

1. 다음 주머니에 들어있는 구슬에 쓰여진 숫자들의 평균을 구하면?



① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

(평균) = $\frac{\{(\text{변량})\text{의 총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의 개수}\}}$ 이므로

$$\frac{2 + 4 + 5 + 6 + 8}{5} = \frac{25}{5} = 5 \text{이다.}$$

2. 다음 중에서 표준편차가 가장 큰 것은?

① 1, 10, 1, 10, 1, 10

② 4, 6, 4, 6, 4, 6

③ 1, 10, 3, 10, 5, 10

④ 5, 5, 5, 5, 5, 5

⑤ 4, 6, 4, 6, 1, 10

해설

① 각 변량들이 평균에서 가장 멀리 분포하고 있다.

3. 다음 표는 종후네 학교의 각반의 수학성적 편차를 나타낸 것이다. a 의 값을 구하여라.

회	1	2	3	4	5	6	7	8
편차	3	2	-2	1	-1	-2	a	3

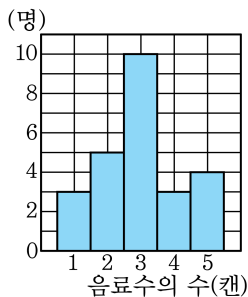
▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

회	1	2	3	4	5	6	7	8
편차	3	2	-2	1	-1	-2	-4	3

4. 다음은 정희네반 학생의 25명이 일주일간 먹은 음료수 수를 나타낸 히스토그램이다. 학생들이 일주일간 먹은 음료수 수의 분산과 표준편차를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 분산 : 1.44 또는 $\frac{36}{25}$

▷ 정답 : 표준편차 : 1.2 또는 $\frac{6}{5}$

해설

$$\text{평균: } \frac{3 + 2 \times 5 + 3 \times 10 + 4 \times 3 + 5 \times 4}{25} = 3$$

$$\text{편차: } -2, -1, 0, 1, 2$$

$$\text{분산: } \frac{(-2)^2 \times 3 + (-1)^2 \times 5 + 1^2 \times 3 + 2^2 \times 4}{25}$$

$$= 1.44$$

$$\text{표준편차: } \sqrt{1.44} = 1.2$$

5. 다음 표는 9 명의 학생에 대한 턱걸이 횟수의 기록을 나타낸 것이다. 이때, 턱걸이 횟수에 대한 중앙값과 최빈값을 구하여라.

횟수	4	5	6	7	8	합계
학생의 수	3	2	2	1	1	9

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 5

▷ 정답 : 최빈값 : 4

해설

변량을 순서대로 나열하면

4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 8이므로 중앙값은 5이고, 학생 수가 가장 많은 턱걸이 횟수인 4가 최빈값이다.

6. 영이의 4 회에 걸친 음악 성적이 90, 84, 88, 94 이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 90 점 되겠는가?

- ① 88 점 ② 90 점 ③ 92 점 ④ 94 점 ⑤ 96 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$(\text{평균}) = \frac{90 + 84 + 88 + 94 + x}{5} = 90, \quad \frac{356 + x}{5} = 90, \quad 356 +$$

$$x = 450 \quad \therefore x = 94$$

따라서 94 점을 받으면 평균 90 점이 될 수 있다.

7. 다음은 A , B 두 명의 학생의 턱걸이 횟수의 기록을 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 큰 학생을 구하여라.

	1회	2회	3회	4회	5회
A	8	9	8	7	9
B	7	9	8	10	6

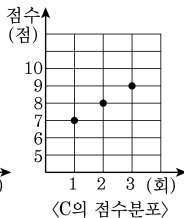
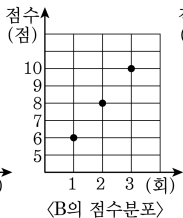
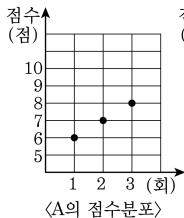
▶ 답 :

▷ 정답 : B

해설

A , B 의 평균은 모두 8 이다. 표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 표준편차가 큰 학생은 B 이다.

8. 다음은 A, B, C 세 사람의 3 회에 걸친 턱걸이 횟수의 기록을 나타낸 그래프이다. 이 중 표준편차가 다른 한 사람은 누구인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : B

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 A, C 의 표준편차는 같다.

