1. 집합 $A=\{x \mid x$는 20 이하의 홀수 $\}$의 부분집합 중에서 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 <u>않는</u> 부분집합의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ \cdots,\ 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19는 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{10-2-7}=2^1=2$ (개)

2. 두 집합 $A=\{x \mid x$는 a 의 약수$\}$, $B=\{1,\ 2,\ 4,\ 7,\ 14,\ 28\}$에 대하여 $A \subset B$이고 $B \subset A$일 때, a의 값은?

① 7　② 14　③ 28　④ 32　⑤ 56

해설

$A \subset B$이고 $B \subset A$는 $A=B$이다. 집합 B는 28 의 약수들의 모임이므로 $a=28$이다.

3. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{a\}, B - A = \{c\}, A^c \cap B^c = \{b, e\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?

① $\{b\}$ ② $\{d\}$ ③ $\{b, d\}$

④ $\{b, c, d\}$ ⑤ $\{d, e\}$

해설

$A - B = \{a\}, B - A = \{c\}, A^c \cap B^c = \{b, e\}$ 이므로 $A \cap B = \{d\}$ 이다.

4. 다음은 실수 a, b 에 대하여 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 이성립함을 증명한 것이다.

> (증명) $|a+b| \geq 0, |a|+|b| \geq 0$ 이므로
> $|a+b|^2 \leq (|a|+|b|)^2$ 을 증명하면 된다.
> $(|a|+|b|)^2 - |a+b|^2$
> $= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2$
> $= a^2 + 2|ab| + b^2 - a^2 - 2ab - b^2$
> $= 2(|ab| - ab)$
> 그런데, (가) 이므로 $2(|ab| - ab) \geq 0$
> $\therefore\ |a+b|^2 \leq (|a|+|b|)^2$
> 따라서 $|a+b| \leq |a|+|b|$
> 여기서, 등호가 성립하는 경우는 (나) 일 때,
> 즉, $ab \geq 0$ 일 때이다.

위의 증명 과정에서 (가), (나) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① $|ab| \geq ab, a = b$

② $|ab| \geq ab, |ab| = ab$

③ $|ab| \leq ab, |ab| = ab$

④ $|ab| = ab, a = 0$

⑤ $|ab| = ab, a = b$

해설

(가) : $|ab| \geq ab$($\because$ $|ab|$는 항상 양수)

(나) : $2(|ab| - ab) = 0$ 일 때, 즉 $|ab| = ab$

5. 집합 $A=\{1,2,3\}$ 와 $B=\{1,2,3,4\}$ 에서 A 에서 B로의 함수의 개수를 a, 일대일 함수의 개수를 b, 상수함수의 개수를 c라 할 때, $a+b+c$의 값을 구하면?

① 64 ② 32 ③ 128 ④ 92 ⑤ 48

해설

(1) 함수의 개수 : 1, 2, 3, 4 를 중복 가능하게 3 번 선택하여 늘어놓는 경우와 같으므로

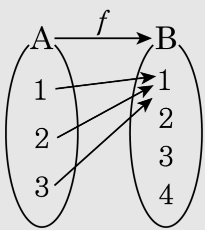
$\therefore\ a=4\times4\times4=64$

(2) 일대일 함수의 개수 : 1, 2, 3, 4 를 중복 없이 3 번 선택하여 늘어놓는 경우이므로

$\therefore\ b=4\times3\times2=24$

(3) 상수함수의 개수 : 그림과 같이 1, 2, 3, 4 중 한 원소에만 대응되는 경우이므로

$\therefore c=4$



$\therefore\ a+b+c=92$

6. 두 함수 $f(x) = x - 1, g(x) = x^2 + 4$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ f))(x) = 18$ 을 만족하는 실수 x 의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$
\begin{aligned}
(f \circ (g \circ f))(x) &= f(g(f(x))) = f(g(x-1)) \\
&= f((x-1)^2 + 4) \\
&= f(x^2 - 2x + 5) \\
&= (x^2 - 2x + 5) - 1 \\
&= x^2 - 2x + 4
\end{aligned}
$$

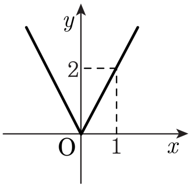
$(f \circ (g \circ f))(x) = 18$

이므로 $x^2 - 2x + 4 = 18,\ x^2 - 2x - 14 = 0$

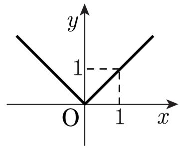
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 구하는 x 의 값의 합은 2 이다.

