

1. 두 집합 $X = \{-2, 0, 1\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 대응 중 X 에서 Y 로의 함수인 것은?

① $x \rightarrow x + 1$

② $x \rightarrow x^2$

③ $x \rightarrow x - 1$

④ $x \rightarrow x + 2$

⑤ $x \rightarrow 2x + 1$

해설

각각의 치역을 구하면

① $\{-1, 1, 2\}$

② $\{0, 1, 4\}$

③ $\{-3, -1, 0\}$

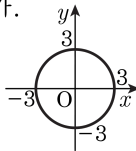
④ $\{0, 2, 3\}$

⑤ $\{-3, 1, 3\}$

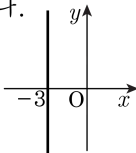
따라서 주어진 조건을 만족하는 함수는 ④ 이다.

2. 다음 중 함수의 그래프인 것을 모두 고른 것은?

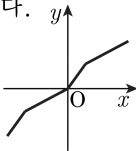
가.



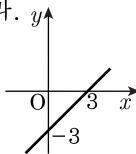
나.



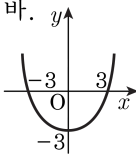
다.



라.



마.



① 가, 나, 다

② 가, 나, 마

③ 다, 라, 마

④ 나, 마

⑤ 가, 마

해설

주어진 x 에 y 값이 하나만 대응되어야 한다.

$\therefore$ 다, 라, 마 가 함수이다.

3. 다음 ()안에 알맞은 말을 써라.

함수 $f(x)$ 의 치역과 공역이 같고, 정의역의 서로 다른 원소에 치역의 서로 다른 원소가 대응할 때, 이 함수를 ()이라고 한다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 일대일대응

해설

4. 다음 중 항등함수를 찾으려면?

① $f(x) = x$

② $f(x) = x + 1$

③ $f(x) = x - 1$

④ $f(x) = x^2$

⑤ $f(x) = x^2 + 1$

해설

항등함수는 $f(x) = x$ 또는 $y = x$ 이다.

5. 두 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 중 일대일 대응인 것의 개수를 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

a, b, c 에 대응하는 원소를

순서쌍 $(f(a), f(b), f(c))$ 으로 나타내면

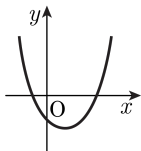
$(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2),$

$(3, 2, 1)$ 이므로

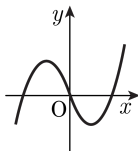
X 에서 Y 로의 함수 중 일대일 대응인 것의 개수는 6개이다.

6. 다음 그래프 중에서 실수전체 집합에서 역함수가 존재하는 함수의 그래프는?

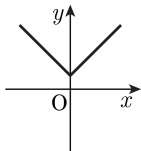
①



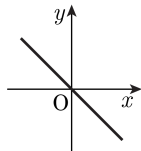
②



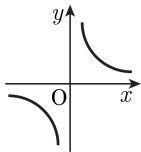
③



④



⑤



해설

역함수가 존재하려면 함수가 일대일 대응이어야 한다.

일대일 대응이란 변수 x, y 가 서로 하나씩 대응되는 것으로 ④에 해당된다.

⑤ 변은 $x = 0$ 에 대응되는 y 가 없다.

7. $\frac{x}{x^2 - xy} + \frac{y}{y^2 - xy}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{x}{x(x-y)} + \frac{y}{y(y-x)} = \frac{1}{x-y} + \frac{-1}{x-y} \\ &= 0\end{aligned}$$

8. 분수식 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4}$ 을 간단히 하면 $\frac{ax^2 + bx + c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4} \\
 &= \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} \right) \\
 &= \frac{-2}{(x-1)(x-3)} + \frac{-2}{(x-2)(x-4)} \\
 &= \frac{-2(x^2 - 6x + 8 + x^2 - 4x + 3)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\
 &= \frac{-2(2x^2 - 10x + 11)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\
 &= \frac{ax^2 + bx + c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\
 \therefore a &= -4, b = 20, c = -22 \\
 \therefore a + b + c &= -6
 \end{aligned}$$

