**1.** 집합 $A = \{x \mid x$는 20 이하의 홀수 $\}$의 부분집합 중에서 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 <u>않는</u> 부분집합의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ \cdots,\ 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19는 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{10-2-7} = 2^1 = 2$ ( 개)

**2.** 두 집합 $A = \{x \mid x$는 a 의 약수$\}$, $B = \{1,\ 2,\ 4,\ 7,\ 14,\ 28\}$에 대하여 $A \subset B$이고 $B \subset A$일 때, $a$의 값은?

① 7　　② 14　　③ 28　　④ 32　　⑤ 56

해설

$A \subset B$이고 $B \subset A$는 $A = B$이다. 집합 $B$는 28의 약수들의 모임이므로 $a = 28$이다.

**3.** 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A, B$ 에 대하여 $A - B = \{a\}, B - A = \{c\}, A^c \cap B^c = \{b, e\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?

① $\{b\}$ ② $\{d\}$ ③ $\{b, d\}$
④ $\{b, c, d\}$ ⑤ $\{d, e\}$

해설

$A - B = \{a\}, B - A = \{c\}, A^c \cap B^c = \{b, e\}$ 이므로 $A \cap B = \{d\}$ 이다.

**4.** 다음은 실수 $a, b$ 에 대하여 $|a+b| \le |a|+|b|$ 이성립함을 증명한 것이다.

(증명) $|a+b| \ge 0, |a|+|b| \ge 0$ 이므로
$|a+b|^2 \le (|a|+|b|)^2$ 을 증명하면 된다.
$(|a|+|b|)^2 - |a+b|^2$
$= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2$
$= a^2 + 2|ab| + b^2 - a^2 - 2ab - b^2$
$= 2(|ab| - ab)$
그런데, (가) 이므로 $2(|ab| - ab) \ge 0$
$\therefore\ |a+b|^2 \le (|a|+|b|)^2$
따라서 $|a+b| \le |a|+|b|$
여기서, 등호가 성립하는 경우는 (나) 일 때,
즉, $ab \ge 0$ 일 때이다.

위의 증명 과정에서 (가), (나) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① $|ab| \ge ab, a = b$
② $|ab| \ge ab, |ab| = ab$
③ $|ab| \le ab, |ab| = ab$
④ $|ab| = ab, a = 0$
⑤ $|ab| = ab, a = b$

해설

(가) : $|ab| \ge ab$($\because$ $|ab|$는 항상 양수)
(나) : $2(|ab| - ab) = 0$ 일 때, 즉 $|ab| = ab$

**5.** 집합 $A=\{1,2,3\}$ 와 $B=\{1,2,3,4\}$ 에서 $A$ 에서 $B$로의 함수의 개수를 $a$, 일대일 함수의 개수를 $b$, 상수함수의 개수를 $c$라 할 때, $a+b+c$의 값을 구하면?

① 64　　② 32　　③ 128　　④ 92　　⑤ 48

해설

(1) 함수의 개수 : 1, 2, 3, 4 를 중복 가능하게 3 번 선택하여 늘어놓는 경우와 같으므로

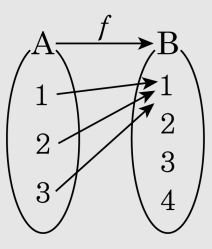
$\therefore\ a=4\times4\times4=64$

(2) 일대일 함수의 개수 : 1, 2, 3, 4 를 중복 없이 3 번 선택하여 늘어놓는 경우이므로

$\therefore\ b=4\times3\times2=24$

(3) 상수함수의 개수 : 그림과 같이 1, 2, 3, 4 중 한 원소에만 대응되는 경우이므로

$\therefore c=4$




$\therefore\ a+b+c=92$

**6.** 두 함수 $f(x) = x - 1, g(x) = x^2 + 4$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ f))(x) = 18$ 을 만족하는 실수 $x$ 의 값들의 합은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

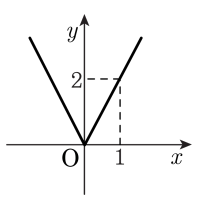
$$\begin{aligned}(f \circ (g \circ f))(x) &= f(g(f(x))) = f(g(x-1)) \\ &= f((x-1)^2 + 4) \\ &= f(x^2 - 2x + 5) \\ &= (x^2 - 2x + 5) - 1 \\ &= x^2 - 2x + 4\end{aligned}$$

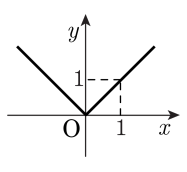
$(f \circ (g \circ f))(x) = 18$

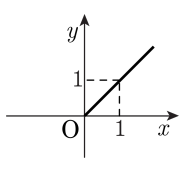
이므로 $x^2 - 2x + 4 = 18,\ x^2 - 2x - 14 = 0$

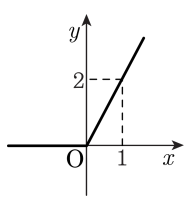
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 구하는 $x$ 의 값의 합은 2 이다.