9. 다음 자료들 중에서 표준편차가 가장 작은 자료와 가장 큰 자료를 차례대로 나열하여라.

㉠ 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 7

㉡ 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10

㉢ 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4

㉣ 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2

㉤ 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3

㉥ 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 6

▶ 답 :

▶ 답 :

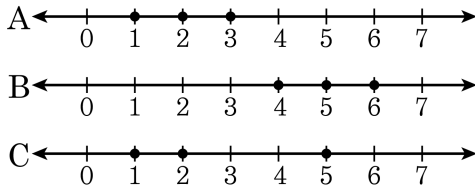
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉠

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 작은 것은 ㉡, 가장 큰 것은 ㉠이다.

10. 다음은 A, B, C 가 3 회에 걸쳐 활을 쏜 기록을 나타낸 그래프이다.



A, B, C 의 활을 쏜 점수의 표준편차를 각각 a , b , c 라고 할 때, a , b , c 의 대소 관계는?

① $a = b = c$

② $a = b < c$

③ $a < b = c$

④ $a = b > c$

⑤ $a < b < c$

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 A, B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 A, B 의 표준편차보다 크다.

11. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 중간 고사 수학 성적의 편차를 나타낸 표이다. 이 자료의 표준편차는?

학급	A	B	C	D	E
편차(점)	-3	2	0	-1	2

① $\sqrt{3}$ 점

② $\sqrt{3.3}$ 점

③ $\sqrt{3.6}$ 점

④ $\sqrt{3.9}$ 점

⑤ $\sqrt{4.2}$ 점

해설

분산은

$$\frac{(-3)^2 + 2^2 + 0^2 + (-1)^2 + 2^2}{5} = \frac{18}{5} = 3.6$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{3.6}$ 점 이다.

12. 다음은 A, B, C, D, E 5 명의 학생의 영어 성적의 편차를 나타낸 표이다. 이 5 명의 수학 성적의 평균이 8 점 일 때, A 의 성적과 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

	A	B	C	D	E
편차(점)	-1	2	0	x	1

- ① 5 점, $\sqrt{2}$ 점 ② 6 점, $\sqrt{2}$ 점 ③ 6 점, $\sqrt{3}$ 점
 ④ 7 점, $\sqrt{2}$ 점 ⑤ 8 점, $\sqrt{3}$ 점

해설

A 의 성적은 $8 - 1 = 7$ (점)

또한, 편차의 합은 0 이므로

$$-1 + 2 + 0 + x + 1 = 0$$

$$x + 2 = 0, \therefore x = -2$$

따라서 분산이

$$\frac{(-1)^2 + 2^2 + 0^2 + (-2)^2 + 1^2}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{2}$ 점 이다.

13. 다음은 5 명의 학생의 50m 달리기 결과의 편차를 나타낸 표이다.
이 5 명의 50m 달리기 결과의 평균이 7점 일 때, 영진이의 성적과
표준편차를 차례대로 나열한 것은?

이름	윤숙	태경	혜진	도경	영진
편차(점)	-1	1.5	x	0.5	0

- ① 5 점, $\sqrt{0.8}\text{kg}$ ② 6 점, $\sqrt{0.9}\text{kg}$ ③ 6 점, 1kg
 ④ 7 점, $\sqrt{0.9}\text{kg}$ ⑤ 8 점, 1kg

해설

영진이의 성적은 $7 - 0 = 7(\text{점})$

또한, 편차의 합은 0 이므로

$$-1 + 1.5 + x + 0.5 + 0 = 0, \quad x + 1 = 0 \quad \therefore x = -1$$

따라서 분산이

$$\frac{(-1)^2 + 1.5^2 + (-1)^2 + 0.5^2 + 0^2}{5} = \frac{4.5}{5} = 0.9$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{0.9}\text{kg}$ 이다.

14. 다음 표는 A, B, C, D, E 인 5 명의 학생의 수학 쪽지 시험의 결과를 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
변량(점)	7	9	6	7	6

① 1

② 1.2

③ 1.4

④ 1.6

⑤ 1.8

해설

주어진 자료의 평균은

$$\frac{7+9+6+7+6}{5} = \frac{35}{5} = 7(\text{점})$$

이므로 각 자료의 편차는 0, 2, -1, 0, -1 이다.

