의 결과의 편차를 나타낸 표이다. 이 자료의 표준편차는?

이름	진희	태경	경민	민정	효진
편차(점)	-1	2	3	-4	0

- ① $\sqrt{3}$ 점
- ② 2 점
- ③ $\sqrt{5}$ 점
- ④ $\sqrt{6}$ 점
- ⑤ $\sqrt{7}$ 점

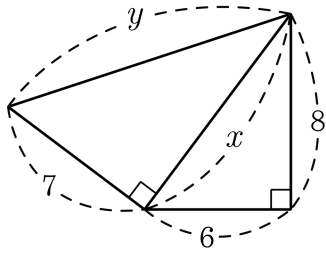
해설

분산은

$$\frac{(-1)^2 + 2^2 + 3^2 + (-4)^2 + 0^2}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{6}$ 점 이다.

4. 다음 그림은 두 직각삼각형을 붙여 놓은 것이다. $x+y$ 의 값을 구하면?



- ① $9 + \sqrt{149}$ ② $10 + \sqrt{149}$ ③ $9 + \sqrt{150}$
 ④ $10 + \sqrt{150}$ ⑤ $9 + \sqrt{151}$

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 \\ y &= \sqrt{x^2 + 7^2} = \sqrt{100 + 49} = \sqrt{149} \\ \therefore x + y &= 10 + \sqrt{149} \end{aligned}$$

5. 세 변의 길이가 16cm, 16cm, 8cm 인 삼각형의 넓이를 구하여라.

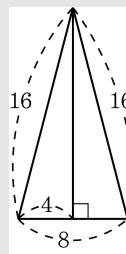
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $16\sqrt{15}$ cm^2

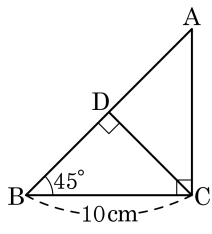
해설

높이는 $\sqrt{256 - 16} = \sqrt{240} = 4\sqrt{15}(\text{cm})$

넓이는 $8 \times 4\sqrt{15} \times \frac{1}{2} = 16\sqrt{15}(\text{cm}^2)$



6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90^\circ$ 이고 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 이다. $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : $5\sqrt{2}$ cm

해설

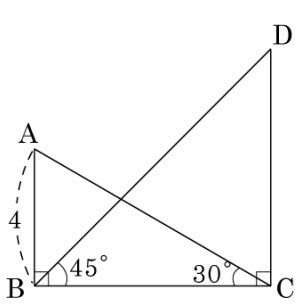
$$\overline{AC} = 10 \text{ cm}$$

$$\overline{AB} = 10\sqrt{2}$$

$$\triangle ABC = 10 \times 10 \times \frac{1}{2} = 10\sqrt{2} \times \overline{CD} \times \frac{1}{2}$$

$$\therefore \overline{CD} = 5\sqrt{2}(\text{cm})$$

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 이고 $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle DBC = 45^\circ$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\overline{BD} = 4\sqrt{6}\text{cm}$

해설

$$\overline{BC} = \sqrt{3} \times \overline{AB} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{BD} = \sqrt{2} \times \overline{BC} = 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

8. 두 점 $A(a, 4)$, $B(-7, b)$ 의 중점의 좌표가 $(-1, 5)$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

① $\sqrt{37}$

② $2\sqrt{37}$

③ $4\sqrt{37}$

④ $\frac{3\sqrt{37}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{37}}{2}$

해설

$\overline{AB}$ 의 중점은 $\left(\frac{a-7}{2}, \frac{4+b}{2}\right) = (-1, 5)$ 이므로 $a = 5$, $b = 6$

$A(5, 4)$, $B(-7, 6)$

$$\therefore AB = \sqrt{(5+7)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{144+4} = 2\sqrt{37}$$

9. 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 2k - 1$ 의 최댓값이 5 일 때, k 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 4x + 2k - 1 \\ &= -(x - 2)^2 + 4 + 2k - 1 \\ &= -(x - 2)^2 + 2k + 3 \end{aligned}$$

최댓값이 5 이므로 $2k + 3 = 5$

$$\therefore k = 1$$

10. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-1, 5$ 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① 45 ② 20 ③ -5 ④ -20 ⑤ -45

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-1, 5$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ &= a(x+1)(x-5) \\ &= a(x^2 - 4x - 5) \\ &= a(x-2)^2 - 9a \end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 4x + 5$ 이고

$b = 4, c = 5$ 이다.

$$\therefore abc = -1 \times 4 \times 5 = -20$$

11. 밑변의 길이와 높이의 합이 36 cm인 삼각형의 최대 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 162cm²

해설

삼각형의 밑변의 길이를 x cm, 높이를 y cm²라 하자.