7. 다음 중 함수 $y = x + |x|$의 그래프는?

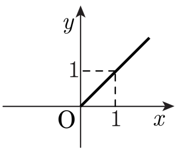
①



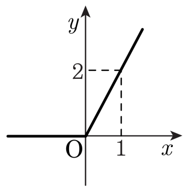
②



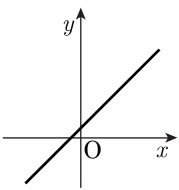
③



④



⑤



해설

$y = x + |x|$ 에서

$x \leq 0$ 일 때 $y = x - x = 0$ 이고

$x > 0$ 일 때 $y = x + x = 2x$ 이다.

따라서 주어진 함수의 그래프는 ④와 같다.

8. 등식 $\dfrac{1}{x(x+1)} = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1}$ 이 x에 대한 항등식이 될 때, $A-B$의 값을 구하면? (단, A, B 는 상수)

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

주어진 식의 우변을 정리하면

$$\frac{A(x+1)+Bx}{x(x+1)} = \frac{(A+B)x+A}{x(x+1)}$$

따라서 $\dfrac{(A+B)x+A}{x(x+1)} = \dfrac{1}{x(x+1)}$ 이므로

$A+B=0,\ A=1$

$\therefore\ B=-1$

$\therefore\ A-B = 1-(-1) = 2$

9. 등식 $\dfrac{255}{157} = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cfrac{1}{e}}}}$ 을 만족시키는 자연수 $a,\ b,\ c,\ d,\ e$ 의 합은?

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

$$\frac{225}{157} = 1 + \frac{68}{157} = 1 + \cfrac{1}{\cfrac{157}{68}} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{21}{68}}$$

$$= 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{5}{21}}} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{5}}}}$$

$\therefore\ a = 1,\ b = 2,\ c = 3,\ d = 4,\ e = 5$

$\therefore\ a + b + c + d + e = 15$

10. 보기의 함수 중 평행이동한 그래프가 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = \dfrac{-x-1}{x-1}$	㉡ $y = \dfrac{x}{x-1}$	㉢ $y = \dfrac{-2x-1}{x+1}$

① ㉡　② ㉢　③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x축으로 α만큼, y축으로 β만큼 평행이동시키면

$y = \dfrac{1}{x-\alpha} + \beta$꼴이 된다.

㉠ $y = \dfrac{-x-1}{x-1} = \dfrac{-(x-1)-2}{x-1} = -\dfrac{2}{x-1} - 1$

㉡ $y = \dfrac{x}{x-1} = \dfrac{(x-1)+1}{x-1} = \dfrac{1}{x-1} + 1$

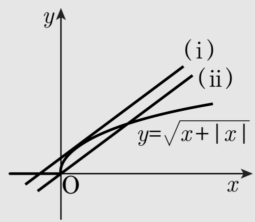
㉢ $y = \dfrac{-2x-1}{x+1} = \dfrac{-2(x+1)+1}{x+1} = \dfrac{1}{x+1} - 2$

따라서, 구하는 함수는 ㉡, ㉢이다.

11. 함수 $y = \sqrt{x+|x|}$와 직선 $y = x+k$가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하면?

① $-1 < k < 0$　② $-1 < k \leq 0$　③ $0 < k < \frac{1}{2}$
④ $0 \leq k < \frac{1}{2}$　⑤ $0 < k \leq \frac{1}{2}$

해설



$x \geq 0$일 때 $y = \sqrt{2x}$이고 $x < 0$일 때
$y = 0$이므로
$y = \sqrt{x+|x|}$의 그래프는
그림과 같고 직선 $y = x+k$와 서로 다른
세 점에서 만나려면
(i)과 (ii)사이에 존재해야 한다.
① 곡선 $y = \sqrt{2x}$와 직선 $y = x+k$가 접할 때
$\sqrt{2x} = x+k$에서 $2x = (x+k)^2$
$x^2 + 2(k-1)x + k^2 = 0$
이 방정식의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - k^2 = 0, \quad -2k+1 = 0$
$\therefore k = \frac{1}{2}$
② 직선 $y = x+k$가 원점을 지날 때 $k = 0$
①, ②에서 구하는 k의 값의 범위는 $0 < k < \frac{1}{2}$