따라서 분산은

$$\frac{0^2 + 2^2 + (-1)^2 + 0^2 + (-1)^2}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

15. 다음은 5 명의 학생 A, B, C, D, E 의 한달 간의 인터넷 이용 시간의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. A, B, C, D, E 중 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은?

이름	A	B	C	D	E
평균(시간)	5	6	5	3	9
표준편차(시간)	2	0.5	1	3	2

① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어진다. 따라서 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은 표준편차가 가장 큰 D이다.

16. 성적이 가장 고른 학급은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	7	8	6	7	6
표준편차(점)	1	2	1.5	2.4	0.4

① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학급은 표준편차가 가장 작은 E이다.

17. 다음 표는 A, B, C, D, E 다섯 반의 학생들의 음악 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 학생들 간의 음악 실기 점수의 격차가 가장 작은 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

이름	A	B	C	D	E
평균(점)	72	85	83	77	81
표준편차(점)	1.6	2.1	1.5	2.4	1.1

① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 음악 실기 점수의 격차가 가장 작은 반은 표준편차가 가장 작은 E이다.

18. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 중간 고사 수학 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 다섯 반 중 성적이 가장 고른 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

이름	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	65	70	68
표준편차(점)	2.1	2	1.3	1.4	1.9

① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 C이다.

19. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 학급에 대한 학생들의 몸무게에 대한 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 학생들 간의 몸무게의 격차가 가장 큰 학급과 가장 작은 학급을 차례대로 나열한 것은?

이름	A	B	C	D	E
평균 (kg)	67	61	65	62	68
표준편차 (kg)	2.1	2	1.3	1.4	1.9

① A, B

② A, C

③ B, C

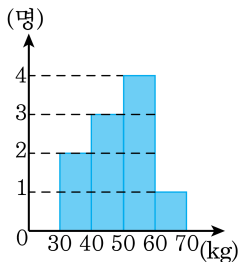
④ B, E

⑤ C, D

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어지므로 몸무게의 격차가 가장 큰 학급은 A이다. 또한, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 몸무게의 격차가 가장 작은 학급은 C이다.

20. 다음 그림은 영희네 분단 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 그린 히스토그램이다. 학생들 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 84

해설

학생들의 몸무게의 평균은
(평균)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10} \\
 &= \frac{490}{10} = 49(\text{kg})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{10} \{ (35 - 49)^2 \times 2 + (45 - 49)^2 \times 3 + (55 - 49)^2 \times 4 + (65 - 49)^2 \times 1 \} = \\
 &\frac{1}{10} (392 + 48 + 144 + 256) = 84 \\
 &\text{이다.}
 \end{aligned}$$

21. 다음은 학생 10 명의 국어 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 10 명의 국어 성적의 분산을 구하여라.

계급	계급값	도수	(계급값) $\times$ (도수)
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	60	3	180
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	70	3	210
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	80	2	160
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	90	2	180
계	계	10	730

▶ 답 :

▷ 정답 : 121

해설

학생들의 국어 성적의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{(\text{계급값}) \times (\text{도수})}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{730}{10} = 73(\text{점})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{10} \{ (60-73)^2 \times 3 + (70-73)^2 \times 3 + (80-73)^2 \times 2 + (90-73)^2 \times 2 \} \\
 &= \frac{1}{10} (507 + 27 + 98 + 578) = 121 \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

22. 다음은 어느 빵집에서 월요일부터 일요일까지 매일 판매된 크림빵의 개수를 나타낸 것이다. 하루 동안 판매된 크림빵의 개수의 중앙값이 20, 최빈값이 28일 때, 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합을 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
크림빵의 개수	14	y	4	18	x	28	21

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

최빈값이 28이므로 $x = 28$ 또는 $y = 28$ 이다.

$x = 28$ 이라고 하면 4, 14, 18, 21, 28, 28, y 에서 중앙값이 20이므로 $y = 20$ 이다.

따라서 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합은 $20 + 28 = 48$ 이다.

23. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.
- ② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.
- ⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

24. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 중앙값은 반드시 한 개 존재 한다.
- ㉡ 최빈값은 없을 수도 있다.
- ㉢ 자료의 개수가 짝수이면 중앙값은 없다.
- ㉣ 최빈값과 중앙값은 반드시 다르다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

해설

㉢ 자료의 개수가 짝수이면 중앙값은 없다. → 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.
㉣ 최빈값과 중앙값은 반드시 다르다. → 최빈값과 중앙값은 같을 수도 있다.

25. 수진이의 4 회에 걸친 영어 단어 쪽지 시험의 성적의 평균이 8.5 점이 었다. 5 회 째의 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 1 점 내렸다면 5 회 째의 성적을 구하여라.

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 3.5점

해설

4 회까지의 평균이 8.5 점이므로 4 회 시험까지의 총점은

$$8.5 \times 4 = 34(\text{점})$$

5 회까지의 평균은 8.5 점에서 1 점이 내린 7.5 점이므로 5 회째의 성적을 x 점이라고 하면

$$\frac{34 + x}{5} = 7.5, \quad 34 + x = 37.5 \quad \therefore x = 3.5(\text{점})$$

26. 철수의 4회에 걸친 수학 성적이 80, 82, 86, 76이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 84점이 되겠는가?

① 90 점

② 92 점

③ 94 점

④ 96 점

⑤ 98 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$(\text{평균}) = \frac{80 + 82 + 86 + 76 + x}{5} = 84$$

$$\frac{324 + x}{5} = 84$$

$$324 + x = 420$$

$$\therefore x = 96(\text{점})$$

27. 영희가 4회에 걸쳐 치른 음악 실기시험 성적은 15점, 18점, 17점, x 점이고, 최빈값은 18점이다. 5회의 음악 실기 시험 성적이 높아서 5회까지의 평균이 4회 까지의 평균보다 1점 올랐다면 5회의 성적은 몇 점인지 구하여라.



답 :

점



정답 : 22점

해설

최빈값이 18점이므로 $x = 18$ (점)이다.

4회까지의 평균은

$$\frac{15 + 18 + 17 + 18}{4} = \frac{68}{4} = 17(\text{점}) \text{이다.}$$

5회까지의 평균은 $17 + 1 = 18$ (점)이고 5회 성적을 y 점이라 하면

$$\frac{15 + 18 + 17 + 18 + y}{5} = 18(\text{점}) \text{이다.}$$

$$68 + y = 90$$

$$\therefore y = 22(\text{점})$$

28. 영이의 4 회에 걸친 수학 성적이 90, 84, 88, 94 점이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 90 점이 되는지 구하여라.

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 94점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 라 하면

$$(\text{평균}) = \frac{90 + 84 + 88 + 94 + x}{5} = 90$$

$$\therefore x = 450 - 356 = 94$$

29. 다음의 표준편차를 순서대로 x , y , z 라고 할 때, x , y , z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수

Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수

Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

① $x = y = z$

② $x = y < z$

③ $x < y = z$

④ $x = y > z$

⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.

이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.

한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

30. 5개의 변량 3, 5, x , 6, 8의 평균이 6일 때, 분산을 구하여라. (단, 소수로 쓸 것)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3.6

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3 + 5 + x + 6 + 8}{5} = 6$$

$$22 + x = 30$$

$$\therefore x = 8$$

변량의 편차는 -3, -1, 2, 0, 2이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 2^2 + 2^2}{5} = \frac{9 + 1 + 4 + 4}{5} = \frac{18}{5} = 3.6$$

31. 다음 표는 A, B, C, D, E 5명의 학생의 영어 성적의 편차를 나타낸 것이다. 이 때, 5명의 영어 성적의 표준편차를 구하여라.

학생	A	B	C	D	E
편차(점)	-5	0	10	x	5

▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$

해설

편차의 합은 0이므로

$$-5 + 0 + 10 + x + 5 = 0$$

$$\therefore x = -10$$

$$\frac{(-5)^2 + 10^2 + (-10)^2 + (-5)^2}{5}$$

$$= \frac{25 + 100 + 100 + 25}{5} = \frac{250}{5} = 50$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ 이다.

32. 다음은 수희의 5 회에 걸친 100m 달리기 기록이다. 달리기 기록의 평균이 16 초, 분산이 1.2초일 때, x, y 의 값을 각각 구하여라.(단 4 회보다 2 회의 기록이 더 좋았다.)