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x(36 - x) \\&= -\frac{1}{2}(x^2 - 36x) \\&= -\frac{1}{2}(x - 18)^2 + 162\end{aligned}$$

따라서 삼각형의 최대 넓이는 162 cm²

12. 가로 길이가 6cm , 세로 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로 길이를 x cm 길게 하고 세로 길이를 x cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은?

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 14 ⑤ 15

해설

넓이를 y 라 하면
 $y = (6 + x)(10 - x)$
 $= -x^2 + 4x + 60$
 $= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$
 $= -(x - 2)^2 + 64$
따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

13. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이를 y 라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

① 18 ② 20 ③ 30 ④ 32 ⑤ 36

해설

반지름의 길이를 x 라 하면 호의 길이는 $24 - 2x$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36 - 36) \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 6$ 일 때,
부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 36 을 가진다.

14. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수
Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수
Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

- ① $x = y = z$

② $x = y < z$

③ $x < y = z$

④ $x = y > z$

⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

15. 네 개의 변량 4, 6, a , b 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

해설

변량 4, 6, a , b 의 평균이 5 이므로

$$\frac{4 + 6 + a + b}{4} = 5, a + b + 10 = 20$$

$\therefore a + b = 10 \cdots \textcircled{㉠}$

또, 분산이 3 이므로

$$\frac{(4 - 5)^2 + (6 - 5)^2 + (a - 5)^2 + (b - 5)^2}{4} = 3$$
$$\frac{1 + 1 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25}{4} = 3$$
$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a + b) + 52}{4} = 3$$
$$a^2 + b^2 - 10(a + b) + 52 = 12$$

$\therefore a^2 + b^2 - 10(a + b) = -40 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉡}$ 의 식에 $\textcircled{㉠}$ 을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a + b) - 40 = 10 \times 10 - 40 = 60$$

16. 다음 중 [보기] A, B, C 의 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

- A. 1 부터 50 까지의 자연수
- B. 51 부터 100 까지의 자연수
- C. 1 부터 100 까지의 홀수

- ① $C > A = B$
- ② $A > B = C$
- ③ $C > A > B$
- ④ $B > C > A$
- ⑤ $A = B = C$

해설

A 와 B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 이들보다 크다.

17. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	3
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	a
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	1
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	1
합계	8

- ① 60
- ② 70
- ③ 80
- ④ 90
- ⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3 + 1 + 1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$\begin{aligned} &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\ &= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8} \end{aligned}$$

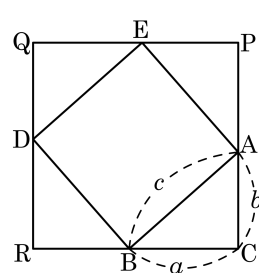
$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} &\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\} \\ &= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100 \end{aligned}$$

이다.

18. 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다. 이때 () 안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90^\circ$
[결론] $a^2 + b^2 = c^2$
[증명] 직각삼각형 ABC 에서 두 선분 CB, CA 를 연장하여 정사각형 $CPQR$ 를 만들고, $\overline{PE} = \overline{QD} = b$ 인 두 점 D, E 를 잡아 정사각형 $AEDB$ 를 그린다.
 $\square CPQR = (\text{①}) + 4 \times (\text{②})$
 $(\text{③}) = c^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times ab$
 $a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + (\text{④})$
따라서 (⑤) 이다.

- ① $\square AEDB$
- ② $\triangle ABC$
- ③ $\triangle ABC$
- ④ $2ab$
- ⑤ $a^2 + b^2 = c^2$

해설

$\square CPQR = (a + b)^2$

19. 세 변의 길이가 9, 12, a 인 삼각형이 직각삼각형일 때, a 가 될 수 있는 값을 모두 구하면? (정답 2개)

① 6

② 15

③ 18

④ $\sqrt{53}$

⑤ $3\sqrt{7}$

해설

(i) a 가 가장 긴 변일 때

$$a^2 = 9^2 + 12^2 = 225 = 15^2$$

$$\therefore a = 15 (\because a > 0)$$

(ii) 12 가 가장 긴 변일 때

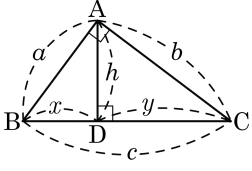
$$12^2 = a^2 + 9^2$$

$$a^2 = 63$$

$$\therefore a = 3\sqrt{7} (\because a > 0)$$

20. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 90^\circ$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때, 옳지 않은 것을 고르면?

