

1. 영화는 3 회에 걸쳐 치른 국어 시험 성적의 평균이 85 점이 되게 하고 싶다. 2 회까지 치른 국어 점수의 평균이 84 점일 때, 3 회에는 몇 점을 받아야 하는가?

① 81 점

② 83 점

③ 85 점

④ 87 점

⑤ 89 점

해설

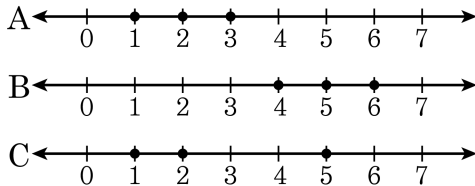
1, 2 회 때 각각 받은 점수를 a , b 다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$\frac{a+b}{2} = 84, \quad a+b = 168$$

$$\frac{a+b+x}{3} = 85, \quad (a+b) + x = 255, \quad 168 + x = 255 \quad \therefore x = 87$$

따라서 87 점을 받으면 평균 85 점이 될 수 있다.

2. 다음은 A, B, C 가 3 회에 걸쳐 활을 쏜 기록을 나타낸 그래프이다.



A, B, C 의 활을 쏜 점수의 표준편차를 각각 a , b , c 라고 할 때, a , b , c 의 대소 관계는?

① $a = b = c$

② $a = b < c$

③ $a < b = c$

④ $a = b > c$

⑤ $a < b < c$

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 A, B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 A, B 의 표준편차보다 크다.

3. 다음은 A, B, C, D, E 5 명의 학생들이 가지고 있는 게임 CD 의 개수의 편차를 나타낸 표이다. 이때, 5 명의 학생의 CD 의 개수의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
편차(개)	-2	3	x	1	-4

① 6

② 6.2

③ 6.4

④ 6.6

⑤ 6.8

해설

편차의 합은 0 이므로

$$-2 + 3 + x + 1 - 4 = 0, \quad x - 2 = 0 \quad \therefore x = 2$$

따라서 분산은

$$\frac{(-2)^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 + (-4)^2}{5} = \frac{34}{5} = 6.8 \text{ 점}$$

4. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2일 때, $(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로 각 변량에 대한 편차는 $x-4, y-4, z-4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$\therefore (x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$ 이다.

5. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 학급에 대한 학생들의 몸무게에 대한 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 학생들 간의 몸무게의 격차가 가장 큰 학급과 가장 작은 학급을 차례대로 나열한 것은?

이름	A	B	C	D	E
평균 (kg)	67	61	65	62	68
표준편차 (kg)	2.1	2	1.3	1.4	1.9

① A, B

② A, C

③ B, C

④ B, E

⑤ C, D

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어지므로 몸무게의 격차가 가장 큰 학급은 A이다. 또한, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 몸무게의 격차가 가장 작은 학급은 C이다.

6. 6개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$ 의 평균이 4이고 분산이 6일 때, $3x_1 - 1, 3x_2 - 1, 3x_3 - 1, \dots, 3x_6 - 1$ 의 평균과 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 11

▷ 정답 : 분산 : 54

해설

평균은 $3 \cdot 4 - 1 = 11$ 이고

분산은 $3^2 \cdot 6 = 54$ 이다.

7. 5개의 변량 a, b, c, d, e 의 평균이 5이고 분산이 10일 때, $a + 2, b + 2, c + 2, d + 2, e + 2$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열하면?

① 평균 : 5, 분산 : 7

② 평균 : 5, 분산 : 10

③ 평균 : 6, 분산 : 10

④ 평균 : 7, 분산 : 10

⑤ 평균 : 8, 분산 : 15

해설

$$(\text{평균}) = 1 \cdot 5 + 2 = 7$$

$$(\text{분산}) = 1^2 \cdot 10 = 10$$

8. 5개의 변량 a, b, c, d, e 의 평균이 6이고 분산이 5일 때, $a-3, b-3, c-3, d-3, e-3$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 3

▷ 정답 : 분산 : 5

해설

$$(\text{평균}) = 1 \cdot 6 - 3 = 3$$

$$(\text{분산}) = 1^2 \cdot 5 = 5$$

9. n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$ 의 평균이 5이고 표준편차가 4일 때, 변량 $5x_1, 5x_2, 5x_3, \dots, 5x_n$ 의 평균과 표준편차를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 25

▷ 정답 : 표준편차 : 20

해설

$$(\text{평균}) = 5 \cdot 5 = 25$$

$$(\text{표준편차}) = |5|4 = 20$$

10. n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$ 의 평균이 4 이고 표준편차가 3 일 때, 변량 $3x_1, 3x_2, 3x_3, \dots, 3x_n$ 의 평균과 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 12

