

1. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(x + \frac{9}{y}\right)\left(y + \frac{1}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 16

② 14

③ 12

④ 10

⑤ 8

2. 다음은 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 1$ 을 만족하는 두 양수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최솟값을 구하는 풀이 과정이다. 적절하지 못한 부분은?

$$\frac{1}{x} + \frac{4}{y} \geq 2 \sqrt{\frac{1}{x} \cdot \frac{4}{y}} = \frac{4}{\sqrt{xy}} \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\therefore \sqrt{xy} \geq 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\therefore x+y \geq 2\sqrt{xy} \geq 2 \cdot 4 = 8 \cdots \textcircled{㉢}$$

따라서 $x+y$ 의 최솟값은 8이다. $\cdots \textcircled{㉤}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉤

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉢, ㉤

3. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때,

부등식 $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} \geq \square$ 가 항상 성립한다. $\square$ 안에 알맞은

최댓값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

4. 양의 실수 a, b 에 대하여, $(a+b) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

5. 좌표평면 위의 점 $A(3, 2)$ 를 지나는 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 B, C 라 할 때, $\triangle OBC$ 의 넓이의 최솟값은? (단, O는 원점이다.)

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ $2\sqrt{6}$

6. 이차방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ (k 는 실수)이 허근을 가질 때, $f(k) = k + 1 + \frac{1}{k-1}$ 의 최솟값은?

① 2

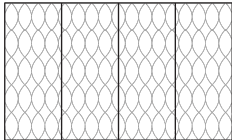
② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

7. 어떤 농부가 길이 60m의 철망을 가지고 아래 그림과 같이 네 개의 작은 직사각형으로 이루어진 직사각형 모양의 우리를 만들려고 한다. 이 때, 전체 우리의 넓이의 최댓값은?



① 60m^2

② 70m^2

③ 80m^2

④ 90m^2

⑤ 100m^2

8. 밑변의 길이와 높이의 길이의 곱이 8인 직각삼각형이 있다. 이 때
빗변의 길이의 최솟값과 그 때의 가로의 길이를 합한 값은?

① $2\sqrt{2}$

② 4

③ $4\sqrt{2}$

④ 8

⑤ $8\sqrt{2}$

9. 빗변의 길이가 5인 직각삼각형 중에서 넓이가 최대가 되는 삼각형의 넓이와 그 때 삼각형의 둘레의 길이를 더하면?

① $\frac{25}{4}$

② $5 + 5\sqrt{2}$

③ 25

④ $\frac{25}{4} + \sqrt{2}$

⑤ $\frac{45}{4} + 5\sqrt{2}$

10. 길이가 10인 쇠파이프를 n 등분(같은 크기)으로 잘라 다른 장소로 운반하려고 한다. 길이가 x 인 쇠파이프 1개를 운반하는 데 드는 비용이 $250x^2$ 원이고 쇠파이프를 한 번 자를 때 드는 비용이 1000 원이라 할 때, 이 쇠파이프를 잘라서 운반하는 데 드는 최소비용은?

① 6000 원

② 7000 원

③ 8000 원

④ 9000 원

⑤ 10000 원

11. $a > 1$ 일 때, $\frac{1}{a-1} + 4a - 3$ 의 최솟값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

12. 반지름이 r (cm)인 원에 내접하는 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하면?

① $2r$ (cm^2)

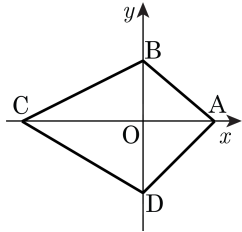
② r^2 (cm^2)

③ $2r^2$ (cm^2)

④ $\sqrt{2}r^2$ (cm^2)

⑤ $\frac{r^2}{2}$ (cm^2)

13. 좌표평면의 좌표 축 위에 아래 그림과 같이 네 점 A, B, C, D를 잡아 사각형 ABCD를 그린다. $\triangle OAB$ 와 $\triangle OCD$ 의 넓이가 각각 9, 16이다. 사각형 ABCD의 넓이의 최소값은?



① 37

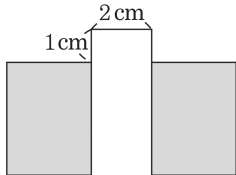
② 40

③ 43

④ 46

⑤ 49

14. 폭이 200cm 인 긴 양철판을 구부려서 두 줄기로 물이 흘러가도록 하였다. 단면이 아래 그림과 같이 대칭인 모양으로 물이 가장 많이 흘러갈 수 있도록 했을 때, 물이 흘러가는 단면의 최대 넓이에 가장 가까운 값은?



① 1000 cm^2

② 1200 cm^2

③ 1600 cm^2

④ 2000 cm^2

⑤ 2400 cm^2

15. 실수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 일 때 $x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z$ 의 최댓값 M 과 최솟값 m 은?

① $M = 3, m = 0$

② $M = 3, m = -3$

③ $M = 6, m = 0$

④ $M = 6, m = -6$

⑤ $M = 6, m = -12$

16. a, b, x, y 가 실수이고, $a^2 + b^2 = 8, x^2 + y^2 = 2$ 일 때 $ax + by$ 의
최댓값과 최솟값의 곱은?