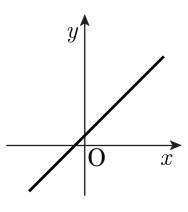
**7.** 다음 중 함수 $y = x + |x|$의 그래프는?

①



②



③



④



⑤



해설

$y = x + |x|$ 에서
$x \le 0$ 일 때 $y = x - x = 0$ 이고
$x > 0$ 일 때 $y = x + x = 2x$ 이다.
따라서 주어진 함수의 그래프는 ④와 같다.

**8.** 등식 $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$ 이 $x$에 대한 항등식이 될 때, $A-B$의 값을 구하면? (단, $A$, $B$ 는 상수)

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

주어진 식의 우변을 정리하면

$$\frac{A(x+1)+Bx}{x(x+1)} = \frac{(A+B)x+A}{x(x+1)}$$

따라서 $\frac{(A+B)x+A}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$ 이므로

$A+B=0,\ A=1$

$\therefore\ B=-1$

$\therefore\ A-B=1-(-1)=2$

**9.** 등식 $\dfrac{255}{157} = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cfrac{1}{e}}}}$ 을 만족시키는 자연수 $a,\ b,\ c,\ d,\ e$ 의 합은?

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

$$\frac{225}{157} = 1 + \frac{68}{157} = 1 + \frac{1}{\frac{157}{68}} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{21}{68}}$$

$$= 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{5}{21}}} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{5}}}}$$

$\therefore\ a = 1,\ b = 2,\ c = 3,\ d = 4,\ e = 5$

$\therefore\ a + b + c + d + e = 15$

**10.** 보기의 함수 중 평행이동한 그래프가 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = \frac{-x-1}{x-1}$　　㉡ $y = \frac{x}{x-1}$　　㉢ $y = \frac{-2x-1}{x+1}$

① ㉡　　② ㉢　　③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 $x$축으로 $\alpha$만큼,

$y$축으로 $\beta$만큼 평행이동시키면

$y = \frac{1}{x-\alpha} + \beta$꼴이 된다.

㉠ $y = \frac{-x-1}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} - 1$

㉡ $y = \frac{x}{x-1} = \frac{(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 1$

㉢ $y = \frac{-2x-1}{x+1} = \frac{-2(x+1)+1}{x+1} = \frac{1}{x+1} - 2$

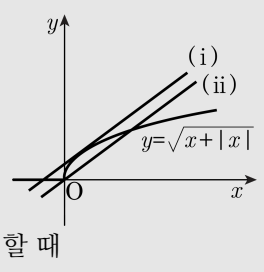
따라서, 구하는 함수는 ㉡, ㉢이다.

**11.** 함수 $y = \sqrt{x+|x|}$와 직선 $y = x+k$가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 실수 $k$의 값의 범위를 구하면?

① $-1 < k < 0$　　② $-1 < k \le 0$　　③ $0 < k < \frac{1}{2}$

④ $0 \le k < \frac{1}{2}$　　⑤ $0 < k \le \frac{1}{2}$

해설




$x \ge 0$일 때 $y = \sqrt{2x}$이고 $x < 0$일 때 $y = 0$이므로

$y = \sqrt{x+|x|}$의 그래프는

그림과 같고 직선 $y = x+k$와 서로 다른 세 점에서 만나려면

( i )과 ( ii )사이에 존재해야 한다.

