1. n 이 자연수이고 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x = 3\times n\}$, $B = \{x \mid x = 3\times n+1\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $1 \in A$ ② $3 \notin A$ ③ $4 \notin B$ ④ $7 \in B$ ⑤ $8 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 3, 6, 9, 12 $\cdots$ 이고 집합 B 의 원소는 4, 7, 10, $\cdots$ 이므로 $7 \in B$ 이다.

2. 집합 $A=\{a,b,\{c\},\varnothing\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\varnothing \in A$ ② $\{a,b\} \in A$ ③ $\{c\} \subset A$

④ $\{b\} \in A$ ⑤ $\{a,b,c\} \subset A$

해설

A 의 원소는 a, b, $\{c\}$, $\varnothing$ 이므로 ① $\varnothing$ 은 A 의 부분집합이기도 하고 A 의 원소이기도 하다.

한편,

② $\{a,b\} \subset A$

③ $\{c\} \in A$

④ $\{b\} \subset A$

⑤ $\{a,b,\{c\}\} \subset A$

이다.

3. 두 집합 $A = \{ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ\}$, $B = \{ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합이면서 집합 B 의 부분집합이 되는 집합의 개수는?

① 0 개 ② 2 개 ③ 4 개 ④ 6 개 ⑤ 8 개

해설

집합 A 의 부분집합도 되고 집합 B 의 부분집합도 되는 집합은 $\{ㄴ, ㄷ, ㄹ\}$ 의 부분집합과 같으므로 $2^3 = 8$(개)

4. 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$ 에서 1 을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 4 개라고 할 때, 자연수 n 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2^{(1\text{을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-1} = 4 = 2^2 \quad \therefore n = 3$

5. 두 집합 A, B에 대하여 $A \cup B = \{x \mid x$는 5이하의 자연수$\}$, $A = \{2,\ 3,\ 5\}$ 일 때, 다음 중 집합 B가 반드시 포함해야 하는 원소는?

① 1, 4 ② 1, 3, 5 ③ 2, 3, 5
④ 2, 3, 4, 5 ⑤ 1, 2, 3, 4, 5

해설

집합 $A = \{2,\ 3,\ 5\}$, $A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$이므로 집합 B는 원소 1, 4를 반드시 포함하는 $A \cup B$의 부분집합이다.

6. 미진이네 반 학생들은 백일장에서 수필 또는 시를 써서 제출하였다. 미진이네 반 46 명의 학생 중에서 수필을 쓴 학생이 26 명, 시를 써서 제출한 학생이 19 명, 백일장에 참석하지 못한 학생이 4 명이다. 수필과 시를 모두 같이 제출한 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 명

▷ 정답 : 3 명

해설

수필을 쓴 학생을 집합 A 라 하고, 시를 써서 제출한 학생을 집합 B 라 한다.
백일장에 참석하지 못하여 시나 수필을 쓰지 못한 학생이 4 명이므로 합집합의 원소의 개수는 $46 - 4 = 42$(개) 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$42 = 26 + 19 - x$

$x = 3$

7. 전체집합 U 와 두 부분집합 A, B에 대하여
$U = A \cup B$, $A = \{x \mid x$는 40의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 25의 약수$\}$ 일 때,
$(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B)$ 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$A = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$
$B = \{1, 5, 25\}$
$A \cap B = \{1, 5\}$

8. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $n(U) = 50$, $n(A) = 24$, $n(A \cap B) = 15$, $n(A^c \cap B^c) = 9$일 때, 집합 B의 원소의 개수는?

① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 9$,

$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 50 - 9 = 41$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$,

$41 = 24 + n(B) - 15$

$\therefore\ n(B) = 32$

9. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 한 자리의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 $A,\ B$ 에 대하여 $A = \{x|x$는 10 이하의 홀수$\}$, $n(A \cap B) = 0,\ n(A \cup B) = 9$ 일 때, 집합 $B - A$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, \cdots, 9\}$
$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$n(U) = 9,\ n(A \cup B) = 9$ 이므로
$A \cup B = U \cdots ①$
$n(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \varnothing \cdots ②$
① 과 ② 에 의하여
$B = A^c = \{2, 4, 6, 8\}$

10. 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 P, Q, R 이라 할 때, $P-Q=R$ 을 만족한다. 다음 <보기> 중 항상 참인 명제를 <u>모두</u> 고른 것은?

