

1. 유리식 $\frac{x^2 + 5x}{x^2 - x - 2} \div \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 4x + 4}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{x+1}{x}$

② $\frac{x}{x-1}$

③ $\frac{x}{x+1}$

④ $\frac{x-1}{x}$

⑤ $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x(x+5)}{(x-2)(x+1)} \div \frac{(x+5)(x-2)}{(x-2)^2} \\ &= \frac{x(x+5)}{(x-2)(x+1)} \times \frac{(x-2)^2}{(x+5)(x-2)} \\ &= \frac{x}{x+1} \end{aligned}$$

2. 다음 계산 중 옳은 것은?

① $\frac{a^2x^2}{a^2x} = 2$

② $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = 3 + \sqrt{6}$

③ $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{1}{x+1}$

④ $\sqrt{(-3)^2} = -3$

⑤ $\frac{a}{b} = \frac{a+1}{b+1}$

해설

① 방정식이므로 참, 거짓 판별 못함.

② $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 3 - \sqrt{6} : \times$

③ $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}} = 1 - \frac{x}{x+1}$
 $= \frac{1}{x+1} : \bigcirc$

④ $\sqrt{(-3)^2} = 3 : \times$

⑤ $\frac{a}{b} \neq \frac{a+1}{b+1} : \times$

3. 철이와 돌이는 동업을 하여 수익금을 6 : 4의 비율로 나누어 갖기로 하였다. 철이의 수익금이 3만원이었다면, 돌이의 수익금은 얼마인지 구하시오.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 20000 원

해설

돌이의 수익금을 x 만원이라 하면

$6 : 4 = 3\text{만원} : x$ 이므로 돌이의 수익금은 2만원

4. 다음 무리식의 값이 실수가 되는 x 의 범위를 구하면?

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}$$

① $1 < x < 3$

② $1 \leq x \leq 3$

③ $x > 3$

④ $x < 1$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x \geq 3$

해설

$$x - 1 \geq 0, x \geq 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$3 - x \geq 0, x \leq 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\therefore \textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 모두 만족하는 범위는 $1 \leq x \leq 3$

5. 다음 중 $\sqrt{8} + \sqrt{18}$ 을 바르게 계산한 것은?

① $\sqrt{26}$

② $2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

③ 7

④ $5\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{13}$

해설

$$\sqrt{8} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

6. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하면 $a + b\sqrt{c}$ 이다.

$a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 13$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} &= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \\ &= \frac{3 + 2\sqrt{6} + 2}{3 - 2} \\ &= 5 + 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$\therefore a = 5, b = 2, c = 6$ 이므로

$$a + b + c = 5 + 2 + 6 = 13$$

7. 함수 $y = -\frac{2}{x} - 3$ 의 점근선의 방정식은?

① $x = 0, y = 3$

② $x = 0, y = -3$

③ $x = 1, y = 3$

④ $x = -1, y = 3$

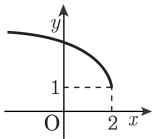
⑤ $x = 1, y = -3$

해설

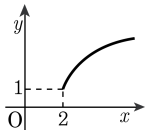
$y = -\frac{2}{x} - 3$ 는 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼
평행이동한 그래프이므로 점근선의 방정식은 $x = 0, y = -3$
이다.

8. 함수 $y = 2\sqrt{-3x+6} + 1$ 의 그래프는?

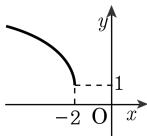
①



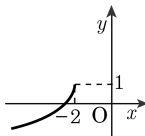
②



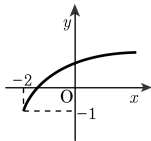
③



④



⑤



해설

$$y = 2\sqrt{-3(x-2)} + 1$$

$\Rightarrow$ 꼭짓점 : (2, 1)

정의역 : $x \leq 2$, 치역 : $y \geq 1$

9. 다음 함수의 그래프의 식을 구하면?

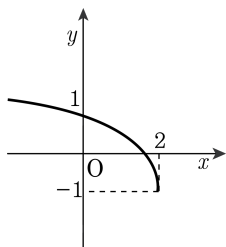
① $y = \sqrt{-2x+4} - 1$

② $y = \sqrt{-x+1} - 1$

③ $y = -\sqrt{-2x+4} + 1$

④ $y = \sqrt{x-1} - 1$

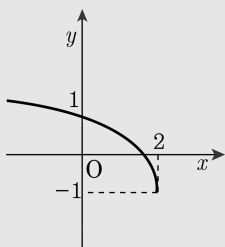
⑤ $y = \sqrt{2x-4} + 1$



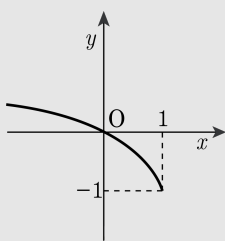
해설

보기의 함수의 그래프를 그려보면 다음과 같다.

