

1. n 이 자연수이고 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x = 3 \times n\}$, $B = \{x \mid x = 3 \times n + 1\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $1 \in A$

② $3 \notin A$

③ $4 \notin B$

④ $7 \in B$

⑤ $8 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 3, 6, 9, 12 ... 이고 집합 B 의 원소는 4, 7, 10, ... 이므로 $7 \in B$ 이다.

2. 집합 $A = \{a, b, \{c\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

①

$$\emptyset \in A$$

$$\textcircled{2} \quad \{a, b\} \in A$$

$$\textcircled{3} \quad \{c\} \subset A$$

$$\textcircled{4} \quad \{b\} \in A$$

$$\textcircled{5} \quad \{a, b, c\} \subset A$$

해설

A 의 원소는 $a, b, \{c\}, \emptyset$ 이므로 ① $\emptyset$ 은 A 의 부분집합이기도 하고 A 의 원소이기도 하다.

한편,

$$\textcircled{2} \quad \{a, b\} \subset A$$

$$\textcircled{3} \quad \{c\} \in A$$

$$\textcircled{4} \quad \{b\} \subset A$$

$$\textcircled{5} \quad \{a, b, \{c\}\} \subset A$$

이다.

3. 두 집합 $A = \{\neg, \perp, \sqsubset, \sqsupset\}$, $B = \{\perp, \sqsubset, \sqsupset, \square\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합이면서 집합 B 의 부분집합이 되는 집합의 개수는?

① 0개

② 2개

③ 4개

④ 6개

⑤ 8개

해설

집합 A 의 부분집합도 되고 집합 B 의 부분집합도 되는 집합은 $\{\perp, \sqsubset, \sqsupset\}$ 의 부분집합과 같으므로 $2^3 = 8$ (개)

4. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 에서 1 을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 4 개라고 할 때, 자연수 n 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$2^{(1을 제외한 원소의 개수)} = 2^{n-1} = 4 = 2^2 \quad \therefore n = 3$$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 5\text{이하의 자연수}\}$, $A = \{2, 3, 5\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 반드시 포함해야 하는 원소는?

- ① 1, 4 ② 1, 3, 5 ③ 2, 3, 5
④ 2, 3, 4, 5 ⑤ 1, 2, 3, 4, 5

해설

집합 $A = \{2, 3, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 집합 B 는 원소 1, 4를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

6. 미진이네 반 학생들은 백일장에서 수필 또는 시를 써서 제출하였다. 미진이네 반 46 명의 학생 중에서 수필을 쓴 학생이 26 명, 시를 써서 제출한 학생이 19 명, 백일장에 참석하지 못한 학생이 4 명이다. 수필과 시를 모두 같이 제출한 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 3 명

해설

수필을 쓴 학생을 집합 A 라 하고, 시를 써서 제출한 학생을 집합 B 라 한다.

백일장에 참석하지 못하여 시나 수필을 쓰지 못한 학생이 4 명
이므로 합집합의 원소의 개수는 $46 - 4 = 42(\text{개})$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$42 = 26 + 19 - x$$

$$x = 3$$

7. 전체집합 U 와 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $U = A \cup B$, $A = \{x \mid x \text{는 } 40 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}$ 일 때,
 $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B)$ 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 2 개

해설

$$A = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$$

$$B = \{1, 5, 25\}$$

$$A \cap B = \{1, 5\}$$

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50$, $n(A) = 24$, $n(A \cap B) = 15$, $n(A^c \cap B^c) = 9$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수는?