▷ 정답 : 표준편차 : 9

해설

$$(\text{평균}) = 3 \cdot 4 = 12$$

$$(\text{표준편차}) = |3|3 = 9$$

11. 네 개의 수 5, 8, a , b 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a , b 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5 + 8 + a + b}{4} = 4, a + b + 13 = 16$$

$$\therefore a + b = 3 \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 7 이므로

$$\frac{(5-4)^2 + (8-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2}{4} = 7$$

$$\frac{1 + 16 + a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16}{4} = 7$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 8(a+b) + 49}{4} = 7$$

$$a^2 + b^2 - 8(a+b) + 49 = 28$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 8(a+b) = -21 \cdots \textcircled{B}$$

Ⓒ의 식에 Ⓐ을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 8(a+b) - 21 = 8 \times 3 - 21 = 3$$

12. 5개의 변량 4, 5, x , 11, y 의 평균이 6이고 분산이 8일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

5개의 변량의 평균이 6이므로 $x + y = 10$ 이다.

$$\frac{(4-6)^2 + (5-6)^2 + (x-6)^2}{5} + \frac{(11-6)^2 + (y-6)^2}{5} = 8$$

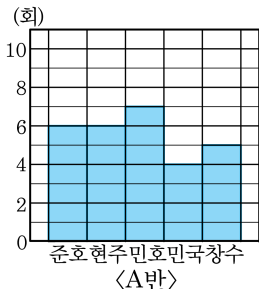
$$4 + 1 + (x-6)^2 + 25 + (y-6)^2 = 40$$

$$x^2 + y^2 - 12(x+y) + 72 + 30 = 40$$

$$x^2 + y^2 - 12(10) + 72 + 30 = 40$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 58$$

13. 다음은 A 반 학생 5 명과 B 반 학생 5 명의 턱걸이 횟수를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 어느 반 학생의 성적이 더 고르다고 할 수 있는가?



▶ 답 :

반

▶ 정답 : A반

해설

A 반 학생들의 턱걸이 횟수가 평균을 중심으로 변량의 분포가 더 고르다.

14. 다음 표는 희숙이와 미희가 올해 본 수학 성적을 조사한 것이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르시오.

반	희숙	미희
평균(점)	86	85
표준편차	5	0

보기

- ㉠ 희숙이는 미희보다 항상 성적이 높았다.
- ㉡ 미희는 항상 같은 점수를 받았다.
- ㉢ 희숙이의 성적이 더 고르다.
- ㉣ 희숙이는 86 점 아래로 받아 본적이 없다.
- ㉤ 미희는 85 점 아래로 받아 본적이 없다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

- ㉠ 희숙이는 미희보다 항상 성적이 높았다. $\Rightarrow$ 희숙이는 표준편차가 5 이므로 85 점보다 낮은 점수를 받았을 수도 있다.
- ㉢ 희숙이의 성적이 더 고르다. $\Rightarrow$ 미희 성적이 더 고르다.
- ㉣ 희숙이는 86 점 아래로 받아 본적이 없다. $\Rightarrow$ 표준편차가 5 이므로 86 점 아래 점수도 받았다.

15. 4개의 변량 a, b, c, d 의 평균이 10이고, 표준편차가 3일 때, 변량 $a + 5, b + 5, c + 5, d + 5$ 의 평균과 표준편차를 차례로 나열하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 15

▷ 정답 : 표준편차 : 3

해설

$$\text{평균} : 1 \cdot 10 + 5 = 15$$

$$\text{표준편차} : |1| \cdot 3 = 3$$

16. 다음은 학생 20 명의 턱걸이 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산은?(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
3 ^{이상} ~ 5 ^{미만}	6
5 ^{이상} ~ 7 ^{미만}	3
7 ^{이상} ~ 9 ^{미만}	8
9 ^{이상} ~ 11 ^{미만}	3
합계	20

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

학생들의 턱걸이 횟수의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{4 \times 6 + 6 \times 3 + 8 \times 8 + 10 \times 3}{20} \\
 &= \frac{24 + 18 + 64 + 30}{20} = 6.8(\text{회})
 \end{aligned}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{20} \{ (4-7)^2 \times 6 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 8 + (10-7)^2 \times 3 \} \\
 &= \frac{1}{20} (54 + 3 + 8 + 27) = 4.6
 \end{aligned}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 5이다.

17. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	3
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	a
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	1
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	1
합계	8

① 60

② 70

③ 80

④ 90

⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3 + 1 + 1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}}$$

$$= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8} \{ (60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1 \}$$

$$= \frac{1}{8} (300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

18. 다음은 진규네 반과 영미네 반 학생들이 가지고 있는 책의 갯수를 조사하여 나타낸 것이다. 진규네 반과 영미네 반의 중앙값의 합을 구하여라.