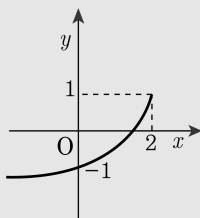
① $y = \sqrt{-2(x-2)} - 1$



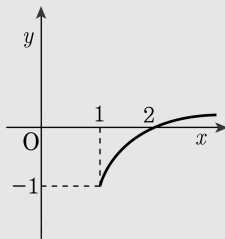
② $y = \sqrt{-(x-1)} - 1$



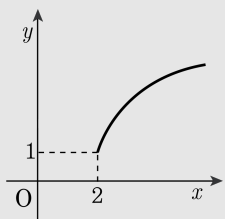
③ $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 1$



④ $y = \sqrt{x-1} - 1$



⑤ $y = \sqrt{2(x-2)} + 1$



10. 함수 $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ 에서 $f^{-1}(4)$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ 에서 $f^{-1}(4) = k$ 로 놓으면

$$f(k) = 4$$

$$\sqrt{k-1} + 2 = 4, \sqrt{k-1} = 2$$

$$k-1 = 4 \text{에서 } k = 5$$

$$\therefore f^{-1}(4) = 5$$

11. $\frac{x-2}{2x^2-5x+3} + \frac{3x-1}{2x^2+x-6} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(준 식)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x-2}{(2x-3)(x-1)} + \frac{3x-1}{(2x-3)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2} \\
 &= \frac{(x-2)(x+2) + (3x-1)(x-1)}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{4x^2-4x-3}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-3)(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{2x^2+2x-4}{(x+2)(x-1)} = 2
 \end{aligned}$$

12. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} \text{의 우변을 통분하여 계산하면}$$

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = -1, b = -2$$

$$\therefore a+b = -3$$

13. 다음 식을 간단히 하면 $\frac{a}{x(x+b)}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \frac{1}{(x+8)(x+10)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$ 임을 이용하여 부분분수로 변형하여 푼다.

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{5}{x(x+10)} \end{aligned}$$

$a = 5, b = 10$ 이므로 $a + b = 15$

14. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나눈다.

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

15. $x : y : z = 1 : 2 : 3$ 일 때, $\frac{z^2}{xy} + \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz}$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$x = k$ 라 하면, $y = 2k$, $z = 3k$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \frac{z^2}{xy} + \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz} &= \frac{9k^2}{2k^2} + \frac{k^2}{6k^2} + \frac{4k^2}{3k^2} \\ &= \frac{9}{2} + \frac{1}{6} + \frac{4}{3} = 6\end{aligned}$$

16. $x : y = 2 : 3$ 일 때, $\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy}$ 의 값을 구하여라.

① $\frac{12}{5}$

② $\frac{5}{12}$

③ $\frac{13}{5}$

④ $\frac{5}{13}$

⑤ 5

해설

$$x : y = 2 : 3 \Rightarrow x = 2k, y = 3k$$

$$\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy} = \frac{3(2k)^2 + 2(2k)(3k)}{4k^2 + (2k)(3k)}$$

$$= \frac{24k^2}{10k^2} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$$

17. $(x+y):(y+z):(z+x)=6:7:5$ 일 때, $\frac{x^2-yz}{x^2+y^2}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{2}{5}$

② $-\frac{4}{13}$

③ $\frac{2}{5}$

④ $\frac{4}{13}$

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$$\begin{cases} x+y=6k \cdots \textcircled{A} \\ y+z=7k \cdots \textcircled{B} \\ z+x=5k \cdots \textcircled{C} \end{cases} \quad (\text{단, } k \neq 0)$$

$\textcircled{A} + \textcircled{B} + \textcircled{C}$ 를 해 주면 $2(x+y+z)=18k$

$\therefore x+y+z=9k$

$\therefore x=2k, y=4k, z=3k$

$\therefore \frac{x^2-yz}{x^2+y^2} = \frac{4k^2-12k^2}{4k^2+16k^2} = \frac{-8}{20} = -\frac{2}{5}$