보기

㉠ $r \rightarrow \sim q$ ㉡ $r \rightarrow p$ ㉢ $r \rightarrow q$

㉣ $\sim r \rightarrow \sim p$ ㉤ $p \rightarrow q$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉤

④ ㉢, ㉣, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

$P-Q=R$

따라서, $R \subset P$ 이고 집합간의 관계를 살펴보면

$Q=R^c, R=Q^c$ 이 된다.

이를 명제로 표현하면 $r \rightarrow p, q \rightarrow \sim r, r \rightarrow \sim q$ 이므로 참인 명제는 ㉠, ㉡이다.

11. 두 조건 $p : 2 \leq x < 5$, $q : a+1 < x < a+9$ 에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 정수 a 의 모든 값의 합은?

① -10 ② -9 ③ -6 ④ -5 ⑤ -3

해설

조건 p 를 만족하는 진리집합을 P, 조건 q 를 만족하는 진리집합을 Q 라 하면 $p \rightarrow q$ 이려면 $P \subset Q$ 가 성립해야 한다.
$a+1 < 2$ 이고 $a+9 \geq 5$ 이므로 $a < 1$, $a \geq -4$
따라서 $-4 \leq a < 1$ 이므로 만족하는 정수 a 는 $-4, -3, -2, -1, 0$ 이고 합은 -10 이다.

12. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 $P = \{a+1,\ 2\}$, $Q = \{3,\ 5, 3a-4\}$ 라 할 때, p 는 q 이기 위한 충분조건이다. 이때, 상수 a 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

p 는 q 이기 위한 충분조건이므로

$P \subset Q$

$\{a+1,\ 2\} \subset \{3,\ 5,\ 3a-4\}$

따라서 $3a-4=2$ 이므로 $a=2$

13. 두 실수 a, b 에 대하여 $0 < a < b$, $a + b = 1$ 일 때, 다음 중 대소를 비교한 것으로 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a}$

② $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$

④ $\sqrt{b-a} < 1$

⑤ $\sqrt{b-a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$$\begin{aligned}(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 1^2 &= a + b + 2\sqrt{ab} - 1 \\ &= 2\sqrt{ab}\ (\because a + b = 1) > 0\end{aligned}$$

$\therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} > 1$

14. $a+b=9$를 만족하는 양수 a, b에 대하여 $[ab]$의 최댓값을 구하여라. (단, $[x]$는 x를 넘지않는 최대의 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

산술기하평균의 관계를 이용하면 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$

$ab \leq \left(\frac{9}{2}\right)^2$, $ab \leq 20.25$

$\therefore$ $[ab]$ 의 최댓값은 20

15. a, b, x, y가 실수이고 $a^2 + b^2 = 2$, $x^2 + y^2 = 8$일 때, $ax + by$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M + m$의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ -5

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$

즉, $(ax + by)^2 \leq 2 \times 8$

한편, $ax + by = X$라 하면, $X^2 \leq 16$

$\therefore -4 \leq X \leq 4$

따라서, $M = 4$, $m = -4$

$\therefore M + m = 0$

16. 두 함수 $f(x), g(x)$가 $f(x) = x^3 - 2x + 1,\ g(x+1) = f(x+3)$으로 정의될 때 $g(0) + g(2)$ 의 값은?

① 34 ② 45 ③ 57 ④ 62 ⑤ 67

해설

$g(x+1)$에서 $x = -1$일 때, $g(0) = f(2)$

$g(x+1)$에서 $x = 1$일 때, $g(2) = f(4)$

$\therefore g(0) + g(2) = f(2) + f(4)$

$= 2^3 - 2 \times 2 + 1 + 4^3 - 2 \times 4 + 1 = 62$

17. 두 집합 $X = \{x \mid -1 \le x \le 4\}$, $Y = \{y \mid -5 \le y \le 10\}$ 에 대하여 $f: X \to Y$, $f(x) = ax+b$ $(a > 0)$ 로 정의되는 함수가 일대일 대응일 때, $2a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

일차함수 $f(x) = ax+b$ $(a > 0)$ 의 정의역이 $X = \{x \mid -1 \le x \le 4\}$ 이고

$f(-1) = -a + b$, $f(4) = 4a + b$ 이므로

치역은 $\{y \mid -a + b \le y \le 4a + b\}$ 이다.

