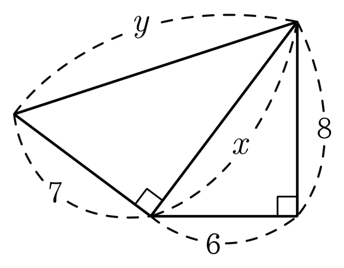
1. 다음 그림은 두 직각삼각형을 붙여 놓은 것이다. $x+y$ 의 값을 구하면?

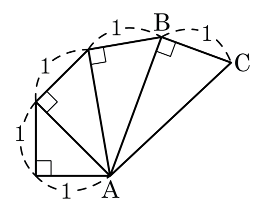


① $9+\sqrt{149}$　② $10+\sqrt{149}$　③ $9+\sqrt{150}$
④ $10+\sqrt{150}$　⑤ $9+\sqrt{151}$

해설

$x=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$
$y=\sqrt{x^2+7^2}=\sqrt{100+49}=\sqrt{149}$
$\therefore x+y=10+\sqrt{149}$

2. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 의 길이는 ?



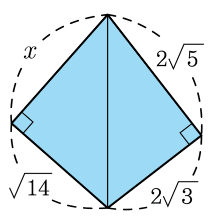
① 2　② $\sqrt{5}$　③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$　⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ 이다.

3. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

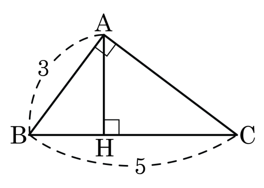
피타고라스 정리를 적용하면 두 직각삼각형의 공통변의 길이는 $\sqrt{20+12} = \sqrt{32}$ 이므로 $\sqrt{32-14} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 이다.

4. 세 변의 길이가 $2\sqrt{13}$, $5\sqrt{6}$, $7\sqrt{2}$ 인 삼각형의 넓이는?

① $35\sqrt{3}$ ② $14\sqrt{26}$ ③ $10\sqrt{78}$
④ $7\sqrt{26}$ ⑤ $5\sqrt{78}$

해설
$(5\sqrt{6})^2 = (2\sqrt{13})^2 + (7\sqrt{2})^2$ 이므로 가장 긴 변은 $5\sqrt{6}$ 인 직각삼각형이다.
따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{13} \times 7\sqrt{2} = 7\sqrt{26}$ 이다.

5. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?

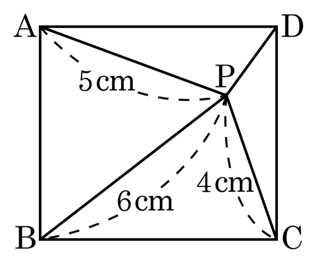


① 1.2　② 1.6　③ 2　④ 2.4　⑤ 2.8

해설

$\overline{AC}=4$ 이므로
$\overline{AH}\times 5 = 3\times 4$
$\therefore \overline{AH}=2.4$

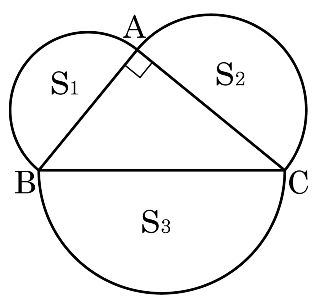
6. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P가 있다. $\overline{AP} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BP} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CP} = 4\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하면?



① $3\sqrt{2}\,\text{cm}$ ② $\sqrt{5}\,\text{cm}$ ③ $5\sqrt{2}\,\text{cm}$
④ $3\sqrt{3}\,\text{cm}$ ⑤ $4\sqrt{5}\,\text{cm}$

해설
$\overline{PD}^2 + 6^2 = 5^2 + 4^2$, $\overline{PD} = \sqrt{5}\,\text{cm}$

7. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 S_1 , S_2 , S_3 라 하자. $S_1 = 10\pi\text{cm}^2$, $S_2 = 15\pi\text{cm}^2$ 일 때, S_3 의 값을 구하여라.