18. $\frac{x}{5} = \frac{y+4z}{2} = \frac{z}{3} = \frac{-x+2y}{A}$ 에서 A 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -25$

해설

$$\frac{-x + 2(y + 4z) - 8 \times z}{-5 + 2 \times 2 - 8 \times 3}$$
$$= \frac{-x + 2y + 8z - 8z}{-5 + 4 - 24} = \frac{-x + 2y}{-25}$$

$$\therefore A = -25$$

19. $1 < a < 4$ 일 때, $\sqrt{(a-4)^2} + |a-1|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-4)^2} + |a-1| \\ &= |a-4| + |a-1| \\ &= -a + 4 + a - 1 = 3 \end{aligned}$$

20. $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + |-a| + |-b|$ 를 간단히 하면?

①

$2a - 2b$

② $2a$

③ $-2b$

④ $2a + 2b$

⑤ 0

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로

$$|a| + |b| + |-a| + |-b|$$

$$= a - b - (-a) + (-b) = 2a - 2b$$

21. $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

22. $x = \sqrt{2} + 1, y = \sqrt{2} - 1$ 일 때,

$$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \text{ 의 값은?}$$

① 1

② $\sqrt{2}$

③ 2

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{x - y} \\ &= \frac{x + y - 2\sqrt{xy} + x + y + 2\sqrt{xy}}{x - y} = \frac{2(x + y)}{x - y} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2} \\ x - y = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{2(x + y)}{x - y} = \frac{2 \times 2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

23. $x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$, $y = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값은?

① $8\sqrt{3}$

② $24\sqrt{3}$

③ $30\sqrt{3}$

④ 48

⑤ 52

해설

$$x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3},$$

$$y = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$x + y = 4, \quad xy = 1$$

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\ &= 4^3 - 3 \times 4 = 52 \end{aligned}$$

24. 다음 등식을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 구하면?

$$x(\sqrt{2}-3) + y(\sqrt{2}+2) = 3\sqrt{2}-4$$

① $x = 2, y = -1$

② $x = -1, y = -2$

③ $x = 2, y = 1$

④ $x = -1, y = 2$

⑤ $x = 1, y = 2$

해설

$$(-3x + 2y) + (x + y)\sqrt{2} = -4 + 3\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} -3x + 2y = -4 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\therefore x = 2, y = 1$$

25. 유리수 a, b 에 대하여 $(1 + 2\sqrt{2})a + (-1 + \sqrt{2})b = 5 + 7\sqrt{2}$ 가 성립할 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 2

③ 0

④ -2

⑤ -3

해설

$$(1 + 2\sqrt{2})a + (-1 + \sqrt{2})b = 5 + 7\sqrt{2}$$

$$(a - b) + (2a + b)\sqrt{2} = 5 + 7\sqrt{2} \cdots \textcircled{7}$$

a, b 가 유리수이면

$a - b, 2a + b$ 도 유리수이므로 $\textcircled{7}$ 에서

$$\begin{cases} a - b = 5 \\ 2a + b = 7 \end{cases}$$

이것을 연립하여 풀면 $a = 4, b = -1$

$$\therefore a + b = 3$$

26. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.
- ② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.
- ③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.
- ⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$$

그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고

$y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,

y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

27. $y = \frac{3x+1}{2x-1}$ 의 점근선의 방정식을 구하면 $x = a$, $y = b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $a + b = 2$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{3x+1}{2x-1} \\ &= \frac{3\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2}}{2\left(x - \frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{2\left(x - \frac{1}{2}\right)} + \frac{3}{2} \end{aligned}$$

따라서 점근선의 방정식은 $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{3}{2}$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2} \quad a + b = 2$$

28. 함수 $y = \frac{2+x}{1-2x}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ 0

④ 1

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{x+2}{-2x+1} \\ &= \frac{x+2}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\left(x-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} - \frac{1}{2} \\ \therefore a &= \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

29. $y = \frac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$y = \frac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 이므로

점근선 $x=1$ 에서 $y = \frac{ax+1}{x-1}$

점근선 $y=2$ 에서 $y = \frac{2x+1}{x-1}$

따라서 $a=2, b=-1$ 이므로

$\therefore a+b = 2-1 = 1$

30. 함수 $y = \frac{1-2x}{x-2}$ 의 그래프는 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 시킨 것이다. 여기서 $k+a+b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$$y = \frac{-2x+1}{x-2} = \frac{-2(x-2)-3}{x-2} = \frac{-3}{x-2} - 2$$

따라서 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{-3}{x}$ 의

그래프를 x 축의 방향으로 2만큼,

y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동 시킨 것이므로

$$k = -3, a = 2, b = -2$$

$$\therefore k + a + b = -3 + 2 - 2 = -3$$

31. 다음 함수의 그래프 중 평행이동에 의하여 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹치는 것은?