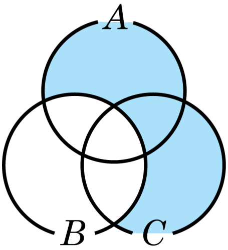
12. 집합 $A = \{(a,\ b) \mid a \times b = 9,\ a,\ b$는 자연수$\}$ 일 때, 집합 $n(A)$ 를 바르게 구한 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$1 \times 9 = 3 \times 3 = 9 \times 1 = 9$ 이므로 원소나열법으로 나타내면
$A = \{(1,\ 9),\ (3,\ 3),\ (9,\ 1)\}$ 이다.
$\therefore\ n(A) = 3$

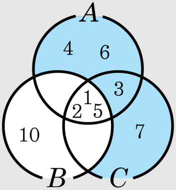
13. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



① $(A \cap B) - C$ ② $(A \cap C) - B$ ③ $(A \cup B) - C$

④ $(A \cup C) - B$ ⑤ $(B \cup C) - A$

해설



색칠한 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup C) - B$ 이다.

14. 실수 x에 대하여 두 조건 p : $a \le x \le 1$, q : $x \ge -1$이 있다. 명제 $p \to q$를 참이 되게 하는 상수 a 의 범위는?

① $a > 1$ ② $a \le 1$ ③ $-1 \le a \le 1$

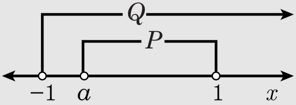
④ $a \ge -1$ ⑤ $a \le -1$

해설

조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q라 하자.

(i) $a > 1$일 때, $P = \varnothing$ 이므로 $P \subset Q$ $\therefore$ $a > 1$

(ii) $a \le 1$ 일 때, 수직선에 나타내면



$\therefore$ $-1 \le a \le 1$

(i), (ii)에서 $a \ge -1$

15. 다음 중 명제와 그 역이 <u>모두</u> 참인 것은?

① $xy \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 또는 $y \geq 0$

② $x + y \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 이고 $y \geq 0$

③ $x \geq y$ 이면 $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{y}$

④ $x \leq 2$ 이면 $|x-1| \leq |x-3|$

⑤ $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$

해설

① 거짓 : (반례) $x = -2,\ y = -1$ 일 때,
$xy = 2 \geq 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이고 $-1 < 0$ 이다.
② 거짓 : (반례) $x = -2,\ y = 3$ 일 때,
$x + y = -2 + 3 \geq 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이고 $3 > 0$ 이다.
③ 거짓 : (반례) $x = 2,\ y = -2$ 일 때,
$2 \geq -2$ 이지만 $\frac{1}{2} > -\frac{1}{2}$ 이다.
④ $|x-1| \leq |x-3|$ 의 양변을 제곱하면
$x^2 - 2x + 1 \leq x^2 - 6x + 9$ 에서 $x \leq 2$ 이므로 원래의 명제와 그 역이 모두 참이다.
⑤ 명제 '$a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$' 은 참이지만, 그의 역 '$a^2 + b^2 > 0$ 이면 $a > 0$ 이고 $b > 0$'은 거짓이다.

16. 다음 중 항상 성립하는 부등식이 아닌 것은?(a, b, c 는 모두 양수)

① $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

② $\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$

③ $a^3 + b^3 \geq ab(a+b)$

④ $a^2 - 1 > a$

⑤ $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$

해설

$a > 0, b > 0, c > 0$

① $\dfrac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \dfrac{a+b-2\sqrt{ab}}{2}$

$= \dfrac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{2} \geq 0$

$\therefore \dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (등호 성립조건은 $a = b$)

② $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - (\sqrt{a+b})^2$

$= a + b + 2\sqrt{ab} - (a+b) = 2\sqrt{ab} \geq 0$

$\therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$(단 $a = b$ 일때 등호성립)

③ $a^3 + b^3 - ab(a+b)$

$= (a+b)(a^2 - ab + b^2) - ab(a+b)$

$= (a+b)(a^2 - 2ab + b^2)$

$= (a+b)(a-b)^2 \geq 0$

$\therefore a^3 + b^3 \geq ab(a+b)$ (등호 성립조건은 $a = b$)