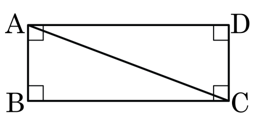
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $25\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$S_1 + S_2 = S_3$ 이므로 $S_3 = 25\pi(\text{cm}^2)$

8. 다음 그림과 같은 직사각형에서 $\overline{AB} = 2$, $\overline{AC} = 4\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

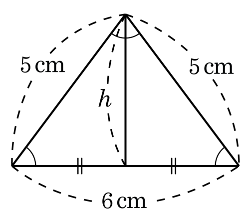


① $\sqrt{7}$　② $\sqrt{14}$　③ $\sqrt{21}$　④ $2\sqrt{7}$　⑤ $\sqrt{35}$

해설

피타고라스 정리에 따라서
$(4\sqrt{2})^2 = 2^2 + x^2$
$x^2 = 32 - 4 = 28$
x 는 변의 길이이므로 $x > 0$
$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

9. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 $5\,\mathrm{cm}$, $5\,\mathrm{cm}$, $6\,\mathrm{cm}$ 인 이등변삼각형의 높이 h는?

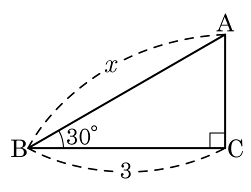


① $1\,\mathrm{cm}$ ② $2\,\mathrm{cm}$ ③ $3\,\mathrm{cm}$
④ $4\,\mathrm{cm}$ ⑤ $5\,\mathrm{cm}$

해설

$h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\,\mathrm{cm}$

10. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x 의 값을 구하면?



① 5　② $2\sqrt{2}$　③ $2\sqrt{3}$　④ $3\sqrt{3}$　⑤ 9

해설

$x : 3 = 2 : \sqrt{3}$

$x = 2\sqrt{3}$

11. 두 점 $\mathrm{A}(a,\ 4)$, $\mathrm{B}(-7,\ b)$ 의 중점의 좌표가 $(-1,\ 5)$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이는?

① $\sqrt{37}$ ② $2\sqrt{37}$ ③ $4\sqrt{37}$
④ $\dfrac{3\sqrt{37}}{2}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{37}}{2}$

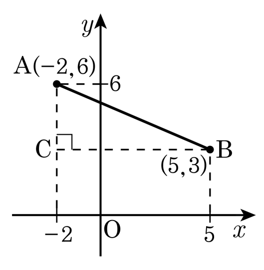
해설

$\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점은 $\left(\dfrac{a-7}{2},\ \dfrac{4+b}{2}\right) = (-1,\ 5)$ 이므로 $a=5,\ b=6$

$\mathrm{A}(5,\ 4),\ \mathrm{B}(-7,\ 6)$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(5+7)^2+(4-6)^2} = \sqrt{144+4} = 2\sqrt{37}$

12. 아래 그림을 보고 옳지 <u>못한</u> 것을 찾으면?



① 점 C 의 좌표는 $(-2,\ 3)$ 이다.

② 선분 AC 의 길이는 $6-3=3$ 이다.

③ 선분 CB 의 길이는 $5-(-2)=7$ 이다.

④ 선분 AO 의 길이는 $4\sqrt{3}$ 이다.

⑤ 선분 AB 의 길이는 $\sqrt{58}$ 이다.

해설

선분 AO 의 길이는 $2\sqrt{10}$ 이다.

13. 어떤 정육면체의 대각선의 길이가 9cm 일 때, 이 정육면체의 겉넓이를 구하여라.

① $81\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $486\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $162\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ 486cm^2 ⑤ 162cm^2

해설

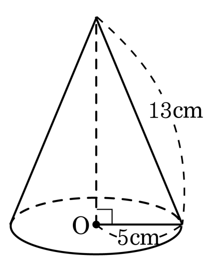
정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면

$\sqrt{3}a = 9$이므로 한 모서리의 길이가 $3\sqrt{3}$cm이다.

정육면체의 겉넓이는 $6a^2$ 이므로

$6 \times \left(3\sqrt{3}\right)^2 = 162(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같이 밑면의 원의 반지름의 길이가 5 cm 이고, 모선의 길이가 13 cm 인 원뿔의 높이는?