① $y = \frac{2x-1}{x-1}$

② $y = \frac{2x}{x-1}$

③ $y = \frac{2x+1}{x-1}$

④ $y = \frac{2x}{2x-1}$

⑤ $y = \frac{2x}{2x+1}$

해설

① $y = \frac{2x-2+1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1}$

② $y = \frac{2x-2+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1}$

③ $y = \frac{2x-2+3}{x-1} = 2 + \frac{3}{x-1}$

④ $y = \frac{2x-1+1}{2x-1} = 1 + \frac{1}{2x-1}$

⑤ $y = \frac{2x+1-1}{2x+1} = 1 - \frac{1}{2x+1}$

따라서, ① 의 그래프는 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축, y 축 방향으로 각각 1, 2 만큼 평행이동시킨 것이다.

32. $y = \frac{3-ax}{1-x}$ 의 그래프의 점근선이 $x = 1$, $y = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$y = \frac{3-ax}{1-x} = \frac{ax-3}{x-1} = \frac{a-3}{x-1} + a$$

이 분수함수의 점근선은 $x = 1$, $y = a$

$$\therefore a = -2$$

33. 다음 함수 중 그 그래프를 평행이동시켰을 때, 함수 $y = \frac{2x^2}{x+1}$ 의 그래프와 일치하는 것은?

① $y = \frac{1}{x}$

② $y = \frac{2}{x}$

③ $y = x + \frac{1}{x}$

④ $y = x + \frac{2}{x}$

⑤ $y = 2x + \frac{2}{x}$

해설

$$2x^2 = (x+1)(2x-2) + 2 \text{ 이므로}$$

$$y = \frac{2x^2}{x+1} = (2x-2) + \frac{2}{x+1}$$

$$= 2(x+1) + \frac{2}{x+1} - 4$$

$$\therefore y+4 = 2(x+1) + \frac{2}{x+1}$$

이것은 $y = 2x + \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축

방향으로 -1 , y 축 방향으로 -4 만큼 이동한 것이다.

34. 함수 $y = -\frac{1}{x} + 1$ 의 역함수를 바르게 구한 것은?

① $y = \frac{1}{1-x}$
④ $y = \frac{1+x}{x}$

② $y = \frac{1}{1+x}$
⑤ $y = \frac{x}{1+x}$

③ $y = \frac{x}{1-x}$

해설

$$y = -\frac{1}{x} + 1 \text{ 에서 } \frac{1}{x} = 1 - y$$

$$1 = (1 - y)x, x = \frac{1}{1 - y}$$

$$\therefore y = \frac{1}{1 - x}$$

35. 함수 $y = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(3, -2)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프가 점 $(3, -2)$ 를 지나므로 $f(3) = -2$

$$\Rightarrow -2 = 3a + b \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 함수의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 가 점 $(3, -2)$ 을 지나므로

$$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-2a+b}{-4}$$

$$\Rightarrow -2a + b = -12 \cdots \textcircled{2}$$

①, ② 에서 $a = 2, b = -8$

$$\therefore a + b = -6$$

36. 무리함수 $y = \sqrt{2x+1} + 2$ 의 그래프를 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ 에 의해 옮긴 그래프의 식이 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$y = \sqrt{2x+1} + 2$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로
 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{2(x-a)+1} + 2 + b \\ &= \sqrt{2x-2a+1} + 2 + b \end{aligned}$$

이 식이 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 와 같으므로

$$a = 2, \quad -2a + 1 = b, \quad 2 + b = c$$

따라서, $a = 2, b = -3, c = -1$ 이므로

$$\therefore a + b + c = -2$$

37. $y = \sqrt{4x - 12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α , y 축으로 β 만큼 평행이동한 것이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼
평행이동한 그래프의 함수이다.
즉, $\alpha = 3$, $\beta = 5$
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

38. 다음 중 무리함수 $y = \sqrt{-3x+1} + \sqrt{-12x}$ 의 정의역과 치역을 차례대로 나타낸 것을 고르면?