9. 분수식 $\frac{\frac{x+1}{x-1}}{\frac{x-1}{4}}$ 을 간단히 하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{x+1}{4}$

해설

$$(\text{준 식}) = \frac{(x+1)(x-1)}{4(x-1)} = \frac{x+1}{4}$$

10. $3 - \sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a + \frac{2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $3 + \sqrt{2}$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } a = 1, \quad b = 2 - \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } a + \frac{2}{b} &= 1 + \frac{2}{2 - \sqrt{2}} \\ &= 1 + \frac{2(2 + \sqrt{2})}{2} \\ &= 3 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

11. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $B = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 로의 대응 f 중 $f(1) = a_1, f(2) = a_2$ 인 함수 f 의 개수는?

① 8 개

② 25 개

③ 64 개

④ 81 개

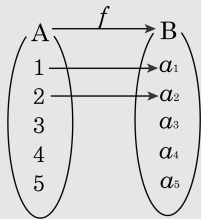
⑤ 125 개

해설

$f(1) = a_1, f(2) = a_2$ 인 함수

$f : A \rightarrow B$ 는 다음 그림에서 A 의 원소 3, 4, 5 에 B 의 원소 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 중 하나를 각각 대응시키면 된다.

따라서, 구하는 함수의 개수는 $5 \times 5 \times 5 = 125$ (개)



12. 두 함수 $f(x) = x + 2$, $g(x) = 2x - 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(1)$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(3) = 5$$

13. 함수 $f(x) = ax + 3$ 과 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 같아지도록 하는 상수 a 의 값은 얼마인가?

① -3

② -1

③ $-\frac{1}{3}$

④ 1

⑤ 3

해설

$y = ax + 3$ 으로 놓고 x, y 를 서로 바꾸면

$$x = ay + 3, y = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

$f(x) = f^{-1}(x)$ 에서

$$ax + 3 = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

위의 식이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로

$$a = \frac{1}{a}, 3 = -\frac{3}{a}$$

$$\therefore a = -1$$

해설

$f(x) = f^{-1}(x)$ 이면 $(f \circ f)(x)$ 이므로

$(f \circ f)(x) = I(x) = x$ 가 성립한다.

$$\begin{aligned}(f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f(ax + 3) = a(ax + 3) + 3 \\ &= a^2x + 3a + 3\end{aligned}$$

$$a^2x + 3a + 3 = x \text{에서 } a^2 = 1, 3a + 3 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

14. 함수 $f(x) = kx + 1$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립할 때, 상수 k 의 값은?
(단, f^{-1} 는 f 의 역함수)

① 4

② 3

③ 2

④ -1

⑤ -2

해설

f^{-1} 이므로 $f \circ f = I$

$(f \circ f)(x) = x$ 에서

$$f(f(x)) = f(kx + 1) = k(kx + 1) + 1 = k^2x + k + 1 = x$$

$\therefore k^2 = 1, k + 1 = 0$ 따라서 $k = -1$

15. 유한집합 X 에서 유한집합 Y 로의 함수 f 의 역함수 f^{-1} 가 존재한다고 한다. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $n(X) = n(Y)$ 이다.

② $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.

③ $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

④ $f(a) = b$ 이면 $f^{-1}(b) = a$ 이다.

⑤ $y = f(x)$ 의 정의역은 $y = f^{-1}(x)$ 의 정의역과 일치한다.