④ (반례) $a = 1$

$1^2 - 1 > 1, 0 > 1$

$\therefore$ 거짓

⑤ a, b, c 가 모두 양수이므로

$a + b \geq 2\sqrt{ab}$ (등호 성립조건은 $a = b$)

$b + c \geq 2\sqrt{bc}$ (등호 성립조건은 $b = c$)

$c + a \geq 2\sqrt{ca}$ (등호 성립조건은 $c = a$)

$\therefore (a+b)(b+c)(c+a) \geq 8\sqrt{a^2b^2c^2} = 8abc$

(등호 성립조건은 $a = b = c$)

17. $0 \le x \le 1$ 일 때 $f(x)=x(1-x)$ 이고 모든 실수 x에 대하여 $f(x+1)=\frac{1}{2}f(x)$를 만족하는 함수 $f(x)$가 있다. 이 때 $f\left(\frac{5}{2}\right)$의 값은?

① $-\frac{3}{16}$ ② $-\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$f(x+1)=\frac{1}{2}f(x) \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}f(x-1)$$

$$f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{1}{2}f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{16}$$

18. 집합 $A = \{x | 0 \le x \le 2\}$ 에 대하여 함수 $f : A \rightarrow A$ 를 $f(x) = \begin{cases} x+1 & (0 \le x \le 1) \\ x-1 & (1 < x \le 2) \end{cases}$ 와 같이 정의한다. 이 때, $f\left(\frac{1}{3}\right) + f^2\left(\frac{1}{3}\right) + \cdots + f^{30}\left(\frac{1}{3}\right)$ 의 값은?

(단, $f^2 = f \circ f$, $f^3 = f \circ f \circ f$, $\cdots$)

① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$

$$f^2\left(\frac{1}{3}\right) = f\left(f\left(\frac{1}{3}\right)\right) = f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$$

$$f^3\left(\frac{1}{3}\right) = f\left(f^2\left(\frac{1}{3}\right)\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$

$$\vdots$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{3}\right) + f^2\left(\frac{1}{3}\right) + \cdots + f^{30}\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$= \left\{f\left(\frac{1}{3}\right) + f^3\left(\frac{1}{3}\right) + \cdots + f^{29}\left(\frac{1}{3}\right)\right\} + \left\{f^2\left(\frac{1}{3}\right) + f^4\left(\frac{1}{3}\right) + \cdots + f^{30}\left(\frac{1}{3}\right)\right\}$$

$$= 15 \cdot \frac{4}{3} + 15 \cdot \frac{1}{3} = 25$$

19. 양의 실수에서 정의된 두 함수 $f(x)=x^2+2x$, $h(x)=\dfrac{100x+200}{f(x)}$ 에 대하여 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $(h\circ g)(8)$ 의 값은?

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$g(8)=k$ 라고 하면 $f(k)=8$ 이다.

$\Rightarrow k^2+2k=8$

$\Rightarrow k=-4,2 \Rightarrow k=2(\because\ k>0)$

$\therefore\ (h\circ g)(8)=h(g(8))=h(2)$

$$=\frac{100\times 2+200}{f(2)}=50$$

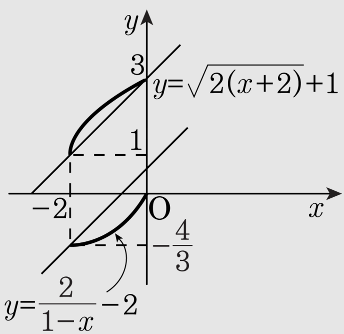
20. 정의역이 $\{x | -2 \le x \le 0\}$ 인 두 함수 $y = \sqrt{2(x+2)}+1$, $y = \dfrac{2}{1-x}-2$ 에 대하여 $y = x + r$ 의 그래프가 $y = \sqrt{2(x+2)}+1$ 의 그래프보다는 아래에 있고 $y = \dfrac{2}{1-x}-2$ 의 그래프 보다는 위에 있을 때, r 은 범위가 $r_1 < r < r_2$ 라고 한다. $3r_1 - r_2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$-2 \le x \le 0$ 에서

$y = \sqrt{2(x+2)}+1$ 과 $y = \dfrac{2}{1-x}-2$ 의 그래프를 나타내면 다음 그림과 같다.



