

1. 한 개의 주사위를 던져 나오는 눈의 수가 2의 배수이거나 또는 3의 배수가 나오는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 4가지

해설

2의 배수가 나오는 경우는 2, 4, 6으로 3가지이고, 3의 배수가 나오는 경우는 3, 6으로 2가지 이다. 따라서 경우의 수는 4가지이다.

2. A, B, C, D, E의 5명이 있다. 3 명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수는?

① 15 가지

② 30 가지

③ 36 가지

④ 60 가지

⑤ 120 가지

해설

$$5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ (가지)}$$

3. 할아버지와 할머니가 맨 뒷줄에 앉고 나머지 3명의 가족을 앞줄에 일렬로 세우는 방법은 몇 가지인가?

① 6가지

② 12가지

③ 24가지

④ 48가지

⑤ 60가지

해설

할아버지와 할머니가 뒷줄에 앉는 방법은 2가지이고, 나머지 3명의 가족이 일렬로 서는 방법은 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)이다. 따라서 구하는 경우의 수는 $2 \times 6 = 12$ (가지)

4. A, B, C 세 명의 후보 중에서 대표 2 명을 뽑을 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는?

① 2 가지

② 3 가지

③ 4 가지

④ 5 가지

⑤ 6 가지

해설

3 명 중에서 2 명을 뽑아 일렬로 나열하는 경우는 $3 \times 2 = 6$ (가지)이다. 그런데 A, B가 대표가 되는 경우는 (A, B), (B, A)로 2 가지가 같고, 다른 경우도 모두 2 가지씩 중복된다. 그러므로 구하는 경우의 수는 $\frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 3$ (가지)이다.

5. 10 명이 모여 서로 악수를 주고받았다. 한 사람도 빠짐없이 서로 악수를 주고 받았다면 악수는 모두 몇 번 한 것인가?

① 10 번

② 20 번

③ 45 번

④ 90 번

⑤ 100 번

해설

서로 한 사람도 빠짐없이 악수를 한 경우의 수는 $\frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45$ (번)이다.

6. 다음 5장의 카드에서 두 장을 뽑을 때, 두 수의 곱이 홀수일 확률을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

(홀수) $\times$ (홀수) = (홀수) 이므로 두 수의 곱은 항상 홀수이다.

7. 주사위 두 개를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 합이 3 또는 6 일 확률은?

① $\frac{1}{36}$

② $\frac{5}{36}$

③ $\frac{7}{36}$

④ $\frac{1}{12}$

⑤ $\frac{5}{18}$

해설

합이 3일 확률은 (1, 2), (2, 1) 에서 $\frac{2}{36}$

합이 6일 확률은 (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1) 에서 $\frac{5}{36}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} + \frac{5}{36} = \frac{7}{36}$

8. 주머니 속에 파란 공이 3개, 빨간 공이 5개 들어 있다. 처음 꺼낸 공을 확인하고 다시 넣은 후 또 한 개의 공을 꺼낼 때, 두 공 모두 파란 공일 확률은?

① $\frac{3}{28}$

② $\frac{9}{64}$

③ $\frac{1}{10}$

④ $\frac{7}{9}$

⑤ $\frac{6}{25}$

해설

첫 번째 꺼낸 공이 파란 공일 확률은 $\frac{3}{8}$

두 번째 꺼낸 공이 파란 공일 확률은 $\frac{3}{8}$

두 번 모두 꺼낸 공이 파란 공일 확률은

$$\frac{3}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{9}{64} \text{ 이다.}$$

9. 10개의 제비 중 당첨 제비가 4개 들어 있는 주머니에서 A, B, C 세 사람이 순서대로 한 번씩 제비를 뽑을 때, A만 당첨될 확률은? (단, 뽑은 제비는 다시 넣지 않는다.)

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{5}$

④ $\frac{1}{6}$

⑤ $\frac{1}{10}$

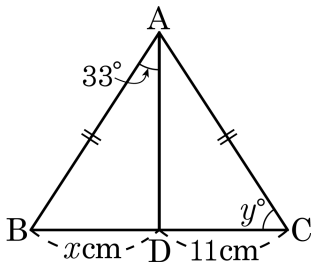
해설

A가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{4}{10}$

B, C가 당첨 제비를 뽑지 않을 확률은 각각 $\frac{6}{9}$, $\frac{5}{8}$

A만 당첨될 확률은 $\frac{4}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{1}{6}$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D라 하자. $\overline{DC} = 11\text{cm}$, $\angle BAD = 33^\circ$ 일 때, $x + y$ 의 값은?



