

1. 다음 중 부분집합의 개수가 16 개인 집합은?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 17 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 15 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ④ $\{a, b, c, d, e\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$

해설

- ① $2^2 = 4$ (개)
- ② 2^{16} (개)
- ③ $2^7 = 128$ (개)
- ④ $2^5 = 32$ (개)
- ⑤ $2^4 = 16$ (개)

2. $n(D) = n$ 일 때 집합 D 의 부분집합의 개수로 옳은 것은?

- ① n
- ② $2 \times n$
- ③ $n \times (n + 1)$
- ④ $2 + 2 + 2 + 2 + 2 \cdots + 2$ (2를 n 번 더한다)
- ⑤ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \cdots \times 2$ (2를 n 번 곱한다)

해설

어떤 집합의 부분집합의 개수는 2를 그 집합의 원소의 개수만큼 곱한 수이다. 따라서 원소의 개수가 n 개인 집합의 부분집합의 개수는 2를 n 번 곱한 수이다.

3. $A = \{a, i, u, e, o\}$ 일 때, $B \subset A$ 이고, $A \neq B$ 인 집합 B 의 개수는?

- ① 3 개 ② 7 개 ③ 15 개 ④ 31 개 ⑤ 63 개

해설

$B \subset A$ 이고, $A \neq B$ 인 집합 B 는 집합 A 의 진부분집합이다.
따라서 집합 B 의 개수는 (집합 A 의 부분집합의 수) -1 (개)가 된다.
따라서 $2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$ (개)이다.

4. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일 때, 공집합이 아닌 부분집합의 개수는?

- ① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

해설

$A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

전체 부분집합의 개수 : $2^5 = 32$

공집합을 제외한 부분집합의 개수 : $32 - 1 = 31$

5. 집합 $A = \{n \mid n \text{은 } 10 \text{ 이하인 자연수}\}$ 의 진부분집합 중 10보다 작은 소수가 모두 들어 있는 진부분집합의 개수를 구하면?

- ① 16개 ② 31개 ③ 32개 ④ 63개 ⑤ 64개

해설

10보다 작은 소수는 2, 3, 5, 7이므로 주어진 집합은 {2, 3, 5, 7}을 반드시 포함하면서 진부분집합이어야 하므로 $2^{10-4} - 1 = 2^6 - 1 = 63$ (개)

6. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 $X \subset A$, $A - X = \{1, 3\}$ 을 만족하는 집합 X 의 진부분집합의 개수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 15개

해설

$$2^{5-2} - 1 = 7(\text{개})$$

7. $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때 $A \subset X \subset B$ 인 집합 X 중에서 집합 B 의 진부분집합은 모두 몇 개인가?

- ① 32개 ② 16개 ③ 8개 ④ 7개 ⑤ 6개

해설

1, 2를 반드시 포함하는 B 의 부분집합의 수에서 B 를 뺀 것과 같다.

$$\therefore 2^{5-2} - 1 = 7(\text{개})$$

8. 자연수 집합의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 의 진부분집합의 개수와 $A \cup B$ 의 진부분집합의 개수의 합은?

- ① 46개 ② 48개 ③ 70개 ④ 72개 ⑤ 74개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로
 $A \cap B = \{3, 5, 7\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$
따라서 $A \cap B$ 의 진부분집합의 개수는 $2^3 - 1 = 7$ (개)이고,
 $A \cup B$ 의 진부분집합의 개수는 $2^6 - 1 = 63$ (개)이므로 $63 + 7 = 70$ (개)