그런데 함수가 일대일 대응이 되기 위해서는

공역과 치역이 같아야 하므로

$-a + b = -5$, $4a + b = 10$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 3$, $b = -2$

$\therefore 2a + b = 4$

18. $x \neq 1$인 모든 실수에 대하여 $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$로 정의된 함수 f에 대하여 역함수 $f^{-1}(x)$가 $f^{-1}(x)=\dfrac{ax+b}{x+c}$일 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x)=y=\dfrac{2x+1}{x-1}$의 역함수는

$x=\dfrac{2y+1}{y-1}$에서

$x(y-1)=2y+1,\ xy-x=2y+1,\ xy-2y=x+1$

$(x-2)y=x+1$

$$\therefore\ y=\frac{x+1}{x-2}=f^{-1}(x)$$

$$=\frac{ax+b}{x+c}$$

즉, $a=1,\ b=1,\ c=-2$

$\therefore\ a+b+c=0$

19. 함수 $y = \sqrt{a-2x}+1$ 의 역함수가 점$(5,-2)$ 를 지날 때, 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 12$

해설

역함수가 점 $(5,-2)$ 를 지나므로
원함수는 점 $(-2,5)$ 를 지나게 된다.
따라서 $5 = \sqrt{a+4}+1$
$\therefore a = 12$

20. 두 다항함수 $f(x)=2x+2$, $g(x)=x^2-1$에 대하여 $(f^{-1}\circ g)(3)$ 의 값을 구하시오. (단, f^{-1} 는 f 의 역함수이다.)

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 3

해설

$(f^{-1}\circ g)(3)=f^{-1}(g(3))=f^{-1}(8)$

$f^{-1}(8)=a$ 라 놓으면 $f(a)=2a+2=8$

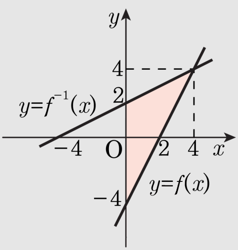
$\therefore\ a=f^{-1}(8)=3$

21. 함수 $f(x) = 2x-4$ 에 대하여 $f(x)$ 의 역함수를 $f^{-1}(x)$ 라 할 때, 함수 $y=f(x)$ 와 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$y=f(x)$ 의 그래프는
두 점 $(0,-4)$, $(2,\ 0)$ 을 지나는 직선이다.
그런데 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와
역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프는
직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이므로
$y=f^{-1}(x)$ 의 그래프는
두 점 $(-4,\ 0)$,$(0,\ 2)$ 를 지나는 직선이다.
함수 $y=f(x)$ 와 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같으므로 교점의 x 좌표를 구하기 위해 $f(x)=x$ 를 풀면 $2x-4=x$
$\therefore x=4$



따라서 교점의 좌표는 $(4,\ 4)$ 이므로
그림에서 구하는 도형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 6\times 4 = 12$

22. $0 \le x \le 3$ 에서 함수 $y = 2|x-1| + x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, 상수 M , m 의 합 $M+m$ 의 값은?

① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

해설

$y = 2|x-1| + x$ 에서
(i) $x \ge 1$ 일 때, $y = 2x - 2 + x = 3x - 2$
(ii) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x-1) + x = -x + 2$ 이므로
$0 \le x \le 3$ 에서 $y = 2|x-1| + x$
따라서 $x = 3$ 일 때, 최댓값 7 , $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 가지므로
$M + m = 7 + 1 = 8$

23. 등식 $\dfrac{3x}{x^3+1} = \dfrac{a}{x+1} + \dfrac{bx+c}{x^2-x+1}$가 x에 대한 항등식이 되도록 상수 $a,\ b,\ c$의 값을 정할 때, $a+b+c$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$(\text{우변}) = \frac{a(x^2-x+1)+(bx+c)(x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)}$$

$$= \frac{(a+b)x^2+(-a+b+c)x+a+c}{x^3+1}$$

주어진 등식이 x에 대한 항등식이 되려면

$a+b=0,\ -a+b+c=3,\ a+c=0$

이것을 풀면

$a=-1,\ b=1,\ c=1$

$\therefore\ a+b+c=1$

24. 부분분수를 이용하여 다음을 만족시키는 양수 x 를 구하여라.