① 곡선 $y = \sqrt{2x}$와 직선 $y = x+k$가 접할 때

$\sqrt{2x} = x+k$에서 $2x = (x+k)^2$

$x^2 + 2(k-1)x + k^2 = 0$

이 방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - k^2 = 0,\ \ -2k+1 = 0$

$\therefore k = \frac{1}{2}$

② 직선 $y = x+k$가 원점을 지날 때 $k = 0$

①, ②에서 구하는 $k$의 값의 범위는 $0 < k < \frac{1}{2}$

**12.** 집합 $A = \{(a,\ b) \mid a \times b = 9,\ a,\ b$는 자연수$\}$ 일 때, 집합 $n(A)$ 를 바르게 구한 것은?

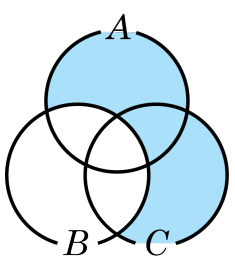
① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

$1 \times 9 = 3 \times 3 = 9 \times 1 = 9$ 이므로 원소나열법으로 나타내면 $A = \{(1,\ 9),\ (3,\ 3),\ (9,\ 1)\}$ 이다.

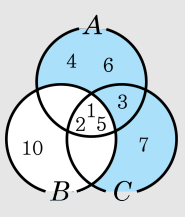
$\therefore\ n(A) = 3$

**13.** 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?




① $(A \cap B) - C$　② $(A \cap C) - B$　③ $(A \cup B) - C$
④ $(A \cup C) - B$　⑤ $(B \cup C) - A$

해설




색칠한 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup C) - B$ 이다.

**14.** 실수 $x$에 대하여 두 조건 $p$ : $a \le x \le 1$, $q$ : $x \ge -1$이 있다. 명제 $p \to q$를 참이 되게 하는 상수 $a$ 의 범위는?

① $a > 1$　　② $a \le 1$　　③ $-1 \le a \le 1$

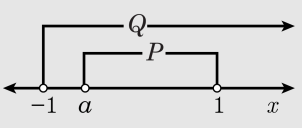
④ $a \ge -1$　　⑤ $a \le -1$

해설

조건 $p$, $q$ 의 진리집합을 각각 $P$, $Q$라 하자.

( i ) $a > 1$일 때, $P = \varnothing$ 이므로 $P \subset Q$ $\therefore$ $a > 1$

( ii ) $a \le 1$ 일 때, 수직선에 나타내면




$\therefore$ $-1 \le a \le 1$

( i ), ( ii )에서 $a \ge -1$

**15.** 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것은?

① $xy \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 또는 $y \geq 0$

② $x + y \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 이고 $y \geq 0$

③ $x \geq y$ 이면 $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{y}$

④ $x \leq 2$ 이면 $|x-1| \leq |x-3|$

⑤ $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$

해설

① 거짓 : (반례) $x = -2,\ y = -1$ 일 때,
$xy = 2 \geq 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이고 $-1 < 0$ 이다.
② 거짓 : (반례) $x = -2,\ y = 3$ 일 때,
$x + y = -2 + 3 \geq 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이고 $3 > 0$ 이다.
③ 거짓 : (반례) $x = 2,\ y = -2$ 일 때,
$2 \geq -2$ 이지만 $\frac{1}{2} > -\frac{1}{2}$ 이다.
④ $|x-1| \leq |x-3|$ 의 양변을 제곱하면
$x^2 - 2x + 1 \leq x^2 - 6x + 9$ 에서 $x \leq 2$ 이므로 원래의 명제와 그 역이 모두 참이다.
⑤ 명제 '$a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$' 은 참이지만, 그의 역 '$a^2 + b^2 > 0$ 이면 $a > 0$ 이고 $b > 0$'은 거짓이다.

**16.** 다음 중 항상 성립하는 부등식이 아닌 것은?($a, b, c$ 는 모두 양수)

① $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

② $\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$

③ $a^3 + b^3 \geq ab(a+b)$

④ $a^2 - 1 > a$

⑤ $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$

해설

$a > 0, b > 0, c > 0$

① $\dfrac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \dfrac{a+b-2\sqrt{ab}}{2}$

$= \dfrac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{2} \geq 0$

$\therefore \dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (등호 성립조건은 $a = b$ )

② $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - (\sqrt{a+b})^2$

$= a + b + 2\sqrt{ab} - (a+b) = 2\sqrt{ab} \geq 0$

$\therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$(단 $a = b$ 일때 등호성립)

③ $a^3 + b^3 - ab(a+b)$

$= (a+b)(a^2 - ab + b^2) - ab(a+b)$

$= (a+b)(a^2 - 2ab + b^2)$

$= (a+b)(a-b)^2 \geq 0$

$\therefore a^3 + b^3 \geq ab(a+b)$ (등호 성립조건은 $a = b$ )

④ (반례) $a = 1$

$1^2 - 1 > 1, 0 > 1$

$\therefore$ 거짓

⑤ $a, b, c$ 가 모두 양수이므로

$a + b \geq 2\sqrt{ab}$ (등호 성립조건은 $a = b$ )