① 2개

② 4개

③ 8개

④ 16개

⑤ 32개

해설

$$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 9,$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 50 - 9 = 41$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B),$$

$$41 = 24 + n(B) - 15$$

$$\therefore n(B) = 32$$

9. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 한 자리의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = 9$ 일 때, 집합 $B - A$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$n(U) = 9, n(A \cup B) = 9 \text{ 이므로}$$

$$A \cup B = U \dots \textcircled{1}$$

$$n(A \cap B) = 0 \text{ 이므로 } A \cap B = \emptyset \dots \textcircled{2}$$

① 과 ② 에 의하여

$$B = A^c = \{2, 4, 6, 8\}$$

10. 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 P, Q, R 이라 할 때, $P - Q = R$ 을 만족한다. 다음 <보기> 중 항상 참인 명제를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $r \rightarrow \sim q$

㉡ $r \rightarrow p$

㉢ $r \rightarrow q$

㉤ $\sim r \rightarrow \sim p$

㉥ $p \rightarrow q$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉥

④ ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉡, ㉤, ㉥

해설

$$P - Q = R$$

따라서, $R \subset P$ 이고 집합간의 관계를 살펴보면

$$Q = R^c, R = Q^c \text{ 이 된다.}$$

이를 명제로 표현하면 $r \rightarrow p, q \rightarrow \sim r, r \rightarrow \sim q$ 이므로 참인 명제는 ㉠, ㉡이다.

11. 두 조건 $p : 2 \leq x < 5$, $q : a + 1 < x < a + 9$ 에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 정수 a 의 모든 값의 합은?

① -10

② -9

③ -6

④ -5

⑤ -3

해설

조건 p 를 만족하는 진리집합을 P , 조건 q 를 만족하는 진리집합을 Q 라 하면 $p \rightarrow q$ 이려면 $P \subset Q$ 가 성립해야 한다.

$a + 1 < 2$ 이고 $a + 9 \geq 5$ 이므로 $a < 1$, $a \geq -4$

따라서 $-4 \leq a < 1$ 이므로 만족하는 정수 a 는 $-4, -3, -2, -1, 0$ 이고 합은 -10 이다.

12. 두 조건 p , q 를 만족하는 집합을 각각 $P = \{a+1, 2\}$, $Q = \{3, 5, 3a-4\}$ 라 할 때, p 는 q 이기 위한 충분조건이다. 이때, 상수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

p 는 q 이기 위한 충분조건이므로

$$P \subset Q$$

$$\{a+1, 2\} \subset \{3, 5, 3a-4\}$$

따라서 $3a-4=2$ 이므로 $a=2$

13. 두 실수 a, b 에 대하여 $0 < a < b$, $a + b = 1$ 일 때, 다음 중 대소를 비교한 것으로 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a}$

② $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$

④ $\sqrt{b-a} < 1$

⑤ $\sqrt{b-a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$$\begin{aligned}(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 1^2 &= a + b + 2\sqrt{ab} - 1 \\ &= 2\sqrt{ab} \quad (\because a + b = 1) > 0\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} > 1$$

14. $a + b = 9$ 를 만족하는 양수 a, b 에 대하여 $[ab]$ 의 최댓값을 구하여라.
(단, $[x]$ 는 x 를 넘지않는 최대의 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

산술기하평균의 관계를 이용하면 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$

$$ab \leq \left(\frac{9}{2}\right)^2, ab \leq 20.25$$

$\therefore [ab]$ 의 최댓값은 20

15. a, b, x, y 가 실수이고 $a^2 + b^2 = 2, x^2 + y^2 = 8$ 일 때, $ax + by$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ -5

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$$

$$\text{즉, } (ax + by)^2 \leq 2 \times 8$$

한편, $ax + by = X$ 라 하면, $X^2 \leq 16$

$$\therefore -4 \leq X \leq 4$$

따라서, $M = 4, m = -4$

$$\therefore M + m = 0$$

16. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $f(x) = x^3 - 2x + 1$, $g(x+1) = f(x+3)$ 으로 정의될 때 $g(0) + g(2)$ 의 값은?