$$\frac{1}{x(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+4)}$$
$$+\frac{1}{(x+4)(x+6)}+\frac{1}{(x+6)(x+8)}=\frac{4}{9}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식을 부분분수로 나타내면

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+2}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+4}\right)$$
$$+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x+4}-\frac{1}{x+6}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x+6}-\frac{1}{x+8}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+2}\right)+\left(\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+4}\right)\right.$$
$$\left.+\left(\frac{1}{x+4}-\frac{1}{x+6}\right)+\left(\frac{1}{x+6}-\frac{1}{x+8}\right)\right\}$$
$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+8}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{8}{x(x+8)}=\frac{4}{x(x+8)}$$
$$=\frac{4}{9}$$

$\therefore x(x+8)=9$

$x^2+8x-9=(x-1)(x+9)=0$

$x>0$ 이므로 $x=1$

25. 유리수 $\dfrac{87}{19}=a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{c+\cfrac{1}{d+\cfrac{1}{e+\cfrac{1}{2}}}}}$ 로 나타낼 때, $a+b+c+d+e$ 의 값을 구하면?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\frac{87}{19}=4+\frac{11}{19}=4+\cfrac{1}{\cfrac{19}{11}}$$

$$=4+\cfrac{1}{1+\cfrac{8}{11}}$$

$$\frac{8}{11}=\cfrac{1}{\cfrac{11}{8}}=\cfrac{1}{1+\cfrac{3}{8}}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{8}{3}}}$$

$$=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{2}{3}}}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}$$

$\therefore a=4,\ b=1,\ c=1,\ d=2,\ e=1$

따라서 $a+b+c+d+e=9$

26. $x^2+\dfrac{1}{x^2}=7$일 때, $\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$의 값은? (단, $x>0$)

① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

해설

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=x^2+\frac{1}{x^2}$$

$$\therefore \left(x+\frac{1}{x}\right)^2=9$$

$$\therefore x+\frac{1}{x}=3 \ (\because x>0)$$

$$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2=5$$

$$\therefore \sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=\sqrt{5}$$

27. $x=\sqrt{11+6\sqrt{2}}$일 때, $x^2-6x+10$의 값을 구하면?

① -2 ② 0 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$x=\sqrt{11+2\sqrt{18}}=3+\sqrt{2}$

$x-3=\sqrt{2}$, 양변을 제곱하면

$x^2-6x+9=2$, 양변에 1을 더하면

$\therefore\ x^2-6x+10=3$

28. $y = \dfrac{x+a}{x+1}$ 의 그래프를 x축 및 y축의 방향으로 평행이동 하면 $y = \dfrac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐질 때, a의 값은?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

$y = \dfrac{x+a}{x+1} = \dfrac{x+1+a-1}{x+1} = 1 + \dfrac{a-1}{x+1}$ 을 평행이동하여

$y = \dfrac{1}{x}$ 과 겹치려면 $a-1=1$

$\therefore\ a = 2$

29. 분수함수 $y = \dfrac{x+b}{ax+1}$ 의 그래프의 점근선 중 하나가 $x = -1$ 이고 점 $(1,\ 2)$ 를 지난다고 한다. 이 분수함수의 정의역이 $\{x \mid -3 \le x < -1$ 또는 $-1 < x \le 1\}$ 일 때, 치역을 구하면? (단, $a,\ b$ 는 상수)

① $\{y \mid y < 0$ 또는 $y > 2\}$
② $\{y \mid y \le 0$ 또는 $y \ge 2\}$
③ $\{y \mid 0 \le y \le 2\}$
④ $\{y \mid y < 1$ 또는 $1 < y \le 2\}$
⑤ $\{y \mid y < 1$ 또는 $y \ge 2\}$