① 48

② 58

③ 68

④ 78

⑤ 88

해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$$\overline{BD} = \overline{DC} = 11\text{cm}$$

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$$y = \frac{1}{2}(180^\circ - 66^\circ) = 57^\circ$$

$$\therefore x + y = 11 + 57 = 68$$

11. 10원짜리 동전 4개, 100원짜리 동전 5개, 500원짜리 동전 2개를 써서 지불할 수 있는 금액은 몇 가지인지 구하여라. (단, 0원을 지불하는 것은 제외한다.)

▶ 답: 가지

▷ 정답: 79가지

해설

100원짜리 동전 5개로 지불할 수 있는 금액이 500원짜리 동전 1개와 같으므로, 500원짜리 2개를 100원짜리 10개로 간주한다. 따라서 구하고자 하는 경우의 수는 10원짜리 4개, 100원짜리 15개로 지불할 수 있는 금액의 가지 수이다.

$$\therefore 5 \times 16 - 1 = 79(\text{가지})$$

12. 경수네 어머니는 빨란색, 파란색, 분홍색, 검은색 모자 4개와 파란색, 분홍색, 검은색, 흰색 안경이 4개가 있다. 모자와 안경을 같이 쓰는 방법의 수를 구하여라.(단, 모자와 같은 색의 안경은 쓰지 않는다.)

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 13가지

해설

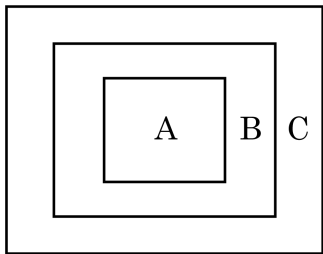
모자를 쓰는 경우의 수 : 4가지

안경을 쓰는 경우의 수 : 4가지

$4 \times 4 = 16$ (가지) 중에 파란색과 분홍색, 검은색인 경우는 색이 같은 경우도 포함되어 있으므로 제외해야 한다.

$\therefore 16 - 3 = 13$ (가지)

13. 다음 그림의 A, B, C 에 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라색 중에서 서로 다른 색을 칠하려고 한다. B 에는 반드시 보라색을 칠한다고 할 때, A, B, C 에 서로 다른 색을 칠할 수 있는 모든 경우의 수는?



- ① 6 가지 ② 12 가지 ③ 20 가지
 ④ 30 가지 ⑤ 42 가지

해설

보라색을 제외한 나머지 6가지 색 중에서 2가지 색을 뽑아 칠하는 경우의 수이므로 $6 \times 5 = 30$ (가지) 이다.

14. 알파벳 a, b, c, d 의 네 문자를 일렬로 배열할 때, 만들 수 있는 글자는 모두 몇 가지인가?

① 3 가지

② 6 가지

③ 12 가지

④ 18 가지

⑤ 24 가지

해설

a, b, c, d 의 네 글자를 일렬로 나열하는 방법이므로 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)이다.

15. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 의 숫자들 중에 2 개를 뽑아 두 자리 정수를 만들 때, 아래에서 설명 하는 ‘나’ 에 해당하는 숫자는 무엇인지 구하여라.

- 나는 20 번째로 작은 수 입니다.
- 나는 홀수입니다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 41

해설

1 □ $\Rightarrow$ 6 가지

2 □ $\Rightarrow$ 6 가지

3 □ $\Rightarrow$ 6 가지 이므로 20 번째로 작은 수는 41 이 나온다.

41 은 홀수이다.

16. 청소년 대표 야구팀에는 투수 5명, 포수 4명이 있다. 감독이 선발로 나갈 투수와 포수를 한명씩 선발하는 경우의 수를 구하면?

① 9가지

② 10가지

③ 15가지

④ 18가지

⑤ 20가지

해설

투수를 선발하는 경우의 수 : 5가지

포수를 선발하는 경우의 수 : 4가지

$\therefore 5 \times 4 = 20(\text{가지})$

17. 0, 1, 2, 3의 숫자가 적힌 카드가 4장이 있다. 이 중 3장을 뽑아서 세 자리 수를 만들 때, 홀수일 확률을 구하여라.

① $\frac{1}{9}$

② $\frac{2}{9}$

③ $\frac{3}{9}$

④ $\frac{4}{9}$

⑤ $\frac{5}{9}$

해설

전체 경우 : $3 \times 3 \times 2 = 18$ (가지)

홀수인 세 자리 수 :

끝자리가 1인 수 4가지, 끝자리가 3인 수 4가지이므로 8가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{18} = \frac{4}{9}$

18. 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 적힌 카드 중에서 임의로 한 장을 선택할 때,
그 카드의 숫자가 소수일 확률은?

① $\frac{1}{8}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{2}{5}$

④ $\frac{7}{8}$

⑤ $\frac{3}{5}$

해설

2, 3, 4, 5, 6의 카드에서 한 개를 택하는 경우의 수는 5가지이고
소수 2, 3, 5를 택하는 경우의 수는 3가지이므로
구하고자 하는 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다.