① -16

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 16

17. 실수 x, y, z 에 대하여 $x - y + 4z = 3\sqrt{2}$ 일 때 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 3

18. 실수 a, b, x, y 에 대하여 $a^2 + b^2 = 5, x^2 + y^2 = 3$ 일 때 다음 중 $ax + by$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① -1

② 0

③ 2

④ 3

⑤ 4

19. 실수 x, y 에 대하여 $3x + 4y = 5$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 6

⑤ 8

20. $a^2 + b^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$ 일 때, $ax + by$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 ?

① $-4 \leq ax + by \leq 4$

② $-9 \leq ax + by \leq 9$

③ $-6 \leq ax + by \leq 6$

④ $0 \leq ax + by \leq 36$

⑤ $-36 \leq ax + by \leq 36$

21. a, b, c 가 실수이고 $a^2 + b^2 + c^2 = 4$ 일 때 $a + b + \sqrt{2}c$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

22. a, b, x, y 가 실수이고 $a^2 + b^2 = 2$, $x^2 + y^2 = 8$ 일 때, $ax + by$ 의
최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ -5

23. 다음은 a, b, c, d, x, y, z, w 가 실수일 때, 부등식 $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(x^2 + y^2 + z^2 + w^2) \geq (ax + by + cz + dw)^2$ 이 성립함을 증명하는 과정의 일부이다. ㉠, ㉡ 부분에 들어갈 기호가 순서대로 적당한 것은?

[증명] 모든 실수 t 에 대하여 다음 부등식이 성립한다.

$$(at - x)^2 + (bt - y)^2 + (ct - z)^2 + (dt - w)^2 \quad \boxed{\text{㉠}} \quad 0$$

이것을 t 에 관하여 정리하면

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)t^2 - 2(ax + by + cz + dw)t + (x^2 + y^2 + z^2 + w^2) \quad \boxed{\text{㉡}} \quad 0$$

따라서 항상 성립하기 위해서는

$$(ax + by + cz + dw)^2 - (a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(x^2 + y^2 + z^2 + w^2) \quad \boxed{\text{㉢}} \quad 0 \dots \dots (\text{이하 생략})$$

① $>, <$

② $\geq, <$

③ $\leq, >$

④ $\leq, \geq$

⑤ $\geq, \leq$

24. 제공의 합이 일정한 두 실수 a, b 에 대하여 $a + 2b$ 가 최대일 때, a 와 b 사이의 관계는?

① $b = 2a$

② $a = 2b$

③ $a = b$

④ $a^2 = b$

⑤ $b^2 = a$

25. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 상수함수의 개수를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

26. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 A 에서 A 에로의 함수 중 상수함수의 개수는?

① 3

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 15

27. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 f 중에서 $f(x) = f^{-1}(x)$ 를 만족시키는 것의 개수는?

① 2개

② 3개

③ 4개

④ 6개

⑤ 9개

28. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수 $f : X \rightarrow Y$ 의 개수는?

① 12 개

② 27 개

③ 36 개

④ 64 개

⑤ 81 개

29. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{5, 6, 7\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수의 개수를 a , 일대일 대응의 개수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 27

② 30

③ 33

④ 36

⑤ 39

30. 자연수 n 을 10 으로 나눈 나머지를 $f(n)$ 으로 나타내고, $a_n = f(n^2) - f(n)$ 이라고 할 때, a_{2004} 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

31. $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 라고 할 때, X 에서 Y 로 대응되는 함수의 개수와 X 에서 Y 로 대응되는 일대일 함수의 개수를 더한 값은?

① 87

② 88

③ 105

④ 144

⑤ 267

32. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대해 X 에서 X 로의 함수 중 항등함수의 개수를 a , 상수함수의 개수를 b 라 할 때, $a + b$ 는 얼마인가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

33. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 다음 보기의 X 에서 X 로의 함수 중
항등함수인 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $f(x) = x$

㉡ $g(x) = x^3$

㉢ $h(x) = x^2 + 2$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉢

34. 집합 X 에서 Y 로의 일대일 대응의 개수가 24 개일 때, 집합 X 의 부분집합의 개수를 구하면?

① 12

② 16

③ 24

④ 32

⑤ 36

35. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 모두 만족시키는 함수 $f : A \rightarrow A$ 의 개수는 몇 개인가?

I . $f(1) = 3$

II . $x \in A$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값은 2 이다.

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

36. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $B = \{a, b, c, d, e\}$ 로의 일대일 대응 f 중 $f(1) = a, f(2) = b$ 인 f 의 개수는?

① 4 개

② 6 개

③ 8 개

④ 12 개

⑤ 16 개

37. 두 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에서 A 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) = f(x^2)$ 으로 되는 A 에서 B 로의 함수 f 의 개수는?

① 12 개

② 20 개

③ 25 개

④ 27 개

⑤ 30 개

38. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 중 다음 조건을 모두 만족시키는 함수 f 의 개수는 몇 개인가?

X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여

I. $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$

II. $f(x_1) = f(x_2)$ 이면 $x_1 = x_2$

① 2개

② 4개

③ 6개

④ 8개

⑤ 12개

39. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에서 집합 $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 로의 함수 f 가 일대일 함수이다. f 중에서 임의의 x 에 대하여 $f(x) \neq x$ 인 것의 개수는?

① 14 개

② 18 개

③ 20 개

④ 24 개

⑤ 27 개

40. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 X 의 임의의 원소 x 에 대하여 $f(x) \leq x$ 를 만족한다. 이 때, 함수 f 의 개수는?

① 16 개

② 20 개

③ 24 개

④ 28 개

⑤ 32 개