회차	1	2	3	4	5
기록(초)	17	x	16	y	14

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 17$

▷ 정답 : $y = 16$

해설

$$\frac{17 + x + 16 + y + 14}{5} = 16, x + y = 33 \text{ 이다.}$$

$$\frac{1 + (x - 16)^2 + 0 + (y - 16)^2 + 4}{5} = 1.2, (x - 16)^2 + (y - 16)^2 = 1 \text{ 이다.}$$

두 식을 연립해서 풀면, $x = 16, y = 17$ 이다.

33. 네 개의 변량 4, 6, a , b 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 20

② 40

③ 60

④ 80

⑤ 100

해설

변량 4, 6, a , b 의 평균이 5이므로

$$\frac{4 + 6 + a + b}{4} = 5, a + b + 10 = 20$$

$$\therefore a + b = 10 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 3 이므로

$$\frac{(4 - 5)^2 + (6 - 5)^2 + (a - 5)^2 + (b - 5)^2}{4} = 3$$

$$\frac{1 + 1 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25}{4} = 3$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a + b) + 52}{4} = 3$$

$$a^2 + b^2 - 10(a + b) + 52 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a + b) = -40 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a + b) - 40 = 10 \times 10 - 40 = 60$$

34. 네 개의 수 5, 8, a , b 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a , b 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5 + 8 + a + b}{4} = 4, a + b + 13 = 16$$

$$\therefore a + b = 3 \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 7 이므로

$$\frac{(5-4)^2 + (8-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2}{4} = 7$$

$$\frac{1 + 16 + a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16}{4} = 7$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 8(a+b) + 49}{4} = 7$$

$$a^2 + b^2 - 8(a+b) + 49 = 28$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 8(a+b) = -21 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B}$ 의 식에 $\textcircled{A}$ 을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 8(a+b) - 21 = 8 \times 3 - 21 = 3$$

35. 다섯 개의 수 5, 3, a , b , 10 의 평균이 4 이고, 분산이 4 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -34

해설

다섯 개의 수 5, 3, a , b , 10 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5 + 3 + a + b + 10}{5} = 4, a + b + 18 = 20$$

$$\therefore a + b = 2 \cdots \textcircled{7}$$

또, 분산이 4 이므로

$$\frac{(5-4)^2 + (3-4)^2 + (a-4)^2}{5} +$$

$$\frac{(b-4)^2 + (10-4)^2}{5} = 4$$

$$\frac{1 + 1 + a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16 + 36}{5} = 4$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 8(a+b) + 70}{5} = 4$$

$$a^2 + b^2 - 8(a+b) + 70 = 20$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 8(a+b) = -50 \cdots \textcircled{8}$$

⑧의 식에 ⑦을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 8(a+b) - 50 = 8 \times 2 - 50 = -34$$

36. 5개의 변량 $3, a, 4, 8, b$ 의 평균이 5이고 분산이 3일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 51

해설

5개의 변량의 평균이 5이므로 $a + b = 10$ 이다.

$$\frac{(3-5)^2 + (a-5)^2 + (4-5)^2}{5}$$

$$+ \frac{(8-5)^2 + (b-5)^2}{5} = 3$$

$$4 + (a-5)^2 + 1 + 9 + (b-5)^2 = 15$$

$$(a-5)^2 + (b-5)^2 = 1$$

$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 50 = 1$$

$$a^2 + b^2 - 10(10) + 50 = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 51$$

37. 다음 중 [보기] A, B, C 의 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

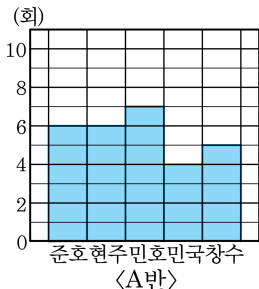
- A. 1 부터 50 까지의 자연수
- B. 51 부터 100 까지의 자연수
- C. 1 부터 100 까지의 홀수

- ① $C > A = B$
- ② $A > B = C$
- ③ $C > A > B$
- ④ $B > C > A$
- ⑤ $A = B = C$

해설

A 와 B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 이들보다 크다.