19. 세 명의 남학생과 세 명의 여학생 중에 두 명을 대표로 뽑을 때, 여학생만 뽑힐 확률은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{5}$

⑤ $\frac{1}{6}$

해설

6 명 중 대표 2 명을 선택하는 경우는 $\frac{6 \times 5}{2} = 15$ (가지) 이고,

3 명의 여학생 중에서 대표 2 명을 택하는 경우는 $\frac{3 \times 2}{2} = 3$ (가지) 이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ 이다.

20. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 처음에 나온 눈의 수를 x , 다음에 나온 눈의 수를 y 라 할 때, $2x - y = 4$ 일 확률을 구하면?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{12}$

③ $\frac{5}{36}$

④ $\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{5}{6}$

해설

주사위를 두 번 던져서 나온 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지)이다.
 $2x - y = 4$ 를 만족시키는 (x, y) 의 순서쌍은 $(3, 2), (4, 4), (5, 6)$
의 3 가지이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ 이다.

21. 두 개의 주머니 A, B가 있다. A 주머니에는 파란 공 1개, 붉은 공 4개가 들어 있고, B 주머니에는 파란 공 1개, 붉은 공 2개가 들어 있다. 무심코 한 주머니를 택하여 한 개의 공을 꺼낼 때, 그것이 파란 공일 확률은?

① $\frac{1}{15}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{4}{15}$

④ $\frac{1}{6}$

⑤ $\frac{1}{10}$

해설

우선 A 혹은 B를 선택할 확률은 $\frac{1}{2}$

A에서 파란 공을 꺼낼 확률은 $\frac{1}{5}$

B에서 파란 공을 꺼낼 확률은 $\frac{1}{3}$

따라서 한 주머니를 택하여 파란 공을 뽑을 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

22. 지원이와 동성이가 공원에서 만나기로 하였다. 지원이와 동성이가 공원에 나가지 못할 확률이 각각 $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{5}$ 일 때, 두 사람이 약속 장소에서 만나지 못할 확률은?

① $\frac{2}{7}$

② $\frac{3}{7}$

③ $\frac{4}{7}$

④ $\frac{2}{35}$

⑤ $\frac{33}{35}$

해설

$$\begin{aligned} & (\text{두 사람이 만나지 못할 확률}) \\ &= 1 - (\text{두 사람이 약속 장소에서 만날 확률}) \\ &= 1 - \left(1 - \frac{2}{7}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) \\ &= 1 - \frac{5}{7} \times \frac{4}{5} \\ &= \frac{3}{7} \end{aligned}$$

23. 명중률이 각각 $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ 인 갑, 을, 병 세 사람이 동시에 참새 한 마리를 향해 총을 쏘았을 때, 참새가 총에 맞을 확률은?

① $\frac{3}{20}$

② $\frac{1}{20}$

③ $\frac{17}{20}$

④ $\frac{3}{10}$

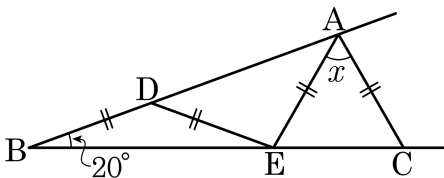
⑤ $\frac{19}{20}$

해설

갑, 을, 병 3명 모두 참새를 맞추질 못할 확률을 전체 확률 1에서 빼면 참새가 총에 맞을 확률을 구할 수 있다.

$$\therefore 1 - \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{17}{20}$$

24. 다음 그림에서 $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EA} = \overline{AC}$ 이고 $\angle B = 20^\circ$ 일 때, $\angle EAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 60°

해설

$\overline{DB} = \overline{DE}$ 이므로 $\angle B = \angle DEB = 20^\circ$

따라서 $\angle ADE = \angle B + \angle DEB = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$ 이다.

$\overline{DE} = \overline{AE}$ 이므로 $\angle ADE = \angle DAE = 40^\circ$

따라서 $\angle AEC = \angle B + \angle BAE = 20^\circ + 40^\circ = 60^\circ$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle AEC = \angle ACE = 60^\circ$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore \angle EAC &= 180^\circ - (\angle AEC + \angle ACE) \\ &= 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ\end{aligned}$$

25. 다음은 「세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.」를 보이는 과정이다.

$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기가 같으므로 (가)

$\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC} \dots \textcircled{가}$

$\angle A = \angle B$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \dots \textcircled{나}$

$\textcircled{가}, \textcircled{나}$ 에 의해서 (라)

따라서 $\triangle ABC$ 는 (마) 이다.