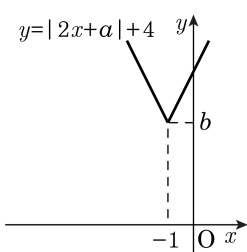
해설

⑤ $(f \text{ 의 정의역}) = (f^{-1} \text{ 의 치역})$

$(f^{-1} \text{ 의 정의역}) = (f \text{ 의 치역})$

16. 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 점 $(-1, b)$ 를 지난다. 이때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10



해설

$$y = |2x + a| + 4$$

$$= \left| 2 \left(x + \frac{a}{2} \right) \right| + 4$$

즉, 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프는
 함수 $y = |2x|$ 의 그래프를 x 축의 방
 향으로
 $-\frac{a}{2}$ 만큼,

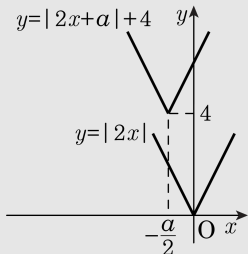
y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것
 이다.

이때, 그래프의 꺾인 점의 좌표는 $\left(-\frac{a}{2}, 4\right)$ 이고,

문제에서 $(-1, b)$ 이므로

$$-\frac{a}{2} = -1, b = 4$$

$$\therefore a = 2, b = 4 \quad \therefore ab = 8$$



17. 함수 $f(x) = ||x - 1| - a|$ 에서 $f(2) = 4$ 를 만족시키는 양의 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(2) = 4$ 이므로

$$f(2) = ||2 - 1| - a| = 4 \rightarrow |1 - a| = 4$$

따라서 $a = -3, 5$ 이므로 양수 $a = 5$

18. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} \text{의 우변을 통분하여 계산하면}$$

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = -1, b = -2$$

$$\therefore a+b = -3$$

19. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} \neq 0$ 일 때, $\frac{x^2 - 8xy + y^2}{x^2 - y^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = a \neq 0 \text{ 라 하면}$$

$$x = 2a, y = 3a$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 8xy + y^2}{x^2 - y^2} &= \frac{4a^2 - 48a^2 + 9a^2}{4a^2 - 9a^2} \\ &= \frac{-35a^2}{-5a^2} = 7 \end{aligned}$$

20. $1 < a < 4$ 일 때, $\sqrt{(a-4)^2} + |a-1|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-4)^2} + |a-1| \\ &= |a-4| + |a-1| \\ &= -a + 4 + a - 1 = 3 \end{aligned}$$

21. 유리수 a, b 에 대하여 $(1 + 2\sqrt{2})a + (-1 + \sqrt{2})b = 5 + 7\sqrt{2}$ 가 성립할 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 2

③ 0

④ -2

⑤ -3

해설

$$(1 + 2\sqrt{2})a + (-1 + \sqrt{2})b = 5 + 7\sqrt{2}$$

$$(a - b) + (2a + b)\sqrt{2} = 5 + 7\sqrt{2} \cdots \textcircled{7}$$

a, b 가 유리수이면

$a - b, 2a + b$ 도 유리수이므로 $\textcircled{7}$ 에서

$$\begin{cases} a - b = 5 \\ 2a + b = 7 \end{cases}$$

이것을 연립하여 풀면 $a = 4, b = -1$

$$\therefore a + b = 3$$

22. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서 점근선은}$$

$$x = -1, y = 3$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

23. 좌표평면에서 무리함수 $y = -\sqrt{-x+2} + 1$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 모두 구하면?

① 제 1사분면

② 제 2사분면

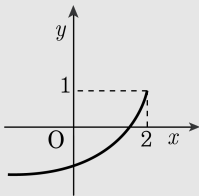
③ 제 3사분면

④ 제 1사분면, 제 2사분면

⑤ 제 3사분면, 제 4사분면

해설

무리함수의 그래프를 그려보면 아래와 같다.



따라서, 무리함수의 그래프가 지나지 않는 것은 제 2사분면이다.

24. 무리식 $\sqrt{2-x} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 의 값이 실수가 되도록 x 의 범위를 정할 때,
정수 x 의 개수는?

① 2개

② 3개

③ 4개

④ 5개

⑤ 6개

해설

$$2 - x \geq 0, x + 3 > 0$$

$\therefore -3 < x \leq 2$ 이므로 정수의 개수는 5개

25. 유리함수 $f(x) = \frac{3x-2}{x-2}$ 에 대하여 이 함수 $y = f(x)$ 의 역함수를 $y = f^{-1}(x)$ 라 하자. 이 때, $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 교점의 개수를 구하면?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 무수히 많다.