해설

분수함수 $y = \dfrac{x+b}{ax+1}$ 의 그래프의

점근선 중 하나가 $x = -1$ 이므로

$x = -\dfrac{1}{a} = -1$

$\therefore\ a = 1$

따라서, 주어진 분수함수는 $y = \dfrac{x+b}{x+1}$

이고

이 함수의 그래프가 점 $(1,\ 2)$ 를 지나

므로

$2 = \dfrac{1+b}{1+1} \quad \therefore b = 3$

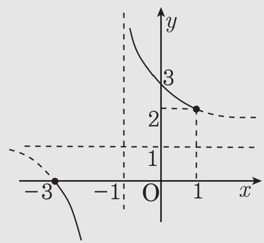
$\therefore\ y = \dfrac{x+3}{x+1}$

따라서 $-3 \le x < -1$ 또는 $-1 < x \le 1$ 에서

$y = \dfrac{x+3}{x+1} = \dfrac{2}{x+1} + 1$ 의 그래프는

다음 그림과 같으므로 구하는 치역은

$\{y \mid y \le 0$ 또는 $y \ge 2\}$



30. 분수함수 $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y=mx+1$ 과 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

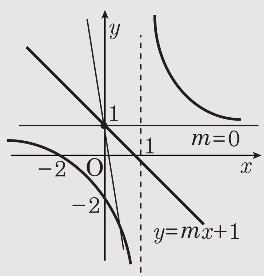
① $0<m\le 12$　　② $-12\le m<0$　　③ $-12<m\le 0$

④ $0\le m<12$　　⑤ $-12\le m\le 12$

해설

$y=\dfrac{x+2}{x-1}=\dfrac{x-1+3}{x-1}=\dfrac{3}{x-1}+1$ 이므로 함수 $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ 의 그래프는 $y=\dfrac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

(i) 그림에서 $m=0$ 일 때
두 그래프는 만나지 않는다.



(ii) $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ 와 $y=mx+1$ 에서

$\dfrac{x+2}{x-1}=mx+1$

즉, $mx^2-mx-3=0$

이때, 판별식을 D 라 하면

$D=m^2+12m<0,\ m(m+12)<0$

$\therefore\ -12<m<0$

(i), (ii) 에서 구하는 실수 m 의 값의 범위는

$-12<m\le 0$

31. $1 \le x \le a$ 일 때, $y = \sqrt{2x-1}+3$ 의 최솟값이 m, 최댓값이 6 이다. $a+m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$1 \le x \le a$ 에서, 함수 $y = \sqrt{2x-1}+3$ 은 증가함수이므로
$x=1$ 일때 최솟값을 가진다.
곧, $m = \sqrt{2-1}+3 = 4$
$\therefore m = 4$
또한, $x = a$ 일 때 최댓값을 가지므로
$6 = \sqrt{2a-1}+3$
$\therefore a = 5$
$\therefore a+m = 9$

32. 무리함수 $y = \sqrt{x-a}+1$에 대하여 $f^{-1}(2)=3$일 때, 상수 a의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$f(3)=2$

$\therefore 2 = \sqrt{3-a}+1$

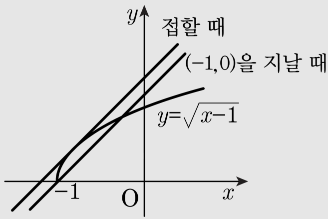
$\therefore a = 2$

33. 두 함수 $y = \sqrt{x+1}$과 $y = x+a$의 그래프가 서로 다른 두 개의 교점을 가지도록 상수 a의 값의 범위를 구하면?

① $1 \le a < \frac{5}{4}$ ② $1 < a < \frac{5}{4}$ ③ $1 \le a \le \frac{5}{4}$

④ $2 \le a < \frac{5}{4}$ ⑤ $1 \le a < 3$

해설



그림에서

(i) $y = x + a$가 점 $(-1,\ 0)$을 지날 때, $a = 1$

(ii) $y = x + a$ 와 $y = \sqrt{x+1}$ 이 접할 때

$x + a = \sqrt{x+1}$ 에서 양변을 제곱하면

$(x+a)^2 = x + 1$

$x^2 + (2a-1)x + a^2 - 1 = 0$

$\mathrm{D} = (2a-1)^2 - 4(a^2-1) = 0$

$-4a + 1 + 4 = 0 \Leftrightarrow 4a = 5$

$\therefore a = \frac{5}{4}$

(i), (ii)$1 \le a < \frac{5}{4}$