(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① (가) $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

② (나) $\overline{AC}$

③ (다) $\angle C$

④ (라) $\angle A = \angle B = \angle C$

⑤ (마) 정삼각형

해설

$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기가 같으므로 ($\angle A = \angle B = \angle C$)

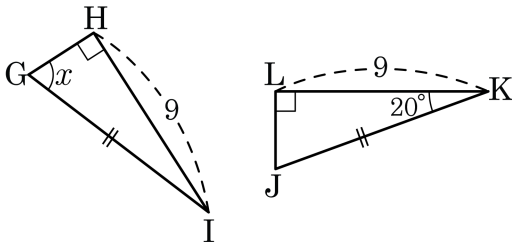
$\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC} \dots \textcircled{가}$

$\angle A = \angle B$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \dots \textcircled{나}$

$\textcircled{가}, \textcircled{나}$ 에 의해서 ($\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$)

따라서 $\triangle ABC$ 는 (정삼각형) 이다.

26. 두 직각삼각형이 다음 그림과 같을 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 55°

② 60°

③ 65°

④ 70°

⑤ 75°

해설

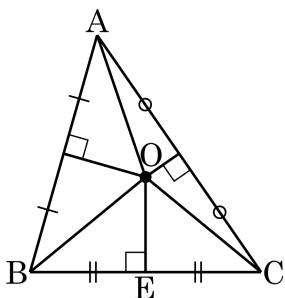
$\triangle GHI, \triangle JLK$ 는 RHS 합동

$$\therefore \angle x = \angle LJK = 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

27. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ()안에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

(증명)

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.



점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로 $\overline{OA} = (\text{㉠}),$
 $\overline{OA} = \overline{OC}$

$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서

$\overline{OB} = (\text{㉡}),$

$\angle BEO = \angle CEO = 90^\circ,$

(㉢)는 공통인 변

$\therefore \triangle OBE \equiv \triangle OCE$ (㉤ 합동)

$\therefore \overline{BE} = (\text{㉦})$

즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.

따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① ㉠. $\overline{OB}$

② ㉡. $\overline{OC}$

③ ㉢. $\overline{OE}$

④ ㉤. SSS

⑤ ㉦. $\overline{CE}$

해설

$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

28. 항아리 속에 1에서 50까지의 숫자가 각각 적힌 구슬 50개가 들어있다. 항아리 속에서 구슬 한 개를 꺼낼 때 2의 배수 또는 3의 배수 또는 4의 배수인 구슬이 나올 경우의 수는 얼마인가?

▶ 답: 가지

▷ 정답: 33가지

해설

1에서 50까지의 수 중에서 2의 배수가 나오는 경우의 수는 25가지,

3의 배수가 나오는 경우의 수는 16가지, 4의 배수가 나오는 경우의 수는 12가지,

2와 3의 공배수인 경우의 수가 8가지, 3과 4의 공배수인 경우의 수가 4가지,

2와 4의 공배수인 경우의 수가 12가지,

2, 3, 4의 공배수인 경우의 수가 4가지이다.

따라서 2의 배수 또는 3의 배수 또는 4의 배수인 구슬이 나오는 경우의 수는

$$25 + 16 + 12 - 8 - 4 - 12 + 4 = 33(\text{가지}) \text{이다.}$$

29. A, B, C 세 도시가 있다. A에서 B로 가는 길은 2가지, B에서 C로 가는 길이 5가지가 있다. A를 출발하여 B를 거쳐 C로 갔다가 다시 A로 되돌아오는 방법은 몇 가지인가? (단, 왔던 길로 되돌아 갈 수 없다.)

① 6가지

② 14가지

③ 16가지

④ 20가지

⑤ 40가지

해설

갈 때 $A \rightarrow B \rightarrow C : 2 \times 5 = 10(\text{가지})$

돌아올 때 $C \rightarrow B \rightarrow A : 4 \times 1 = 4(\text{가지})$

따라서 $10 \times 4 = 40(\text{가지})$ 이다.

30. 동전 2 개와 주사위 2 개를 동시에 던질 때, 적어도 하나의 동전은 뒷면이 나오고 주사위는 모두 홀수의 눈이 나올 경우의 수는?

① 16 가지

② 20 가지

③ 24 가지

④ 25 가지

⑤ 27 가지

해설

적어도 하나의 동전이 뒷면이 나오는 경우는 (뒤, 뒤), (앞, 뒤), (뒤, 앞) 의 3 가지이고, 주사위에서 홀수가 나오는 경우는 각각 1, 3, 5 의 3 가지이므로 $3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지) 이다.

31. 1, 2, 3, 4 의 숫자가 각각 적힌 네 장의 카드가 들어 있는 주머니에서 3 장의 카드를 뽑아 세 자리 정수를 만들 때, 작은 것부터 크기순으로 17 번째 나오는 수는?