이 때, $y = x + r$ 의 그래프가

$y = \sqrt{2(x+2)}+1$ 의 그래프보다

아래에 있으므로 $r < 3$

또한, $y = x + r$ 의 그래프가

$y = \dfrac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프보다

위에 있으므로 $r > \dfrac{2}{3}$

$\therefore \dfrac{2}{3} < r < 3$

따라서 $r_1 = \dfrac{2}{3}$, $r_2 = 3$ 이므로

$\therefore 3r_1 - r_2 = 3 \cdot \dfrac{2}{3} - 3 = -1$

21. 실수 전체의 집합의 부분집합 A 에 대하여 명제 '$x \in A$이면 $\frac{1}{2}x \in A$ 이다.' 가 참일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{2} \in A$ 이면 $0 \in A$ 이다.

② $x \in A$ 이고 $y \in A$ 이면 $x + y \in A$ 이다.

③ $x \in A$ 이고 $y \in A$ 이면 $xy \in A$ 이다.

④ A 가 유한집합이면 $2 \notin A$ 이다.

⑤ A 가 무한집합이면 $0 \in A$ 이다.

해설

A 가 유한집합이 되는 경우는 $A = \{0\}$ 일 때 뿐이다.

22. 다음 명제 ㉠, ㉡, ㉢가 각각 부등식 $(a-1)(b-1)(c-1)>0$이기 위한 무슨 조건인지 순서대로 적으면? (단, a, b, c는 실수)

> ㉠ a, b, c 중 적어도 하나는 1보다 크다.
>
> ㉡ a, b, c의 최댓값이 1보다 크다.
>
> ㉢ a, b, c의 최솟값이 1보다 크다.

① 필요, 충분, 필요충분
② 충분, 필요충분, 충분
③ 필요, 필요충분, 충분
④ 충분, 필요, 필요충분
⑤ 필요, 필요, 충분

해설

㉠ $(a-1)(b-1)(c-1)>0$ 이면, $a-1$, $b-1$, $c-1$ 중 하나 또는 셋이 양수이 므로 필요조건 역으로 $a=2$, $b=2$, $c=-3$ 이면 $(a-1)(b-1)(c-1)<0$ 이므로 충분조건은 아 니다.
∴ 필요조건

㉡ $(a-1)(b-1)(c-1)>0$ 이면 a, b, c 중 하나 또는 셋이 1 보다 크므로 최댓값은 1 보다 크다. 역으로 $a=2$, $b=2$, $c=-3$ 이면 $(a-1)(b-1)(c-1)<0$ 이므로 충분조건은 아니다.
∴ 필요조건

㉢ a, b, c 의 최솟값이 1 보다 크면 $(a-1)(b-1)(c-1)>0$ 이므로 충분조건 역으로 $a=2$, $b=0$, $c=0$ 이면 최솟값은 0 이 므로 필요조건은 아니다.
∴ 충분조건

23. $\sqrt{17+\sqrt{288}}$의 소수 부분을 x라 할 때, $\sqrt{\dfrac{x+2+\sqrt{4x+x^2}}{x+2-\sqrt{4x+x^2}}}$의 값을 구하면?

① $\sqrt{2}+1$ ② $\sqrt{3}+1$ ③ $\sqrt{2}-1$

④ $\sqrt{3}-1$ ⑤ $\sqrt{5}-2$

해설

$\sqrt{17+\sqrt{288}}$

$=\sqrt{17+2\sqrt{72}}$

$=\sqrt{9}+\sqrt{8}$ $(\leftarrow 17=9+8,\ 72=9\times 8)$

$=3+2\sqrt{2}$ $(\leftarrow \sqrt{2}=1.4\times\times)$

$=5.8\times\times$ 이므로 소수부분은 $3+2\sqrt{2}-5$이다.

$\therefore\ x=2\sqrt{2}-2\quad \therefore x+2=2\sqrt{2}$

또, $x^2+4x+4=(x+2)^2$이므로

$x^2+4x=(x+2)^2-4=(2\sqrt{2})^2-4=4$

따라서 준식에 $x+2=2\sqrt{2}$

$x^2+4x=4$를 대입시키면

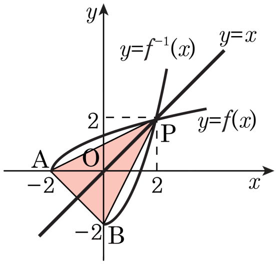
$\sqrt{\dfrac{x+2+\sqrt{4x+x^2}}{x+2-\sqrt{4x+x^2}}}$

$=\sqrt{\dfrac{2\sqrt{2}+2}{2\sqrt{2}-2}}$

$=\sqrt{\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}}=\sqrt{\dfrac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}}$

$=\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}=\sqrt{2}+1$

24. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+2}$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 그래프와 x축이 만나는 점을 A, $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프와 y축이 만나는 점을 B라 하자. $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 만나는 교점을 P라고 할 때, 삼각형 ABP 의 넓이를 구하면?