① $\{x \mid x \geq 0\}, \{y \mid y \geq 1\}$

② $\{x \mid x \leq 0\}, \{y \mid y \geq 1\}$

③ $\{x \mid x \geq 1\}, \{y \mid y \leq 0\}$

④ $\{x \mid x \leq 1\}, \{y \mid y \geq 0\}$

⑤ $\{x \mid x \leq 0\}, \{y \mid y \leq 1\}$

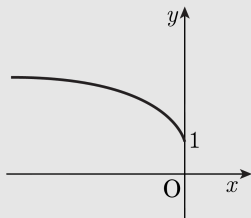
해설

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{-3x+1} + \sqrt{-12x} \\ &= \sqrt{-3x+1} + 2\sqrt{(-3x) \cdot 1} \\ &= \sqrt{-3x+1} \end{aligned}$$

따라서 그래프를 그리면 다음 그림과 같다.

$\therefore$ 정의역 : $\{x \mid x \leq 0\}$,

치역 : $\{y \mid y \geq 1\}$



39. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2, g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때, $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$$

40. 두 곡선 $y = \sqrt{x+1}$, $x = \sqrt{y+1}$ 의 교점의 좌표를 구하면?

- ① $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{3}, \frac{1+\sqrt{5}}{3}\right)$
③ $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$
⑤ $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)$

- ② $\left(\frac{2+\sqrt{5}}{2}, \frac{2+\sqrt{5}}{2}\right)$
④ $\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$

해설

두 곡선 $y = \sqrt{x+1}$ 과 $x = \sqrt{y+1}$ 은

직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로

$y = \sqrt{x+1}$ 과 $y = x$ 의 교점을 구하면 된다.

$$\therefore \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$$

41. $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{9^2}\right) \left(1 - \frac{1}{10^2}\right)$ 을 간단히 하면?

① $\frac{5}{12}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{11}{20}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{7}{10}$

해설

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{9^2}\right) \left(1 - \frac{1}{10^2}\right) \\ &= \frac{1 \cdot 3}{2^2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3^2} \cdots \frac{8 \cdot 10}{9^2} \cdot \frac{9 \cdot 11}{10^2} \\ &= \frac{1 \cdot 11}{2 \cdot 10} = \frac{11}{20} \end{aligned}$$

일반적으로

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$$

42. $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{13 \times 14} = \frac{a}{14}$ 에서 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\text{준식} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdots - \frac{1}{14} = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}$$

$$\therefore a = 13$$

43. 등식 $\frac{225}{157} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e}}}}$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e

를 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = 2$

▷ 정답 : $c = 3$

▷ 정답 : $d = 4$

▷ 정답 : $e = 5$

해설

$$\begin{aligned} \frac{225}{157} &= 1 + \frac{68}{157} = 1 + \frac{1}{\frac{157}{68}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{21}{68}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{5}{21}}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 1, b = 2, c = 3, d = 4, e = 5$$

44. $2x - y + z = 0$, $x - 2y + 3z = 0$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라. (단, m, n 은 서로소)

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡} : 3x = z$$

$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

여기서 $x = k$ 라 하면 $y = 5k, z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

45. $6 - \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수부분을 y 라 할 때 $\frac{1}{x} \left(y^3 + \frac{1}{y^3} \right)$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$6 - \sqrt{3} = 4 + (2 - \sqrt{3}) \quad (\because 0 < 2 - \sqrt{3} < 1)$$

$$\therefore x = 4, y = 2 - \sqrt{3}, \frac{1}{y} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore y + \frac{1}{y} = 4,$$

$$y^3 + \frac{1}{y^3} = \left(y + \frac{1}{y} \right)^3 - 3 \left(y + \frac{1}{y} \right) = 52$$

$$\therefore \frac{1}{x} \left(y^3 + \frac{1}{y^3} \right) = \frac{1}{4} \cdot 52 = 13$$

46. 함수 $f(x) = \frac{bx+c}{x+d}$ 의 점근선은 $x = -2$, $y = 4$ 이고, 점 $(3, 1)$ 을 지난다고 한다. 이 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$f(x) = \frac{bx+c}{x+d} \text{에 대하여}$$

$$\text{점근선이 } x = -2 \text{ 이므로 } f(x) = \frac{bx+c}{x+2}$$

$$\text{점근선이 } y = 4 \text{ 이므로 } f(x) = \frac{4x+c}{x+2}$$

이것이 점 $(3, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{12+c}{3+2}$$

$$\therefore c = -7$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{4x-7}{x+2} \text{ 이므로}$$

$$f(1) = \frac{-3}{3} = -1$$

47. 다음 중 함수 $y = a\sqrt{bx}$ 의 그래프가 그려지는 사분면을 옳게 나타낸 것을 고르면? (단, $ab \neq 0$)