① 321

② 324

③ 341

④ 342

⑤ 412

해설

1□□ 인 경우는 $3 \times 2 = 6$ (가지),

2□□ 인 경우는 $3 \times 2 = 6$ (가지),

3□□ 인 경우는 $3 \times 2 = 6$ (가지) 이므로 작은 것부터 크기순으로 17 번째 오는 세 자리 정수는 3 으로 시작하는 세 자리 정수 가운데 끝에서 두 번째인 341 이다.

32. 크기가 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나온 두 눈의 곱이 짝수가 되는 경우의 수를 a 라 하고, 나온 두 눈의 합이 짝수가 되는 경우의 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 25

② 30

③ 35

④ 40

⑤ 45

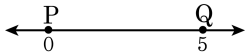
해설

a : 짝 $\times$ 짝 : 9 가지, 홀 $\times$ 짝 : 9 가지, 짝 $\times$ 홀 : 9 가지

b : 짝+ 짝 : 9 가지, 홀+ 홀 : 9 가지

$$\therefore 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 45$$

33. 원 점 P(0)에서 시작하여 동전의 앞면이 나오면 오른쪽으로 2만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1만큼갈 때, 동전을 4번 던져 Q(5)에 있을 확률을 구하면?



- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{16}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

해설

앞면 : a 번, 뒷면 : $4 - a$ 번이라 하면,

$$2a - (4 - a) = 5, a = 3$$

HHHT, HHTH, HTHH, THHH 으로 4가지

$$\therefore \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

34. 동전 2 개와 주사위 1 개를 동시에 던질 때, 적어도 하나의 동전은 앞면이 나오고 주사위는 소수의 눈이 나올 확률은?

① $\frac{3}{8}$

② $\frac{1}{8}$

③ $\frac{1}{12}$

④ $\frac{5}{12}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

동전 2 개와 주사위 1 개를 동시에 던질 때 경우의 수는 $2 \times 2 \times 6 = 24$ (가지)이다.

적어도 하나의 동전이 앞면이 나오는 경우는 (앞, 앞), (앞, 뒤), (뒤, 앞)의 3 가지이고, 주사위에서 소수가 나오는 경우는 2, 3, 5의 3 가지이므로 적어도 하나의 동전은 앞면, 주사위는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$ (가지)이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$ 이다.

35. 안타를 칠 확률이 $\frac{2}{3}$ 인 선수에게 세 번의 기회가 주어졌을 때, 2번 이상의 안타를 칠 확률을 구하면?

① $\frac{4}{9}$

② $\frac{1}{6}$

③ $\frac{5}{9}$

④ $\frac{20}{27}$

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

2번의 안타를 칠 확률은 $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{27}$

(○, ○, ×), (○, ×, ○), (×, ○, ○)의 세 가지 경우가 있으므로

$$\frac{4}{27} \times 3 = \frac{4}{9}$$

3번의 안타를 칠 확률은 $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{9} + \frac{8}{27} = \frac{20}{27}$

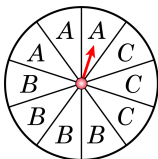
36. 다음은 <보기>는 어떤 SPINNER 를 여러 번 돌렸을 때의 결과이다.
<보기>와 같은 결과가 나올 수 있는 SPINNER 를 바르게 만든 것은?

보기

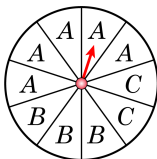
① B 는 A 보다 나올 확률이 2 배 높다.

② B 와 C 는 나올 확률이 같다.

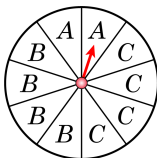
①



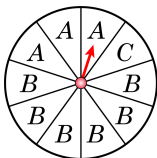
②



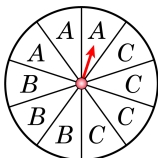
③



④



⑤



해설

SPINNER 가 모두 10 등분 되어 있으므로 $A + B + C = 10$ 이다. ... ㉠

① B 는 A 보다 나올 확률이 2 배 높다. $\rightarrow B = 2A$... ㉡

② B 와 C 는 나올 확률이 같다. $\rightarrow B = C$... ㉢

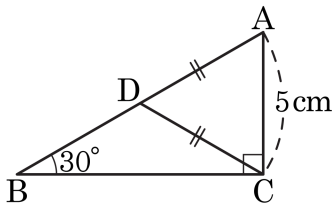
㉡, ㉢을 ㉠에 대입하면

$$A + 2A + 2A = 10, 5A = 10, \therefore A = 2$$

$B = 2A$ 이므로 $B = 4$ 이고 $B = C$ 이므로 $C = 4$ 이다.

따라서 $A = 2, B = 4, C = 4$ 이다.

37. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 7cm

② 8cm

③ 9cm

④ 10cm

⑤ 11cm

해설

$\triangle ABC$ 에서

$$\angle BAC = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle DAC = \angle DCA$

그런데 $\angle DAC = \angle BAC$ 이므로 $\angle DAC = \angle DCA = 60^\circ$

또 $\angle CDA = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ACD$ 는 정삼각형

$\angle C = 90^\circ$ 이고 $\angle DCA = 60^\circ$ 이므로

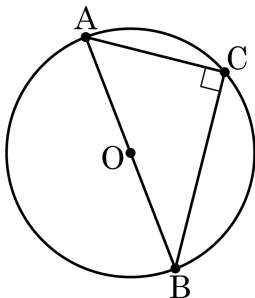
$$\angle BCD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

따라서 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형

$\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BD}$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$$

38. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 외심이 점 O 라 하고, 호 $\widehat{AB}$ 의 길이가 7π 라 할 때 $\overline{AO}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

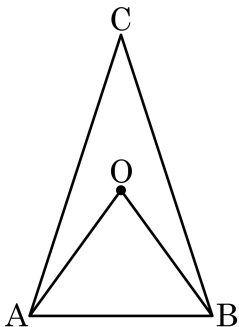
▷ 정답 : 7

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로
 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.

호 $\widehat{AB}$ 는 원주의 둘레의 절반이므로 원주의 둘레는 14π 이다.
 원주의 둘레는 $2 \times \pi \times \overline{AO} = 14\pi$ 이므로
 $\overline{AO} = 7$ 이다.

39. $\triangle ABC$ 의 외심을 O라 하고 $\angle A + \angle B : \angle C = 4 : 1$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▷ 정답 : 72°

해설

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OBC = \angle OCB = y$, $\angle OCA = \angle OAC = z$ 라고 하면

$$2x + 2y + 2z = 180^\circ, x + y + z = 90^\circ \cdots \textcircled{㉠}$$

또한, $\angle A + \angle B = 4\angle C$ 이므로

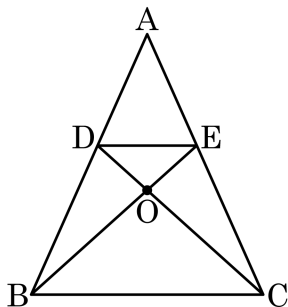
$$x + z + x + y = 4(y + z) \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하면 $x = 54^\circ$

$\triangle AOB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle AOB = 180^\circ - (54^\circ \times 2) = 72^\circ$$

40. 다음 그림에서 점 O는 삼각형 ABC의 외심이고, $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{CE}$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하여라.

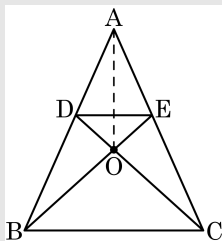


▶ 답 :

°

▷ 정답 : 120°

해설



$\angle DBE = x$, $\angle ECD = y$ 라 하면 $\triangle DBE$, $\triangle ECD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle DEB = \angle DBE = x$, $\angle ECD = \angle EDC = y$

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

즉, $\triangle OAB$, $\triangle OAC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OAC = \angle OCA = y$

한편 외심의 성질에 의해 $\angle BOC = 2\angle A$ 이므로

$\angle DOE = \angle BOC$ (맞꼭지각) $= 2(x + y)$

따라서 $\triangle ODE$ 에서 $y + x + 2(x + y) = 180^\circ$, $x + y = \angle A = 60^\circ$

$\therefore \angle BOC = 2\angle A = 120^\circ$

41. 여섯 명이 각각 자신의 의자를 1 개씩 가지고 있다. 이 여섯 개의 의자에 여섯 명이 앉을 때, 세 사람만이 자신의 의자에 앉는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 40 가지

해설

사람 A, B, C, D, E, F 의 의자를 각각 a, b, c, d, e, f 라 할 때 A, B, C 만 자신의 의자에 앉고 나머지는 다른 의자에 앉는 경우의 수를 구하면 2 가지이다.

A	B	C	D	E	F
a	b	c	e	f	d
a	b	c	f	d	e

따라서 자신의 의자에 앉는 세 사람을 선택하는 경우의 수는

$$\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20 \text{ (가지) 이고}$$

각각의 경우에 따라 나머지가 다른 의자를 선택하는 경우는 2 가지의 경우가 있으므로

구하는 경우의 수는 $20 \times 2 = 40$ (가지) 이다.

42. 정십삼각형의 꼭짓점을 이어서 만들 수 있는 사다리꼴은 모두 몇 개인지 구하여라.