$b + c \geq 2\sqrt{bc}$ (등호 성립조건은 $b = c$ )

$c + a \geq 2\sqrt{ca}$ (등호 성립조건은 $c = a$ )

$\therefore (a+b)(b+c)(c+a) \geq 8\sqrt{a^2b^2c^2} = 8abc$

(등호 성립조건은 $a = b = c$)

**17.** $0 \le x \le 1$ 일 때 $f(x) = x(1-x)$ 이고 모든 실수 $x$에 대하여 $f(x+1) = \frac{1}{2}f(x)$ 를 만족하는 함수 $f(x)$가 있다. 이 때 $f\left(\frac{5}{2}\right)$ 의 값은?

① $-\frac{3}{16}$ ② $-\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$f(x+1) = \frac{1}{2}f(x) \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}f(x-1)$

$$f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{1}{2}f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{16}$$

**18.** 집합 $A = \{x \mid 0 \le x \le 2\}$ 에 대하여 함수 $f : A \to A$ 를 $f(x) = \begin{cases} x+1 & (0 \le x \le 1) \\ x-1 & (1 < x \le 2) \end{cases}$ 와 같이 정의한다. 이 때, $f\left(\frac{1}{3}\right) + f^2\left(\frac{1}{3}\right) + \cdots + f^{30}\left(\frac{1}{3}\right)$ 의 값은?

(단, $f^2 = f \circ f,\ f^3 = f \circ f \circ f,\ \cdots$ )

① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$

$f^2\left(\frac{1}{3}\right) = f\left(f\left(\frac{1}{3}\right)\right) = f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$

$f^3\left(\frac{1}{3}\right) = f\left(f^2\left(\frac{1}{3}\right)\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$

$\vdots$

$\therefore f\left(\frac{1}{3}\right) + f^2\left(\frac{1}{3}\right) + \cdots + f^{30}\left(\frac{1}{3}\right)$

$= \left\{f\left(\frac{1}{3}\right) + f^3\left(\frac{1}{3}\right) + \cdots + f^{29}\left(\frac{1}{3}\right)\right\}$

$+ \left\{f^2\left(\frac{1}{3}\right) + f^4\left(\frac{1}{3}\right) + \cdots + f^{30}\left(\frac{1}{3}\right)\right\}$

$= 15 \cdot \frac{4}{3} + 15 \cdot \frac{1}{3} = 25$

**19.** 양의 실수에서 정의된 두 함수 $f(x) = x^2 + 2x$ , $h(x) = \dfrac{100x + 200}{f(x)}$ 에 대하여 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $(h \circ g)(8)$ 의 값은?

① 10　　② 20　　③ 30　　④ 40　　⑤ 50

해설

$g(8) = k$ 라고 하면 $f(k) = 8$ 이다.

$\Rightarrow k^2 + 2k = 8$

$\Rightarrow k = -4, 2 \Rightarrow k = 2 (\because\ k > 0)$

$\therefore\ (h \circ g)(8) = h(g(8)) = h(2)$

$= \dfrac{100 \times 2 + 200}{f(2)} = 50$

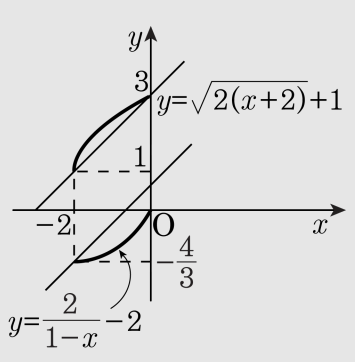
**20.** 정의역이 $\{x \mid -2 \le x \le 0\}$ 인 두 함수 $y = \sqrt{2(x+2)}+1$, $y = \dfrac{2}{1-x}-2$ 에 대하여 $y = x+r$ 의 그래프가 $y = \sqrt{2(x+2)}+1$ 의 그래프보다는 아래에 있고 $y = \dfrac{2}{1-x}-2$ 의 그래프 보다는 위에 있을 때, $r$ 은 범위가 $r_1 < r < r_2$ 라고 한다. $3r_1 - r_2$ 의 값을 구하면?

① $-1$　　② $1$　　③ $2$　　④ $3$　　⑤ $4$

해설

$-2 \le x \le 0$ 에서

$y = \sqrt{2(x+2)}+1$ 과 $y = \dfrac{2}{1-x}-2$ 의 그래프를 나타내면 다음 그림과 같다.