38. 다음은 A 반 학생 5 명과 B 반 학생 5 명의 턱걸이 횟수를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 어느 반 학생의 성적이 더 고르다고 할 수 있는가?



▶ 답 :

반

▶ 정답 : A반

해설

A 반 학생들의 턱걸이 횟수가 평균을 중심으로 변량의 분포가 더 고르다.

39. 3개의 변량 a, b, c 의 평균이 7, 분산이 8일 때, 변량 $5a, 5b, 5c$ 의 평균은 m , 분산은 n 이다. 이 때, $n - m$ 의 값은?

① 115

② 135

③ 165

④ 185

⑤ 200

해설

$$m = 5 \cdot 7 = 35, n = 5^2 \cdot 8 = 200$$

$$\therefore n - m = 200 - 35 = 165$$

40. 변량 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 의 평균이 4, 분산이 5 일 때, 변량 $3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \dots, 3x_n - 5$ 의 평균을 m , 분산을 n 이라 한다. 이 때, $m + n$ 의 값은?

① 50

② 51

③ 52

④ 53

⑤ 54

해설

$$(\text{평균}) = 3 \cdot 4 - 5 = 7 = m$$

$$(\text{분산}) = 3^2 \cdot 5 = 45 = n$$

$$\therefore m + n = 7 + 45 = 52$$

41. 다음 세 개의 변수 a, b, c 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $2a, 2b, 2c$ 의 표준편차는 a, b, c 의 표준편차의 2 배이다.
- ㉡ $a+2, b+2, c+2$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 2 만큼 크다.
- ㉢ $2a+1, 2b+1, 2c+1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 4 배이다.
- ㉣ $3a, 3b, 3c$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 3 배만큼 크다.

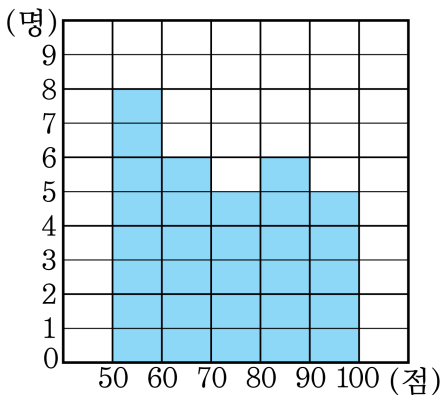
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ $2a+1, 2b+1, 2c+1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 2 배이다.

42. 다음은 희종이네 반 학생 30 명의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 희종이네 반 학생들의 수학 성적의 분산과 표준편차를 차례대로 구하면?



- ① $\frac{53}{2}, \frac{\sqrt{106}}{2}$ ② $\frac{161}{2}, \frac{\sqrt{322}}{2}$ ③ $\frac{571}{3}, 4\sqrt{11}$
 ④ $\frac{628}{3}, \frac{2\sqrt{471}}{3}$ ⑤ $\frac{525}{4}, 5\sqrt{21}$

해설

$$\text{평균: } \frac{55 \times 8 + 65 \times 6 + 75 \times 5 + 85 \times 6 + 95 \times 5}{30} = 73$$

$$\text{편차: } -18, -8, 2, 12, 22$$

$$\text{분산: } \frac{(-18)^2 \times 8 + (-8)^2 \times 6 + 2^2 \times 5 + 12^2 \times 6 + 22^2 \times 5}{30} = \frac{628}{3}$$

$$\text{표준편차: } \sqrt{\frac{628}{3}} = \frac{2\sqrt{471}}{3}$$

43. 다음 도수분포표는 어느 반에서 20명 학생의 체육 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 반 학생들의 체육 실기 점수의 분산과 표준편차는?

