

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{\emptyset\} \subset \emptyset$

② $\{a, b, c\} \subset \{a, b, c, d\}$

③ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면, $\{1, 2, 3, 4\} \subset A$ 이다.

④ $\{1, 2, 3, 4\} \subset A$ 이고 $A \subset B$ 이면 $\{1, 4\} \subset B$

⑤ $\{4, 5\} \subset \{5, 4\}$

해설

① $\{\emptyset\} \not\subset \emptyset$

2. 세 집합 A, B, C 가 $A \subset B \subset C$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? (단, $A \neq B \neq C$ 이다.)

① $\emptyset \subset A$

② $A \subset C$

③ $C \not\subset B$

④ $B \subset A$

⑤ $C^C \subset B^C$

해설

④ $A \neq B$ 이므로 $B \not\subset A$ 이다.

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $a \notin \{a, b\}$

② $\emptyset \subset \{3\}$

③ $\{a, b\} \subset \{a, b\}$

④ $4 \subset \{1, 2, 4\}$

⑤ $\emptyset \in \{0\}$

해설

① $a \in \{a, b\}$

④ $4 \in \{1, 2, 4\}$

⑤ $\emptyset \subset \{0\}$

4. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\{\emptyset\}$ 은 $\{3\}$ 의 부분집합이다.

② $\{x, y\}$ 는 $\{y\}$ 의 부분집합이 아니다.

③ $A \subset B$, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

④ $A \subset B$, $B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

⑤ $A \subset B$, $A \subset C$ 이면 $B \subset C$ 이다.

해설

① $\{\emptyset\}$ 은 $\{3\}$ 의 부분집합이 아니다. $\{3\}$ 의 부분집합은 $\emptyset$ 과 $\{3\}$ 이다.

⑤ $A \subset B$, $A \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이고, B 와 C 의 포함 관계는 알 수 없다.

5. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset B$ 이다. 다음 중 $A \subset C$ 가 되는 경우는?

① $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, C = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$

② $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}, C = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$

③ $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수}\}, C = \{x \mid x \text{는 홀수}\}$

④ $A = \{\emptyset\}, C = \emptyset$

⑤ $A = \{1, 3, 5, 7\}, C = \{1, 5, 9, 11\}$

해설

$A \subset B$ 이므로, $B \subset C$ 일 때, $A \subset C$ 의 포함 관계가 성립한다.

① $B = \{1, 2, 4, 8\}, C = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 포함 관계 없음.

② $A = \{6, 12, 18, \dots\}, C = \{12, 24, \dots\}$ 이므로 $C \subset A$

③ $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}, C = \{1, 3, 5, \dots\}$ 이므로 $B \subset C$

④ $A = \{\emptyset\}, C = \emptyset$ 이므로 $C \subset A$

⑤ $A = \{1, 3, 5, 7\}, C = \{1, 5, 9, 11\}$ 이므로 포함 관계 없음.

6. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset B$ 이다. 다음 중 $A \subset C$ 가 되는 경우가 아닌 것은?

① $A = \emptyset, C = \emptyset$

② $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}, C = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

③ $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 큰 짝수}\}, C = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}, C = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$

⑤ $A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{1, 3, 5, 7\}$

해설

$A \subset B$ 이므로, $B \subset C$ 일 때, $A \subset C$ 의 포함 관계가 성립한다.

① $A = \emptyset, C = \emptyset$ 이므로 $A \subset C$

② $B = \{1, 2, 3, 6\}, C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $B \subset C$

③ $B = \{12, 14, 16, \dots\}, C = \{2, 4, 6, \dots\}$ 이므로 $B \not\subset C$

④ $A = \{12, 24, \dots\}, C = \{6, 12, 18, \dots\}$ 이므로 $A \subset C$

⑤ $A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 $A \subset B, A \not\subset C$

7. 부분집합에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 모든 집합은 자기 자신을 부분집합으로 한다.

② 공집합은 모든 집합의 부분집합이다.

③ $A \subset B, B \subset A$ 인 집합 A, B 는 존재하지 않는다.

④ 공집합은 $\{0\}$ 의 부분집합이다.

⑤ $\{1, 3, 5\}$ 는 $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 미만인 홀수}\}$ 의 부분집합이 아니다.

해설

$A \subset B, B \subset A$ 는 $A = B$ 를 의미하며 이를 만족하는 집합은 무수히 많이 존재한다.

8. 집합 $A = \{1, 2, \emptyset, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{1, 2\} \subset A$

② $\emptyset \subset A$

③ $\{\emptyset, 2\} \subset A$

④ $A \subset A$

⑤ $\{\emptyset, \{1, 2\}\} \not\subset A$

해설

$\{\emptyset, \{1, 2\}\} \subset A$ 이다.