해설

$y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 교점은
 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 교점과 같다.

$$\Rightarrow x = \frac{3x-2}{x-2}$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 2 = 0$$

$D > 0$ 이므로 교점은 2개이다.

26. 다음 보기에서 무리함수 $y = -\sqrt{a(x-1)} + 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a = -1$ 이면 그래프는 제2사분면을 지난다.
 ㉡ $a > 0$ 이면 치역은 $\{y|y \leq 1\}$ 이다.
 ㉢ $a < 0$ 이면 치역은 $\{y|y \leq 1\}$ 이다.
 ㉤ $y = \sqrt{x} + 1$ 의 그래프와 만날 수 있다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉤ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉤

해설

㉠ $a = -1$ 이면 주어진 무리함수는

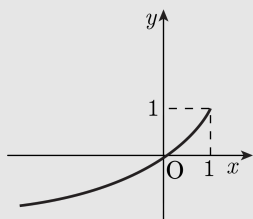
$$y = -\sqrt{-(x-1)} + 1$$

$y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼,

y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한

것이므로 그래프는 오른쪽과 같다.

따라서 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.



㉡, ㉢ $a > 0$ 또는 $a < 0$ 일 때

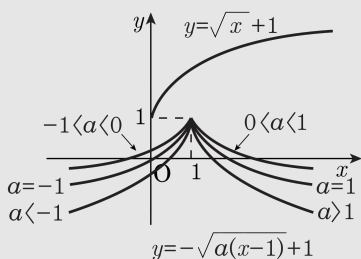
항상 $\sqrt{a(x-1)} \geq 0$ 이므로 치역은 $\{y|y \leq 1\}$

㉤ $y = -\sqrt{a(x-1)} + 1$ 의 그래프는

아래와 같으므로 $y = \sqrt{x} + 1$ 의

그래프와 만나지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.



27. 분수함수 $y = \frac{ax-1}{x+b}$ 의 점근선이 $x = -2$, $y = 3$ 일 때, 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 정의역은? (단, a, b 는 상수)

- ① $\{x \mid x \leq -3\}$ ② $\left\{x \mid x \leq -\frac{2}{3}\right\}$ ③ $\left\{x \mid x \geq -\frac{2}{3}\right\}$
 ④ $\left\{x \mid x \geq \frac{2}{3}\right\}$ ⑤ $\{x \mid x \geq 3\}$

해설

$$y = \frac{-ab-1}{x+b} + a \text{ 이므로}$$

$$\text{점근선은 } x = -b, y = a \therefore a = 3, b = 2$$

$$y = \sqrt{3x+2} \text{ 의 정의역은 } \left\{x \mid x \geq -\frac{2}{3}\right\} \text{ 이다.}$$

28. 역함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f^{-1}(\sqrt{x+a}-1) = x+b$, $f(1) = 0$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$f^{-1}(\sqrt{x+a}-1) = x+b \text{에서}$$

$$f(x+b) = \sqrt{x+a}-1$$

이 때, $f(1) = 0$ 이므로

위의 식에 $x = 1-b$ 를 대입하면

$$f(1-b+b) = \sqrt{1-b+a}-1$$

$$0 = \sqrt{1-b+a}-1, \sqrt{a-b+1} = 1$$

$$a-b+1 = 1$$

$$\therefore a-b = 0$$

29. 두 집합 $A = \{(x, y) \mid y = \sqrt{2x-1}\}$, $B = \{(x, y) \mid y = mx + 1\}$ 에서 $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, m 의 값의 범위를 구하면?