점수(점)	1	2	3	4	5
학생 수(명)	2	5	8	3	2

- ① 분산 : 1.15, 표준편차 : $\sqrt{1.15}$
 ② 분산 : 1.17, 표준편차 : $\sqrt{1.17}$
 ③ 분산 : 1.19, 표준편차 : $\sqrt{1.19}$
 ④ 분산 : 1.21, 표준편차 : $\sqrt{1.21}$
 ⑤ 분산 : 1.23, 표준편차 : $\sqrt{1.23}$

해설

$$\text{평균} : \frac{2 \times 1 + 2 \times 5 + 3 \times 8 + 4 \times 3 + 5 \times 2}{20} = 2.9$$

$$\text{편차} : -1.9, -0.9, 0.1, 1.1, 2.1$$

$$\begin{aligned} \text{분산} : & \frac{(-1.9)^2 \times 2 + (-0.9)^2 \times 5 + 0.1^2 \times 8}{20} + \\ & \frac{1.1^2 \times 3 + 2.1^2 \times 2}{20} = 1.19 \end{aligned}$$

$$\text{표준편차} : \sqrt{1.19}$$

44. 다음 도수 분포표는 어느 반 32명의 일주일 간 영어 공부 시간을 나타낸 것이다. 평균, 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

공부시간(시간)	학생 수(명)
0 ^{이상} ~ 2 ^{미만}	4
2 ^{이상} ~ 4 ^{미만}	2
4 ^{이상} ~ 6 ^{미만}	18
6 ^{이상} ~ 8 ^{미만}	6
8 ^{이상} ~ 10 ^{미만}	2
합계	32

① 5, 1

② 5, 2

③ 5, 4

④ 6, 3

⑤ 6, 4

해설

$$(\text{평균}) = \frac{1 \times 4 + 3 \times 2 + 5 \times 18 + 7 \times 6 + 9 \times 2}{32}$$

$$= 5$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-4)^2 \times 4 + (-2)^2 \times 2}{32}$$

$$+ \frac{0^2 \times 18 + 2^2 \times 6 + 4^2 \times 2}{32} = 4$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{4} = 2$$

45. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60 kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5 kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg

② 65.5 kg

③ 67 kg

④ 69 kg

⑤ 69.5 kg

해설

40명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400$ (kg)

전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261$ (kg)

전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139$ (kg)

$\therefore$ (전학생 2명의 몸무게의 평균) = $\frac{139}{2} = 69.5$ (kg)

46. 50 개의 변량 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{48}, a_{49}, a_{50}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50} = 200$ 이고, $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{48}^2 + a_{49}^2 + a_{50}^2 = 1400$ 일 때, 이 변량들의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50} = 200 \text{ 이므로 평균은}$$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50}}{50} = \frac{200}{50} = 4$$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $a_1 - 4, a_2 - 4, a_3 - 4, \dots, a_{48} - 4, a_{49} - 4, a_{50} - 4$ 이다.

따라서 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{1}{50} \{ (a_1 - 4)^2 + (a_2 - 4)^2 + (a_3 - 4)^2 + \dots + (a_{48} - 4)^2 + (a_{49} - 4)^2 + (a_{50} - 4)^2 \} \\ &= \frac{1}{50} \{ (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{48}^2 + a_{49}^2 + a_{50}^2) - 8(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50}) + 4^2 \times 50 \} \\ &= \frac{1400 - 8 \times 200 + 16 \times 50}{50} = 12 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

47. 다섯 개의 변량 1, 2, a , b , 3 의 평균이 2 이고, 분산이 4 일 때,
6, 8, $\frac{1}{3}a^2$, $\frac{1}{3}b^2$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{3}$

해설

다섯 개의 변량 1, 2, a , b , 3 의 평균이 2 이므로

$$\frac{1 + 2 + a + b + 3}{5} = 2, \quad a + b + 6 = 10$$

$$\therefore a + b = 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 4 이므로

$$\frac{(1 - 2)^2 + (2 - 2)^2 + (a - 2)^2}{5}$$

$$+ \frac{(b - 2)^2 + (3 - 2)^2}{5} = 4$$

$$\frac{1 + 0 + a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 + 1}{5} = 4$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 4(a + b) + 10}{5} = 4$$

$$a^2 + b^2 - 4(a + b) + 10 = 20$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 4(a + b) = 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 4(a + b) + 10 = 4 \times 4 + 10 = 26$$

따라서 6, 8, $\frac{1}{3}a^2$, $\frac{1}{3}b^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{4} \left(6 + 8 + \frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{3} \right) = \frac{1}{4} \left\{ 14 + \frac{1}{3}(a^2 + b^2) \right\} = \frac{17}{3} \text{ 이다.}$$

48. 다음 중 x 의 개수가 가장 많은 것을 구하여라.