이 때, $y = x+r$ 의 그래프가
$y = \sqrt{2(x+2)}+1$ 의 그래프보다
아래에 있으므로 $r < 3$
또한, $y = x+r$ 의 그래프가
$y = \dfrac{2}{1-x}-2$ 의 그래프보다
위에 있으므로 $r > \dfrac{2}{3}$

$\therefore \dfrac{2}{3} < r < 3$

따라서 $r_1 = \dfrac{2}{3}$, $r_2 = 3$ 이므로

$\therefore 3r_1 - r_2 = 3 \cdot \dfrac{2}{3} - 3 = -1$

**21.** 실수 전체의 집합의 부분집합 $A$ 에 대하여 명제 '$x \in A$이면 $\frac{1}{2}x \in A$ 이다.' 가 참일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{2} \in A$ 이면 $0 \in A$ 이다.

② $x \in A$ 이고 $y \in A$ 이면 $x + y \in A$ 이다.

③ $x \in A$ 이고 $y \in A$ 이면 $xy \in A$ 이다.

④ $A$ 가 유한집합이면 $2 \notin A$ 이다.

⑤ $A$ 가 무한집합이면 $0 \in A$ 이다.

해설

$A$ 가 유한집합이 되는 경우는 $A = \{0\}$ 일 때 뿐이다.

**22.** 다음 명제 ㉠, ㉡, ㉢가 각각 부등식 $(a-1)(b-1)(c-1)>0$이기 위한 무슨 조건인지 순서대로 적으면? (단, $a$, $b$, $c$ 는 실수)

| |
|---|
| ㉠ $a$, $b$, $c$ 중 적어도 하나는 1보다 크다.<br>㉡ $a$, $b$, $c$ 의 최댓값이 1보다 크다.<br>㉢ $a$, $b$, $c$ 의 최솟값이 1보다 크다. |

① 필요, 충분, 필요충분
② 충분, 필요충분, 충분
③ 필요, 필요충분, 충분
④ 충분, 필요, 필요충분
⑤ 필요, 필요, 충분

해설

㉠ $(a-1)(b-1)(c-1)>0$ 이면, $a-1$, $b-1$, $c-1$ 중 하나 또는 셋이 양수이 므로 필요조건 역으로 $a=2$, $b=2$, $c=-3$ 이면 $(a-1)(b-1)(c-1)<0$ 이므로 충분조건은 아 니다.
∴ 필요조건
㉡ $(a-1)(b-1)(c-1)>0$ 이면 $a$, $b$, $c$ 중 하나 또는 셋이 1 보다 크므로 최댓값은 1 보다 크다. 역으로 $a=2$, $b=2$, $c=-3$ 이면 $(a-1)(b-1)(c-1)<0$ 이므로 충분조건은 아니다.
∴ 필요조건
㉢ $a$, $b$, $c$ 의 최솟값이 1 보다 크면 $(a-1)(b-1)(c-1)>0$ 이므로 충분조건 역으로 $a=2$, $b=0$, $c=0$ 이면 최솟값은 0 이 므로 필요조건은 아니다.
∴ 충분조건

**23.** $\sqrt{17+\sqrt{288}}$의 소수 부분을 $x$라 할 때,

$\sqrt{\dfrac{x+2+\sqrt{4x+x^2}}{x+2-\sqrt{4x+x^2}}}$의 값을 구하면?

① $\sqrt{2}+1$　② $\sqrt{3}+1$　③ $\sqrt{2}-1$

④ $\sqrt{3}-1$　⑤ $\sqrt{5}-2$

해설

$\sqrt{17+\sqrt{288}}$

$=\sqrt{17+2\sqrt{72}}$

$=\sqrt{9}+\sqrt{8}$ ($\leftarrow 17=9+8,\ 72=9\times 8$)

$=3+2\sqrt{2}$ ($\leftarrow \sqrt{2}=1.4\times\times$)

$=5.8\times\times$ 이므로 소수부분은 $3+2\sqrt{2}-5$이다.