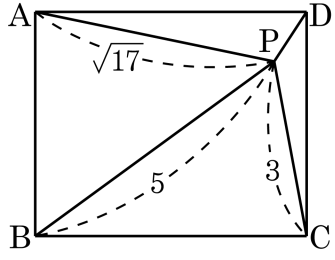
- ① $h^2 = xy$
- ② $b^2 = cy$
- ③ $a^2 = cx$
- ④ $c^2 = ab$
- ⑤ $a^2 + b^2 = c^2$



해설

④ $c^2 = a^2 + b^2$

21. 다음 그림과 같이 점 P 가 직사각형 ABCD 내부의 점이다. $\overline{AP} = \sqrt{17}, \overline{BP} = 5, \overline{CP} = 3$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이를 구하여라.



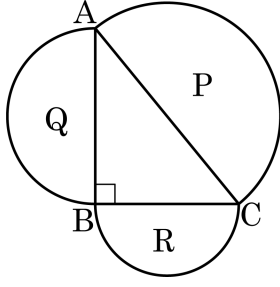
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} \overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 &= \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2 \text{ 이므로} \\ (\sqrt{17})^2 + 3^2 &= 5^2 + \overline{DP}^2, \quad \overline{DP}^2 = 1 \\ \therefore \overline{DP} &= 1 \end{aligned}$$

22. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $P^2 = Q^2 + R^2$

㉡ $Q = P - R$

㉢ $P = 2(Q - R)$

㉣ $P = Q + R$

㉤ $P = Q - R$

▶ 답 :

▶ 답 :

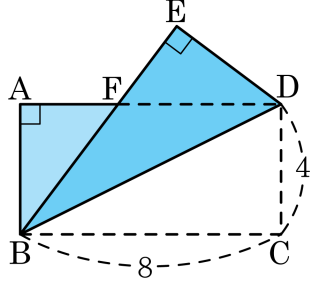
▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

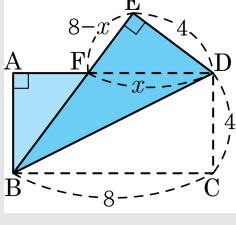
$P = Q + R$ 이므로 옳은 것은
㉡ $Q = P - R$, ㉣ $P = Q + R$ 뿐이다.

23. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접어서 점 C 가 옮겨진 점을 E , BE 와 AD 의 교점을 F 라 할 때, $\triangle DEF$ 의 넓이를 구하면?



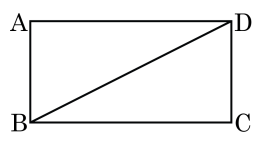
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설



$\overline{FD} = x$ 라 하면
 $\overline{AF} = \overline{EF} = 8 - x$
 $\triangle EFD$ 에서 $(8 - x)^2 + 4^2 = x^2, 16x = 80, x = 5$
 $\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

24. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 대각선의 길이가 5이고, $\overline{BC} : \overline{CD} = 2 : 1$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{BC} : \overline{CD} = 2 : 1$ 이므로

$\overline{BC} = 2a$, $\overline{CD} = a$ 라 하면,

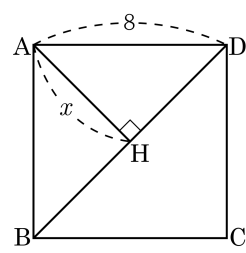
△BCD 에서 $(2a)^2 + a^2 = 25 \quad \therefore a = \sqrt{5}$

$\overline{BC} = 2\sqrt{5}$, $\overline{CD} = \sqrt{5}$

따라서 □ABCD 의 넓이는 $2\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 10$ 이다.

25. 한 변의 길이가 8 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?

- ① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$
 ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$



해설

$$\overline{BD} = 8\sqrt{2} \text{ 이므로 } x \times 8\sqrt{2} = 8 \times 8$$

$$\therefore x = 4\sqrt{2}$$