① 34

② 45

③ 57

④ 62

⑤ 67

해설

$$g(x+1) \text{에서 } x = -1 \text{ 일 때, } g(0) = f(2)$$

$$g(x+1) \text{에서 } x = 1 \text{ 일 때, } g(2) = f(4)$$

$$\begin{aligned}\therefore g(0) + g(2) &= f(2) + f(4) \\ &= 2^3 - 2 \times 2 + 1 + 4^3 - 2 \times 4 + 1 = 62\end{aligned}$$

17. 두 집합 $X = \{x \mid -1 \leq x \leq 4\}$, $Y = \{y \mid -5 \leq y \leq 10\}$ 에 대하여 $f: X \rightarrow Y$, $f(x) = ax+b$ ($a > 0$) 로 정의되는 함수가 일대일 대응일 때, $2a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

일차함수 $f(x) = ax+b$ ($a > 0$) 의 정의역이 $X = \{x \mid -1 \leq x \leq 4\}$ 이고

$f(-1) = -a+b$, $f(4) = 4a+b$ 이므로

치역은 $\{y \mid -a+b \leq y \leq 4a+b\}$ 이다.

그런데 함수가 일대일 대응이 되기 위해서는
공역과 치역이 같아야 하므로

$$-a+b = -5, \quad 4a+b = 10$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 3$, $b = -2$

$$\therefore 2a+b = 4$$

18. $x \neq 1$ 인 모든 실수에 대하여 $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ 로 정의된 함수 f 에 대하여 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 $f^{-1}(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f(x) = y = \frac{2x+1}{x-1} \text{의 역함수는}$$

$$x = \frac{2y+1}{y-1} \text{에서}$$

$$x(y-1) = 2y+1, xy-x = 2y+1, xy-2y = x+1$$

$$(x-2)y = x+1$$

$$\therefore y = \frac{x+1}{x-2} = f^{-1}(x)$$

$$= \frac{ax+b}{x+c}$$

$$\text{즉, } a=1, b=1, c=-2$$

$$\therefore a+b+c=0$$

19. 함수 $y = \sqrt{a-2x} + 1$ 의 역함수가 점 $(5, -2)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 12$

해설

역함수가 점 $(5, -2)$ 를 지나므로
원함수는 점 $(-2, 5)$ 를 지나게 된다.
따라서 $5 = \sqrt{a+4} + 1$
 $\therefore a = 12$

20. 두 다항함수 $f(x) = 2x + 2$, $g(x) = x^2 - 1$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g)(3)$ 의 값을 구하시오. (단, f^{-1} 는 f 의 역함수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(f^{-1} \circ g)(3) = f^{-1}(g(3)) = f^{-1}(8)$$

$$f^{-1}(8) = a \text{라 놓으면 } f(a) = 2a + 2 = 8$$

$$\therefore a = f^{-1}(8) = 3$$

21. 함수 $f(x) = 2x - 4$ 에 대하여 $f(x)$ 의 역함수를 $f^{-1}(x)$ 라 할 때, 함수 $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$y = f(x)$ 의 그래프는

두 점 $(0, -4)$, $(2, 0)$ 을 지나는 직선이다.

그런데 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와

역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는

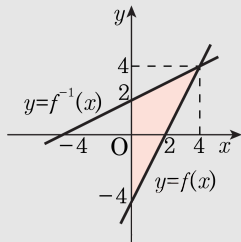
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로

$y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는

두 점 $(-4, 0)$, $(0, 2)$ 를 지나는 직선이다.

함수 $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과 같으므로 교점의 x 좌표를 구하기 위해 $f(x) = x$ 를 풀면 $2x - 4 = x$

$$\therefore x = 4$$



따라서 교점의 좌표는 $(4, 4)$ 이므로

그림에서 구하는 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$

22. $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y = 2|x - 1| + x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, 상수 M, m 의 합 $M + m$ 의 값은?