㉠ $\sqrt{2} < x < \sqrt{4}$, 단 x 는 자연수

㉡ $-3\sqrt{2} \leq -\sqrt{x} < -2\sqrt{2}$, 단 x 는 정수

㉢ $2\sqrt{3} \leq \sqrt{x} \leq 4$, 단 x 는 자연수

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$\sqrt{2} < x < \sqrt{4}$ 이므로 $2 < x^2 < 4$ 이다.

따라서 자연수 x 는 없다.

$-3\sqrt{2} \leq -\sqrt{x} < -2\sqrt{2}$ 이므로 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2} < \sqrt{x} \leq 3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ 이다.

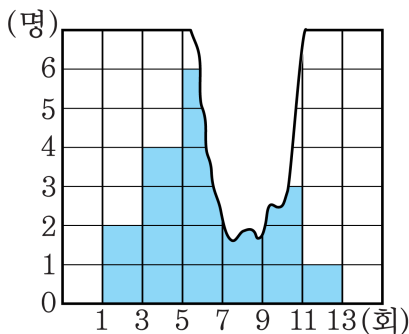
따라서 $8 < x \leq 18$ 이므로

따라서 정수 x 의 개수는 10개이다.

$2\sqrt{3} \leq \sqrt{x} \leq 4$ 이므로 $12 \leq x \leq 16$ 이다.

따라서 정수 x 의 개수는 5개이다.

49. 다음 그림은 어느 학급 학생 20 명의 턱걸이 횟수를 조사하여 나타낸 히스토그램의 일부이다. 이 자료의 분산을 구하여라. (단, 평균은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 7.4

해설

계급값 8 에 대한 도수를 x 라고 하면 도수의 합은 20명이므로

$$20 - (2 + 4 + 6 + 3 + 1) = 4 \quad \therefore x = 4$$

이때, 주어진 자료의 평균은

$$\frac{2 \times 2 + 4 \times 4 + 6 \times 6 + 8 \times 4 + 10 \times 3 + 12 \times 1}{20} = \frac{4 + 16 + 36 + 32 + 30 + 12}{20} = 6.5(\text{회}) \text{ 이므로 반올림하면}$$

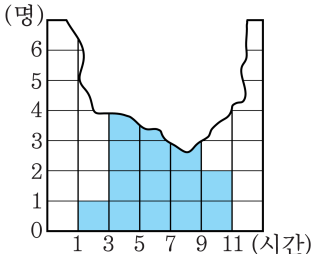
7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{1}{20} \{ (2-7)^2 \times 2 + (4-7)^2 \times 4 + (6-7)^2 \times 6 \\ & + (8-7)^2 \times 4 + (10-7)^2 \times 3 + (12-7)^2 \times 1 \} \\ & = \frac{1}{20} (50 + 36 + 6 + 4 + 27 + 25) = 7.4 \end{aligned}$$

이다.

50. 다음은 영웅이네 반 학생 20 명의 일주일 동안의 운동시간을 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 찢어졌다. 이때, 3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 30% 이고, 7 시간 미만인 학생은 모두 14명이다. 이 반 학생 20 명의 운동시간의 분산을 구하여라.(단, 소수 첫째자리에서 반올림 한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 30% 이므로 $20 \times \frac{30}{100} = 6$ (명)

7 시간 미만인 학생은 14 명이므로 $1 + 6 + x = 14$, $x = 7$

7 시간 이상 9 시간 미만의 도수는 $20 - (1 + 6 + 7 + 2) = 4$

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{2 \times 1 + 4 \times 6 + 6 \times 7 + 8 \times 4 + 10 \times 2}{20} \\
 &= \frac{2 + 24 + 42 + 32 + 20}{20} \\
 &= \frac{120}{20} = 6(\text{시간})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{20} \{ (2-6)^2 \times 1 + (4-6)^2 \times 6 + (6-6)^2 \times 7 + (8-6)^2 \times 4 + \\
 &(10-6)^2 \times 2 \} \\
 &= \frac{1}{20} (16 + 24 + 0 + 16 + 32) = 4.4(\text{시간}) \text{ 이므로 소수 첫째자리} \\
 &\text{에서 반올림하면 4이다.}
 \end{aligned}$$