답 :

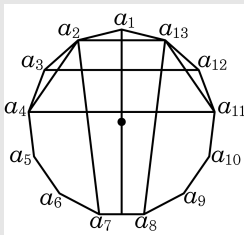
가지



정답 : 195 가지

해설

다음 그림과 같이 정 13 각형의 외접원을 그리고 정십삼각형의 꼭짓점을 차례로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{13}$ 이라 하자.



a_1 을 지나는 외접원의 지름에 대하여 대칭인 사다리꼴의 수는 $a_2, a_3, \dots, a_7$ 중에서 2 개의 꼭짓점을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{6 \times 5}{2} = 15 \text{ (가지)}$$

이때, 각각의 꼭짓점에 대하여 같은 방법으로 생각하면 구하는 사다리꼴의 수는 $15 \times 13 = 195$ (가지) 이다.

43. 직선 $y = \frac{b}{a}x + 4$ 가 있다. 주사위를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라고 한다.
서로 다른 직선은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23개

해설

서로 다른 직선이 나오려면 각 미지수 앞의 계수의 비가 달라야 한다.

즉, 겹쳐지는 경우를 살펴보면 다음과 같다.

(1) $\frac{b}{a}$ 가 1 인 경우 : (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)

(2) $\frac{b}{a}$ 가 $\frac{1}{3}$ 인 경우 : (6, 2)

(3) $\frac{b}{a}$ 가 $\frac{1}{2}$ 인 경우 : (4, 2), (6, 3)

(4) $\frac{b}{a}$ 가 $\frac{3}{2}$ 인 경우 : (4, 6)

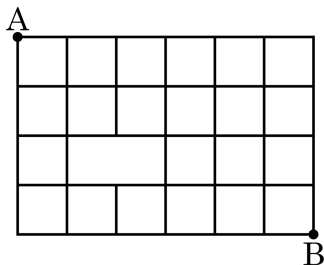
(5) $\frac{b}{a}$ 가 $\frac{2}{3}$ 인 경우 : (6, 4)

(6) $\frac{b}{a}$ 가 2 인 경우 : (2, 4), (3, 6)

(7) $\frac{b}{a}$ 가 3 인 경우 : (2, 6)

총 36 가지에서 위의 반복되는 13 가지를 뺀 23 가지가 서로 다른 직선이 된다.

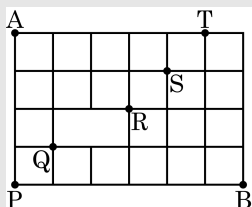
44. 다음 그림과 같은 바둑판 모양의 길 중 일부가 산사태로 인해 막혀 버렸다. A 지점에서 B 지점까지 가는 최단 경로의 수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 180 가지

해설



A → P → B 의 경우 : 1 가지

A → Q → B 의 경우 :

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 24(\text{가지})$$

A → R → B 의 경우 :

$$\frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} = 100(\text{가지})$$

A → S → B 의 경우 :

$$\frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1} = 50(\text{가지})$$

A → T → B 의 경우 :

$$1 \times \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5(\text{가지})$$

따라서 $1 + 24 + 100 + 50 + 5 = 180(\text{가지})$ 이다.

45. a, a, a, b, c, d 여섯 개의 문자들을 일렬로 나열할 때, 3 개의 a 는 항상 떨어져 있을 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{5}$

해설

같은 문자 a 가 3 개 포함된 6 개의 문자를 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는 $\frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 120$ 가지이다.

$\bigcirc b \bigcirc c \bigcirc d \bigcirc$ 의 4 개의 자리에서 3 개를 선택하여 a 를 나열하면 a 는 각각 떨어져 있게 된다.

따라서 $\frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$ (가지)이다.

또 b, c, d 를 일렬로 세우는 방법은 $3 \times 2 \times 1 = 6$ 가지이므로 경우의 수는 $6 \times 4 = 24$ (가지)이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{24}{120} = \frac{1}{5}$ 이다.

46. 3 개의 주사위를 동시에 굴려서 나온 눈을 각각 a, b, c 라고 할 때, a, b, c 중 어떤 2 개 이상의 수도 연속하는 수가 아닐 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{95}{108}$

해설

모든 경우의 수는 $6 \times 6 \times 6 = 216$ (가지)

세 수가 연속하지 않을 경우는 전체 확률에서 세 수가 모두 연속하거나 두 수만 연속하는 경우를 빼면 된다.

(1) 세 수가 모두 연속하는 경우

연속하는 세 수의 순서쌍은 (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), (4, 5, 6) 의 4 가지

(2) 두 수만 연속하는 경우

연속하는 두 수가 1, 2 일 때, 나머지 수는 1, 2, 4, 5, 6 중 하나이므로 5 가지

연속하는 두 수가 2, 3 일 때, 나머지 수는 2, 3, 5, 6 중 하나이므로 4 가지

연속하는 두 수가 3, 4 일 때, 나머지 수는 1, 3, 4, 6 중 하나이므로 4 가지

연속하는 두 수가 4, 5 일 때, 나머지 수는 1, 2, 4, 5 중 하나이므로 4 가지

연속하는 두 수가 5, 6 일 때, 나머지 수는 1, 2, 3, 5, 6 중 하나이므로 5 가지

$5 + 4 + 4 + 4 + 5 = 22$ (가지)

(1), (2) 에서 연속하는 수가 나올 확률은 $\frac{4 + 22}{216} = \frac{26}{216}$ 이다.