① 9

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 5

해설

$y = 2|x - 1| + x$ 에서

(i) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2x - 2 + x = 3x - 2$

(ii) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x - 1) + x = -x + 2$ 이므로

$0 \leq x \leq 3$ 에서 $y = 2|x - 1| + x$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최댓값 7, $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 가지므로

$$M + m = 7 + 1 = 8$$

23. 등식 $\frac{3x}{x^3+1} = \frac{a}{x+1} + \frac{bx+c}{x^2-x+1}$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a+b+c$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{우변}) &= \frac{a(x^2 - x + 1) + (bx + c)(x + 1)}{(x + 1)(x^2 - x + 1)} \\&= \frac{(a + b)x^2 + (-a + b + c)x + a + c}{x^3 + 1}\end{aligned}$$

주어진 등식이 x 에 대한 항등식이 되려면

$$a + b = 0, -a + b + c = 3, a + c = 0$$

이것을 풀면

$$a = -1, b = 1, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 1$$

24. 부분분수를 이용하여 다음을 만족시키는 양수 x 를 구하여라.

$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} = \frac{4}{9}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식을 부분분수로 나타내면

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ & = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \right. \\ & \quad \left. + \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \right\} \\ & = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+8} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{x(x+8)} = \frac{4}{x(x+8)} \\ & = \frac{4}{9} \end{aligned}$$

$$\therefore x(x+8) = 9$$

$$x^2 + 8x - 9 = (x-1)(x+9) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 1$$

25. 유리수 $\frac{87}{19} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e + \frac{1}{2}}}}}$ 로 나타낼 때, $a + b + c + d + e$

의 값을 구하면?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$\frac{87}{19} = 4 + \frac{11}{19} = 4 + \frac{1}{\frac{19}{11}}$$

$$= 4 + \frac{1}{1 + \frac{8}{11}}$$

$$\frac{8}{11} = \frac{1}{\frac{11}{8}} = \frac{1}{1 + \frac{3}{8}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{8}{3}}}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{2}{3}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$$

$$\therefore a = 4, b = 1, c = 1, d = 2, e = 1$$

$$\text{따라서 } a + b + c + d + e = 9$$

26. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ 일 때, $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ 의 값은 ? (단, $x > 0$)

① $\sqrt{3}$

② $\sqrt{5}$

③ $\sqrt{7}$

④ 3

⑤ $\sqrt{10}$

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 3 \quad (\because x > 0)$$

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = 5$$

$$\therefore \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{5}$$

27. $x = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 - 6x + 10$ 의 값을 구하면?

① -2

② 0

③ $2\sqrt{2}$

④ 3

⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$$x = \sqrt{11 + 2\sqrt{18}} = 3 + \sqrt{2}$$

$$x - 3 = \sqrt{2}, \text{ 양변을 제곱하면}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 2, \text{ 양변에 } 1 \text{ 을 더하면}$$

$$\therefore x^2 - 6x + 10 = 3$$

28. $y = \frac{x+a}{x+1}$ 의 그래프를 x 축 및 y 축의 방향으로 평행이동 하면 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐질 때, a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$y = \frac{x+a}{x+1} = \frac{x+1+a-1}{x+1} = 1 + \frac{a-1}{x+1} \text{ 을 평행이동하여}$$

$$y = \frac{1}{x} \text{ 과 겹치려면 } a-1=1$$

$$\therefore a=2$$

29. 분수함수 $y = \frac{x+b}{ax+1}$ 의 그래프의 점근선 중 하나가 $x = -1$ 이고 점 $(1, 2)$ 를 지난다고 한다. 이 분수함수의 정의역이 $\{x \mid -3 \leq x < -1$ 또는 $-1 < x \leq 1\}$ 일 때, 치역을 구하면? (단, a, b 는 상수)