$\therefore\ x=2\sqrt{2}-2\ \ \therefore x+2=2\sqrt{2}$

또, $x^2+4x+4=(x+2)^2$이므로

$x^2+4x=(x+2)^2-4=(2\sqrt{2})^2-4=4$

따라서 준식에 $x+2=2\sqrt{2}$

$x^2+4x=4$를 대입시키면

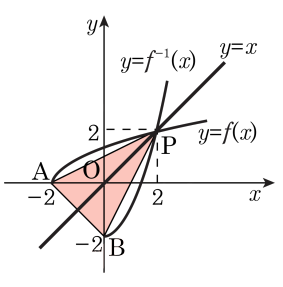
$\sqrt{\dfrac{x+2+\sqrt{4x+x^2}}{x+2-\sqrt{4x+x^2}}}$

$=\sqrt{\dfrac{2\sqrt{2}+2}{2\sqrt{2}-2}}$

$=\sqrt{\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}}=\sqrt{\dfrac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}}$

$=\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}=\sqrt{2}+1$

**24.** 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+2}$에 대하여 $y = f(x)$의 그래프와 $x$축이 만나는 점을 $A$, $y = f^{-1}(x)$의 그래프와 $y$축이 만나는 점을 B라 하자. $y = f(x)$와 $y = f^{-1}(x)$의 그래프가 만나는 교점을 P라고 할 때, 삼각형 ABP의 넓이를 구하면?




① 5　　② 6　　③ $4\sqrt{2}$

④ 8　　⑤ 10

해설

$y = f(x) = \sqrt{x+2}$ 의 정의역은 $\{x \mid x \geq -2\}$ , 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$

$x$ 와 $y$ 를 서로 바꾸면 $x = \sqrt{y+2}$

$y$ 에 관하여 정리하면 $y = x^2 - 2$

따라서 $y = f^{-1}(x) = x^2 - 2$이고,

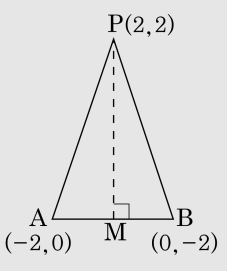
정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ , 치역은 $\{y \mid y \geq -2\}$

이때, $y = f(x)$ 와

$y = f^{-1}(x)$의 교점은

$y = f(x)$ 와 $y = x$ 의

교점과 같다.




$\sqrt{x+2} = x,\ x+2 = x^2$

$x^2 - x - 2 = 0$ ,

$x = 2$ 또는 $x = -1$

$\therefore x = 2,\ y = 2(\because x > 0)$

$\therefore$ P(2, 2)

$\overline{AB}$ 의 중점을 M이라 하면 M $(-1,\ -1)$

$\triangle$ABP는 $\overline{AP} = \overline{BP}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AB} \perp \overline{PM}$ 이다.

$\overline{AB} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$

$\overline{PM} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$

따라서 $\triangle$ABP 의 넓이를 S라 하면

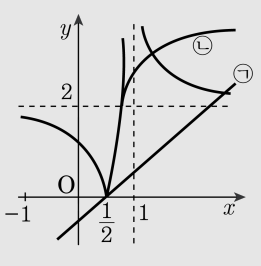
$S = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{PM} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6$

**25.** 세 집합 $A = \{(x, y) \mid y = m(x+1) - 1, m$은 실수$\}$ $B = \{(x,\ y) \mid y = \left|\frac{1}{x-1} + 2\right|,\ x \neq 1$인실수$\}$

$C = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x-n} + 2, x \geq n$인 실수$\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 3$ 이기 위한 $m$의 범위는 ㉠$n(B \cap C) = 2$ 이기 위한 $n$ 의 범위는 ㉡이다. 빈 칸에 들어갈 값으로 알맞게 짝지은 것은?

① ㉠ $m \geq \frac{1}{2}$ ㉡ $n \geq 1$
② ㉠ $m \geq \frac{3}{2}$ ㉡ $n < 1$
③ ㉠ $m > \frac{3}{2}$ ㉡ $n \geq \frac{3}{4}$
④ ㉠ $m > \frac{2}{3}$ ㉡ $n \leq \frac{3}{4}$
⑤ ㉠ $m \geq \frac{2}{3}$ ㉡ $n < \frac{3}{4}$

해설




㉠: 그림처럼, ㉠보다 위에 있을 때 교점이 3개 이다.

$0 = m\left(\frac{1}{2} + 1\right) - 1$ 에서 $m = \frac{2}{3}$

$\therefore m$ 의 범위는 $m > \frac{2}{3}$

㉡: 그림의 ㉡보다 왼쪽에 있을 때 교점이 2 개이다.

$y = 2$일 때의 교점은 $2 = \left|\frac{1}{x-1} + 2\right|$

에서

$\left(\frac{3}{4},\ 2\right)$

$\therefore\ n = \frac{3}{4}$

$\therefore n$의 범위는 $n \leq \frac{3}{4}$