9. 다음 <보기>의 명제 중 참인 것을 모두 고른 것은? (단, a, b, c, d 는 실수)

보기

- ㉠ $ab = 0$ 이면 $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이다.
㉡ $a + b > 2$, $ab > 1$ 이면 $a > 1$, $b > 1$ 이다.
㉢ $a > b, c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.
㉤ $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면 $a = b = 0$ 이다.
㉥ $a + b > 0$ 이면 $a > 0$ 또는 $b > 0$ 이다.

① ㉠, ㉢

② ㉡, ㉥

③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉤, ㉥

해설

㉠ 반례: $a = 0, b = 1$

㉡ 반례: $a = 3, b = \frac{1}{2}$

㉤ 반례: $a = -\sqrt{2}, b = 1$

10. 다음 <보기>의 명제 중 참인 명제의 개수를 구하면?

보기

- ㉠ 소수이면 홀수이다.
- ㉡ $ab \neq 6$ 이면 $a \neq 2$ 또는 $b \neq 3$ 이다.
- ㉢ 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 = 0$ 이면 $|a| + |b| = 0$ 이다.
- ㉣ 실수 a, b, c 에 대하여 $ac = bc$ 이면 $a = b$ 이다.
- ㉤ $x^2 = 4$ 이면 $x = 2$ 이다.

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

- ㉠ 짝수인 소수도 있다.
- ㉡ 대우명제 ' $a = 2$ 이고 $b = 3$ 이면 $ab = 6$ 이다.' 는 참이므로 주어진 명제는 참이다.
- ㉢ $a^2 + b^2 = 0$ 이면 $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이다.
따라서 $|a| + |b| = 0$ 이다.
- ㉣ $c = 0$ 이면 $ac = bc$ 이지만 $a = b$ 인 것은 아니다.
- ㉤ $x^2 = 4$ 이면 $x = \pm 2$ 이다

11. 다음 명제 중 거짓인 명제는?

① 두 삼각형이 합동이면 넓이가 같다.

② 두 자연수 m, n 에 대하여 $m^2 + n^2$ 이 홀수이면 mn 은 홀수이다.

③ 자연수 n 에 대하여 n^2 이 짝수이면 n 은 짝수이다.

④ 어떤 x 에 대하여 $x^2 \leq 0$ 이다.

⑤ 정사각형은 평행사변형이다.

해설

② (반례) $m = 2, n = 1$ 인 경우

12. 다음 보기의 명제 중 참인 것을 모두 고르면?

㉠ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.

㉡ 정사각형은 마름모이다.

㉢ 임의의 유리수 x 에 대하여 $\sqrt{2}x$ 는 무리수이다.

㉣ $a + b > 0$ 이면 $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이다.

㉤ x 가 6의 약수이면 x 는 12의 약수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

(반례) ㉠ $a = 1, b = -4$ ㉢ $x = 0$ ㉣ $a = 5, b = -4$

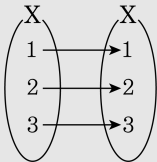
$\therefore$ ㉡, ㉤만 참이다.

13. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일 대응이고, $f \circ f = f$ 를 만족하는 함수는 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일 대응이 되는 경우는 6 가지이고 이
중에서 $f \circ f = f$
즉 $f = I$ (항등함수)를 만족하는 것은 하나 뿐이다.



14. 역함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f^{-1}(3) = 2$ 이고 $f(3x-4) = g(x)$ 라 할 때, $g^{-1}(3)$ 의 값은?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$g^{-1}(3) = k \text{ 라 하면 } g(k) = 3$$

$$\therefore f(3k-4) = g(k) = 3$$

$$f^{-1}(3) = 3k-4 = 2 \text{ 이므로 } k = 2$$

$$\therefore g^{-1}(3) = 2$$

15. $f\left(\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}\right) = 3x-1$ 을 만족하는 $f(x)$ 에 대하여, $f^{-1}(11)$ 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$$f^{-1}(3x-1) = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} \text{ 이므로}$$

$$3x-1 = 11 \text{ 에서 } x = 4$$

$$\begin{aligned}\therefore f^{-1}(11) &= \frac{1+\sqrt{4}}{1-\sqrt{4}} \\ &= -3\end{aligned}$$

16. 양의 실수에서 정의된 두 함수 $f(x) = x^2 + 2x$, $h(x) = \frac{100x + 200}{f(x)}$

에 대하여 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $(h \circ g)(8)$ 의 값은?

① 10

② 20

③ 30

④ 40

⑤ 50

해설

$g(8) = k$ 라고 하면 $f(k) = 8$ 이다.

$$\Rightarrow k^2 + 2k = 8$$

$$\Rightarrow k = -4, 2 \Rightarrow k = 2 (\because k > 0)$$

$$\therefore (h \circ g)(8) = h(g(8)) = h(2)$$

$$= \frac{100 \times 2 + 200}{f(2)} = 50$$