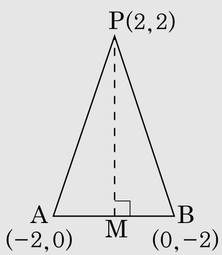


① 5　② 6　③ $4\sqrt{2}$

④ 8　⑤ 10

해설

$y = f(x) = \sqrt{x+2}$ 의 정의역은 $\{x \mid x \geq -2\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$
x 와 y 를 서로 바꾸면 $x = \sqrt{y+2}$
y 에 관하여 정리하면 $y = x^2 - 2$
따라서 $y = f^{-1}(x) = x^2 - 2$ 이고,
정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq -2\}$
이때, $y = f(x)$ 와
$y = f^{-1}(x)$ 의 교점은
$y = f(x)$ 와 $y = x$ 의
교점과 같다.



$\sqrt{x+2} = x,\ x+2 = x^2$
$x^2 - x - 2 = 0$,
$x = 2$ 또는 $x = -1$
$\therefore x = 2,\ y = 2(\because x > 0)$
$\therefore \mathrm{P}(2,\ 2)$
$\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점을 M이라 하면 $\mathrm{M}\ (-1,\ -1)$
$\triangle\mathrm{ABP}$ 는 $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{BP}}$ 인 이등변삼각형이므로
$\overline{\mathrm{AB}} \perp \overline{\mathrm{PM}}$ 이다.
$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$
$\overline{\mathrm{PM}} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$
따라서 $\triangle\mathrm{ABP}$ 의 넓이를 S라 하면

$$\mathrm{S} = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AB}} \times \overline{\mathrm{PM}} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6$$

25. 세 집합 $A=\{(x,y)\mid y=m(x+1)-1, m\text{은 실수}\}$ $B=\{(x,\ y)\mid y=\left|\dfrac{1}{x-1}+2\right|,\ x\neq 1\text{인실수}\}$

$C=\{(x,y)\mid y=\sqrt{x-n}+2, x\geq n\text{인 실수}\}$ 에 대하여 $n(A\cap B)=3$ 이기 위한 m의 범위는 ㉠ $n(B\cap C)=2$ 이기 위한 n 의 범위는 ㉡이다. 빈 칸에 들어갈 값으로 알맞게 짝지은 것은?

① ㉠ $m\geq\dfrac{1}{2}$ ㉡ $n\geq 1$

② ㉠ $m\geq\dfrac{3}{2}$ ㉡ $n<1$

③ ㉠ $m>\dfrac{3}{2}$ ㉡ $n\geq\dfrac{3}{4}$

④ ㉠ $m>\dfrac{2}{3}$ ㉡ $n\leq\dfrac{3}{4}$

⑤ ㉠ $m\geq\dfrac{2}{3}$ ㉡ $n<\dfrac{3}{4}$

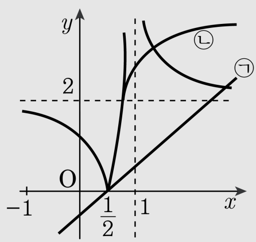
해설

㉠: 그림처럼, ㉠보다 위에 있을 때 교점이 3개 이다.

$0=m\left(\dfrac{1}{2}+1\right)-1$에서 $m=\dfrac{2}{3}$

$\therefore m$ 의 범위는 $m>\dfrac{2}{3}$

㉡: 그림의 ㉡보다 왼쪽에 있을 때 교점이 2 개이다.



$y=2$일 때의 교점은 $2=\left|\dfrac{1}{x-1}+2\right|$

에서

$\left(\dfrac{3}{4},\ 2\right)$

$\therefore\ n=\dfrac{3}{4}$

$\therefore n$의 범위는 $n\leq\dfrac{3}{4}$