① $\{y \mid y < 0$ 또는 $y > 2\}$

② $\{y \mid y \leq 0$ 또는 $y \geq 2\}$

③ $\{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$

④ $\{y \mid y < 1$ 또는 $1 < y \leq 2\}$

⑤ $\{y \mid y < 1$ 또는 $y \geq 2\}$

해설

분수함수 $y = \frac{x+b}{ax+1}$ 의 그래프의

점근선 중 하나가 $x = -1$ 이므로

$$x = -\frac{1}{a} = -1$$

$$\therefore a = 1$$

따라서, 주어진 분수함수는 $y = \frac{x+b}{x+1}$

이고

이 함수의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나

므로

$$2 = \frac{1+b}{1+1} \quad \therefore b = 3$$

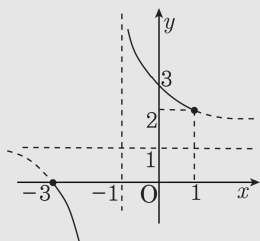
$$\therefore y = \frac{x+3}{x+1}$$

따라서 $-3 \leq x < -1$ 또는 $-1 < x \leq 1$ 에서

$$y = \frac{x+3}{x+1} = \frac{2}{x+1} + 1 \text{ 의 그래프는}$$

다음 그림과 같으므로 구하는 치역은

$$\{y \mid y \leq 0 \text{ 또는 } y \geq 2\}$$



30. 분수함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = mx + 1$ 과 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

① $0 < m \leq 12$

② $-12 \leq m < 0$

③ $-12 < m \leq 0$

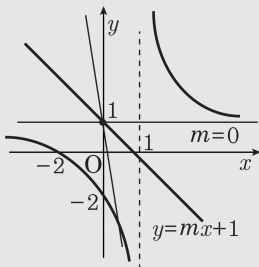
④ $0 \leq m < 12$

⑤ $-12 \leq m \leq 12$

해설

$y = \frac{x+2}{x-1} = \frac{x-1+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$ 이므로 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프는 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

- (i) 그림에서 $m = 0$ 일 때
두 그래프는 만나지 않는다.



- (ii) $y = \frac{x+2}{x-1}$ 와 $y = mx + 1$ 에서

$$\frac{x+2}{x-1} = mx + 1$$

$$\text{즉, } mx^2 - mx - 3 = 0$$

이때, 판별식을 D 라 하면

$$D = m^2 + 12m < 0, m(m+12) < 0$$

$$\therefore -12 < m < 0$$

- (i), (ii)에서 구하는 실수 m 의 값의 범위는

$$-12 < m \leq 0$$

31. $1 \leq x \leq a$ 일 때, $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 의 최솟값이 m , 최댓값이 6이다.
 $a + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$1 \leq x \leq a$ 에서, 함수 $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 은 증가함수이므로
 $x = 1$ 일때 최솟값을 가진다.

$$\text{곧, } m = \sqrt{2-1} + 3 = 4$$

$$\therefore m = 4$$

또한, $x = a$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{2a-1} + 3$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore a + m = 9$$

32. 무리함수 $y = \sqrt{x-a} + 1$ 에 대하여 $f^{-1}(2) = 3$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(3) = 2$$

$$\therefore 2 = \sqrt{3-a} + 1$$

$$\therefore a = 2$$

33. 두 함수 $y = \sqrt{x+1}$ 과 $y = x+a$ 의 그래프가 서로 다른 두 개의 교점을 가지도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $1 \leq a < \frac{5}{4}$

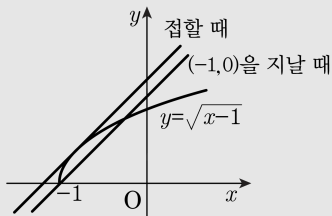
② $1 < a < \frac{5}{4}$

③ $1 \leq a \leq \frac{5}{4}$

④ $2 \leq a < \frac{5}{4}$

⑤ $1 \leq a < 3$

해설



그림에서

(i) $y = x + a$ 가 점 $(-1, 0)$ 을 지날 때, $a = 1$

(ii) $y = x + a$ 와 $y = \sqrt{x+1}$ 이 접할 때

$x + a = \sqrt{x+1}$ 에서 양변을 제곱하면

$$(x + a)^2 = x + 1$$

$$x^2 + (2a - 1)x + a^2 - 1 = 0$$

$$D = (2a - 1)^2 - 4(a^2 - 1) = 0$$

$$-4a + 1 + 4 = 0 \Leftrightarrow 4a = 5$$

$$\therefore a = \frac{5}{4}$$

(i), (ii) $1 \leq a < \frac{5}{4}$