① $-2 \leq m \leq \sqrt{2}$

② $-1 \leq m \leq \sqrt{2} - 1$

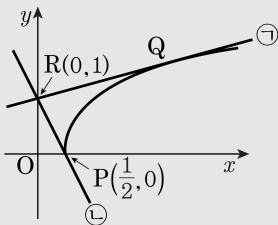
③ $-2 \leq m \leq \sqrt{2} - 1$

④ $-2 \leq m \leq \sqrt{3} - 1$

⑤ $-1 \leq m \leq \sqrt{3} - 1$

해설

그림에서 직선 ㉠이 점 P를 지날 때부터 ㉡과 점 Q에서 접할 때까지의 m 의 값이 구하는 범위이다.



(i) $P\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 을 지날 때, $m = -2$

(ii) 접할 때는 $\sqrt{2x-1} = mx + 1$ 에서
 $m^2x^2 + 2(m-1)x + 2 = 0$

$$\therefore \frac{D}{4} = (m-1)^2 - 2m^2 = 0$$

$$\therefore m = -1 + \sqrt{2} \quad (\because m > 0)$$

(i), (ii) 에서 $-2 \leq m \leq \sqrt{2} - 1$

30. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} = \frac{a}{100}, \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 101} = \frac{b}{101}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 149

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} \\ &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{98} - \frac{1}{99} \right) + \\ & \quad \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) = 1 - \frac{1}{100} \end{aligned}$$

$$= \frac{99}{100} = \frac{a}{100}$$

$$\therefore a = 99$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 101} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{97} - \frac{1}{99} \right) + \\ & \quad \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{101} \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{101} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{100}{101} = \frac{50}{101} = \frac{b}{101}$$

$$\therefore b = 50$$

$$\therefore a + b = 149$$

31. 양수 a, b 가 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$ 을 만족할 때, $\frac{a^4 + b^4}{a^2b^2} + 5$ 의 값을 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}, \quad \frac{b-a}{ab} = \frac{1}{a+b}$$

$$(b-a)(b+a) = ab$$

$$\therefore b^2 - a^2 = ab$$

$b^2 - a^2 = ab$ 의 양변을 제곱하면

$$a^4 - 2a^2b^2 + b^4 = a^2b^2$$

$$\therefore a^4 + b^4 = 3a^2b^2$$

$$\therefore \frac{a^4 + b^4}{a^2b^2} + 5 = 3 + 5 = 8$$

32. A 국가의 인구는 전 세계 인구의 $c\%$ 이고, 이 국가의 재산은 전 세계 재산의 $d\%$ 이다. B 국가의 인구는 전 세계 인구의 $e\%$ 이고, 재산은 전 세계 재산의 $f\%$ 이다. A, B 두 국가의 국민이 그 나라의 재산을 평등하게 나누어 가지고 있다고 가정할 때, A 국가의 한 사람이 소유하고 있는 재산의, B 국가의 한 사람이 소유하고 있는 재산에 대한 비의 값을 구하면?

① $\frac{cd}{ef}$

② $\frac{ce}{df}$

③ $\frac{cf}{de}$

④ $\frac{de}{cf}$

⑤ $\frac{df}{ce}$

해설

전 세계의 인구와 재산을 각각 P , W 라 하면

A 국가의 인구와 재산은 각각 $\frac{Pc}{100}$, $\frac{Wd}{100}$ 이므로

$$1 \text{ 인당 재산} = \frac{\frac{Wd}{100}}{\frac{Pc}{100}} = \frac{Wd}{Pc}$$

마찬가지로, B 국가의 1 인당 재산은 $\frac{Wf}{Pe}$

$$\text{따라서, 구하는 비는 } \frac{\frac{Wd}{Pc}}{\frac{Wf}{Pe}} = \frac{de}{cf}$$

33. $x = \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}, y = \frac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}$ 일 때,

$x^4 + x^2y^2 + y^4 + 1$ 의 값을 구하면?

① $2\sqrt{3}$

② 1

③ 99

④ 100

⑤ 101

해설

$$x = \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$x + y = 2\sqrt{3}, xy = 1$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 12 - 2 = 10$$

$$x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 = 100 - 2 = 98$$

$$\therefore x^4 + x^2y^2 + y^4 + 1 = 98 + 1 + 1 = 100$$