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{26}{216} = \frac{190}{216} = \frac{95}{108}$ 이다.

47. 숫자 1, 2, 3, 4가 적힌 정사면체 주사위 2개를 4번 던졌을 때, 밑면에 적힌 숫자의 합이 짝수인 경우가 3회 연속으로 나오거나, 홀수인 경우가 3회 연속으로 나오면 상품을 얻는 게임이 있을 때, 상품을 탈 수 있는 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{8}$

해설

(1) 세 번 만에 상품을 타는 경우

① 밑면의 합이 (짝, 짝, 짝)인 경우

밑면의 합이 짝수가 나오려면 (1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (4, 2), (4, 4)의 8가지의 경우가 있으므로 밑면의 합이

짝수가 나올 확률은 $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

$$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

② 밑면의 합이 (홀, 홀, 홀)인 경우

밑면의 합이 홀수가 나오는 경우는 (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 3)의 8가지이므로 밑면의 합이 홀수가

나올 확률은 $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

$$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

→ 3번 만에 상품을 타는 경우는 $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$ 이다.

(2) 네 번 만에 상품을 타는 경우

① 밑면의 합이 (홀, 짝, 짝, 짝)인 경우 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

② 밑면의 합이 (짝, 홀, 홀, 홀)인 경우 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

→ 4번 만에 상품을 타는 경우는 $\frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ 이다.

48. 프로야구 팀인 A 와 B 야구팀은 7 전 4 선승제의 한국시리즈 경기를 하고 있다. A 팀이 3 승으로 앞서 나갈 때, A 팀이 우승할 확률을 구하여라. (단, 매 경기 A 가 B 에게 질 확률은 $\frac{2}{5}$ 이고, 비기는 경우는 없다.)

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{609}{625}$

해설

A 팀 먼저 4 승을 해야 하므로 최대 네 번까지 게임을 할 수 있고 A 팀이 이기면 경기는 끝난다. 승을 ○, 패를 ×로 표시하면

$$(1) \bigcirc \text{인 경우: } \frac{3}{5}$$

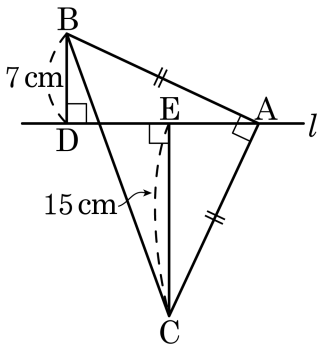
$$(2) \times \bigcirc \text{인 경우: } \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$$

$$(3) \times \times \bigcirc \text{인 경우: } \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{125}$$

$$(4) \times \times \times \bigcirc \text{인 경우: } \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{24}{625}$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{3}{5} + \frac{6}{25} + \frac{12}{125} + \frac{24}{625} = \frac{609}{625} \text{ 이다.}$$

49. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 두 점 B, C에서 점 A를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 하고, $\overline{BD} = 7\text{ cm}$, $\overline{CE} = 15\text{ cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



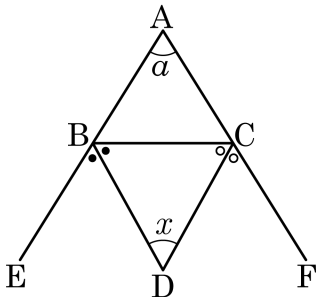
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$$\begin{aligned}\angle BAD &= \angle ACE, \\ \triangle BDA &\cong \triangle AEC \text{ (RHA 합동)} \\ \overline{AD} &= \overline{CE}, \overline{AE} = \overline{BD} \\ \overline{DE} &= 15 - 7 = 8(\text{cm})\end{aligned}$$

50. 아래 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$, $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 D 라 하고, $\angle BAC = a^\circ$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 a 의 식으로 바르게 나타낸 것은?



① $\left(180 - \frac{a}{2}\right)^\circ$

② $\left(90 - \frac{a}{2}\right)^\circ$

③ $\left(180 - \frac{a}{4}\right)^\circ$

④ $\left(90 - \frac{a}{4}\right)^\circ$

⑤ $(90 - a)^\circ$

해설

$$\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - a$$

$$\angle DBC + \angle DCB$$

$$= \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ABC) + \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ACB)$$

$$= \frac{1}{2}(180^\circ + a)$$

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ + a) = 90^\circ - \frac{a}{2}$$