① $ab > 0$ 이면 제 3사분면

② $ab < 0$ 이면 제 4사분면

③ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4사분면

④ $a > 0, b < 0$ 이면 제 1사분면

⑤ $a < 0, b < 0$ 이면 제 2사분면

해설

㉠ $ab > 0 \Leftrightarrow (a > 0 \text{ 이고 } b > 0) \text{ 또는 } (a < 0 \text{ 이고 } b < 0)$ 이므로 제 1사분면 또는 제 3사분면에 그래프가 그려진다.

㉡ $ab < 0 \Leftrightarrow (a > 0 \text{ 이고 } b < 0) \text{ 또는 } (a < 0 \text{ 이고 } b > 0)$ 이므로 제 2사분면 또는 제 4사분면에 그래프가 그려진다.

㉢ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4사분면에 그래프가 그려진다.

㉤ $a > 0, b < 0$ 이면 제 2사분면에 그래프가 그려진다.

㉥ $a < 0, b < 0$ 이면 제 3사분면에 그래프가 그려진다.

48. 무리함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 두 점 $(2, 2)$, $(3, 6)$ 을 잇는 선분과 만나도록 하는 정수 k 의 개수를 구하여라.



답 :

개



정답 : 11 개

해설

함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 $(2, 2)$ 를 지날 때

$$2 = \sqrt{2k}, \quad 2k = 4$$

$$\therefore k = 2$$

또, 함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 $(3, 6)$ 을 지날 때

$$6 = \sqrt{3k}, \quad 3k = 36$$

$$\therefore k = 12$$

따라서 구하는 실수 k 의 값의 범위는

$$2 \leq k \leq 12 \text{ 이므로}$$

정수 k 는 2, 3, 4, $\dots$, 12 의 11 개다.

49. 함수 $y = \sqrt{x+|x|}$ 와 직선 $y = x+k$ 가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $-1 < k < 0$

② $-1 < k \leq 0$

③ $0 < k < \frac{1}{2}$

④ $0 \leq k < \frac{1}{2}$

⑤ $0 < k \leq \frac{1}{2}$

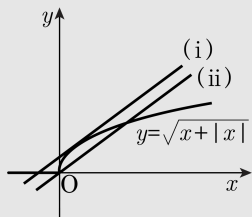
해설

$x \geq 0$ 일 때 $y = \sqrt{2x}$ 이고 $x < 0$ 일 때 $y = 0$ 이므로

$y = \sqrt{x+|x|}$ 의 그래프는

그림과 같고 직선 $y = x+k$ 와 서로 다른 세 점에서 만나려면

(i)과 (ii)사이에 존재해야 한다.



① 곡선 $y = \sqrt{2x}$ 와 직선 $y = x+k$ 가 접할 때

$$\sqrt{2x} = x+k \text{에서 } 2x = (x+k)^2$$

$$x^2 + 2(k-1)x + k^2 = 0$$

이 방정식의 판별식을 D라 하면

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - k^2 = 0, \quad -2k+1=0$$

$$\therefore k = \frac{1}{2}$$

② 직선 $y = x+k$ 가 원점을 지날 때 $k = 0$

①, ②에서 구하는 k 의 값의 범위는 $0 < k < \frac{1}{2}$

50. $y = \sqrt{1 - (x+1)^2}$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면?

① $\frac{\pi}{4}$

② $\frac{\pi}{2}$

③ π

④ 2π

⑤ 4π

해설

$y = \sqrt{1 - (x+1)^2}$ 에서

$$1 - (x+1)^2 \geq 0, x^2 + 2x \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq 0$$

따라서 주어진 함수의 정의역은

$\{x | -2 \leq x \leq 0\}$, 치역은 $\{y | y \geq 0\}$

$y = \sqrt{1 - (x+1)^2}$ 의 양변을

제곱하여 정리하면 $(x+1)^2 + y^2 = 1$ 이므로

함수의 그래프는 다음 그림과 같다.

따라서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{2}$$