진규네 반	4, 6, 3, 5, 7, 6, 8
영미네 반	8, 10, 9, 12, 2, 10, 7

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

진규네 반의 책의 갯수를 크기순으로 나열하면
3, 4, 5, 6, 6, 7, 8이므로 중앙값은 6이다.

영미네 반의 책의 갯수를 크기순으로 나열하면
2, 7, 8, 9, 10, 10, 12이므로 중앙값은 9이다.

따라서 중앙값의 합은 $6 + 9 = 15$ 이다.

19. 찬수네 반 학생 35 명의 수학점수의 총합은 2800, 수학점수의 제곱의 총합은 231000 일 때, 찬수네 반 학생 수학 성적의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

$$(\text{분산}) = \frac{\{(\text{변량})^2 \text{의 총 합}\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$$\frac{231000}{35} - 80^2 = 200$$

즉, 분산은 200 이다.

20. 세 수 a, b, c 의 평균이 8이고 분산이 3일 때, 세 수 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 8이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 8$$

$$\therefore a+b+c = 24 \cdots \textcircled{7}$$

또, a, b, c 의 분산이 3이므로

$$\frac{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2}{3} = 3$$

$$(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 = 9$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 - 16(a+b+c) + 192 = 9$$

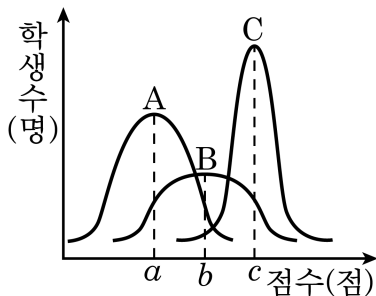
위의 식에 $\textcircled{7}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 16(24) + 192 = 9$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 201$$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은 $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} = \frac{201}{3} = 67$ 이다.

21. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



- ① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.
- ② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.
- ③ C반 성적이 가장 고르다.
- ④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.
- ⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

22. 미현이네 반 30명의 몸무게의 평균은 50 kg이었다. 그런데 한명이 전학을 간 후 나머지 29명의 몸무게의 평균이 50.3 kg이었다. 이 때 전학간 학생의 몸무게를 소수 첫째자리까지 구하여라.

▶ 답 : kg

▷ 정답 : 41.3 kg

해설

30명의 몸무게의 총합 : $50 \times 30 = 1500(\text{kg})$

전학생 1명을 뺀 29명의 몸무게의 총합 : $50.3 \times 29 = 1458.7(\text{kg})$

전학생 1명의 몸무게 : $1500 - 1458.7 = 41.3(\text{kg})$

23. 네 수 5, 7, x , y 의 평균이 4 이고, 분산이 3 일 때, 5, $2x^2$, $2y^2$, 7 의 평균은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

변량 5, 7, x , y 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5 + 7 + x + y}{4} = 4, \quad x + y + 12 = 16$$

$$\therefore x + y = 4 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

또한, 분산이 3 이므로

$$\frac{(5 - 4)^2 + (7 - 4)^2 + (x - 4)^2 + (y - 4)^2}{4} = 3,$$

$$\frac{1 + 9 + x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16}{4} = 3,$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 8(x + y) + 42}{4} = 3$$

$$x^2 + y^2 - 8(x + y) + 42 = 12$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8(x + y) = -30 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

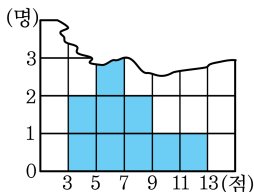
㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore x^2 + y^2 = 8(x + y) - 30 = 8 \times 4 - 30 = 2$$

따라서 5, $2x^2$, $2y^2$, 7 의 평균은

$$\frac{5 + 2x^2 + 2y^2 + 7}{4} = \frac{12 + 2(x^2 + y^2)}{4} = \frac{12 + 4}{4} = 4 \text{ 이다.}$$

24. 다음 그림은 가람이네 반 10 명의 수학 쪽지 시험의 성적을 나타낸 히스토그램의 일부이다. 이 자료의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5.8

해설

계급값 8 에 대한 도수를 x 라고 하면 도수의 합은 10 명이므로

$$10 - (2 + 2 + 1 + 1) = 4 \quad \therefore x = 4$$

이때, 주어진 자료의 평균은

$$\frac{4 \times 2 + 6 \times 4 + 8 \times 2 + 10 \times 1 + 12 \times 1}{10}$$

$$= \frac{8 + 24 + 16 + 10 + 12}{10} = 7$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10} \{ (4-7)^2 \times 2 + (6-7)^2 \times 4 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 1 + (12-7)^2 \times 1 \}$$

$$= \frac{1}{10} (18 + 4 + 2 + 9 + 25) = 5.8$$

이다.