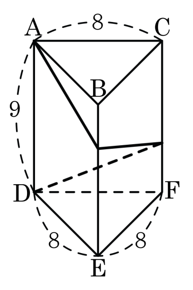


① 8 cm ② 9 cm ③ 10 cm
④ 11 cm ⑤ 12 cm

해설

원뿔의 높이 $h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{ cm})$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A 에서 출발하여 모서리 BE, CF 를 순서대로 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

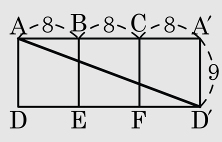


▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{73}$

해설

$\overline{AD'} = \sqrt{24^2+9^2} = \sqrt{576+81} = \sqrt{657} = 3\sqrt{73}$



16. 두 변의 길이가 각각 5, 12 인 직각삼각형을 만들려면 나머지 한 변의 길이를 a 또는 b 로 해야 한다. $b^2 - 2a$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 93

해설

나머지 한 변을 x 라고 하면

(1) $x > 12$ 일 때, $x = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

$\therefore a = 13$

(2) $5 < x \leq 12$ 일 때,

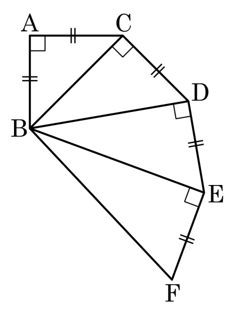
$x = \sqrt{12^2 - 5^2} = \sqrt{119}$

$b = \sqrt{119}$

$\therefore b^2 - 2a = (\sqrt{119})^2 - 2 \times 13$

$= 119 - 26 = 93$

17. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BF}} = 5$ 일 때, $\triangle$BDE 의 둘레의 길이를 구하면?

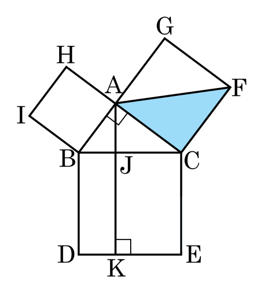


① $3\sqrt{5} + \sqrt{15}$　② $3\sqrt{10} + \sqrt{15}$
③ $5\sqrt{3} + \sqrt{15}$　④ $5\sqrt{5} + \sqrt{15}$
⑤ $5\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = a$라 두면
$\overline{\mathrm{BF}} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{5} = 5$, $a = \sqrt{5}$이다.
$\triangle$BDE 의 둘레의 길이를 구하기 위해서 $\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2} = \sqrt{15}$ 이고, $\overline{\mathrm{BE}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5}$이다.
따라서 둘레는 $\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + \sqrt{15} = 3\sqrt{5} + \sqrt{15}$이다.

18. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 를 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그렸다. 다음 중 $\triangle ACF$ 와 넓이가 같은 것은 모두 몇 개인가?



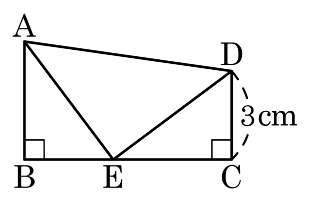
㉠ $\triangle ABC$	㉡ $\triangle BCF$	㉢ $\triangle ACK$
㉣ $\frac{1}{2}\square CEKJ$	㉤ $\triangle ACE$	㉥ $\triangle BCI$

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$\triangle ACF = \triangle BCF = \frac{1}{2}\square CEKJ = \triangle ACE$

19. 다음 그림에서 $\triangle ABE \equiv \triangle ECD$, $\triangle AED = \dfrac{25}{2}\text{cm}^2$ 이고, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때 $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\ \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\dfrac{49}{2}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AE} = \overline{ED}$ 이므로

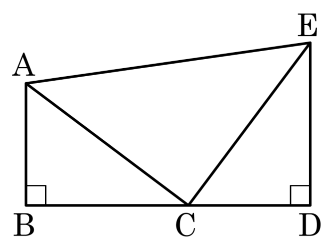
$\triangle AED = \dfrac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{ED} = \dfrac{1}{2}\overline{AE}^2 = \dfrac{25}{2}$

$\overline{AE} = \overline{ED} = 5\,\text{cm}$

$\triangle ECD$ 에서 $\overline{EC} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{cm}$

사다리꼴 ABCD 에서 $\dfrac{1}{2}(3+4)(3+4) = \dfrac{49}{2}\text{cm}^2$

20. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\angle CAE$ 의 크기는?

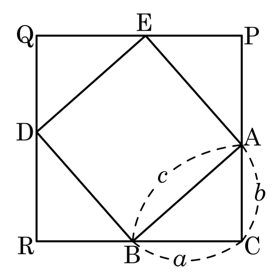


① $30°$ ② $45°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $35°$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\angle BAC = \angle ECD$, $\angle ACB = \angle CED$, $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이다.
그리고 $\angle BAC + \angle ACB = 90°$ 이므로
$\angle ECD + \angle ACB = 90°$ 이다.
따라서 $\angle ECD + \angle ACE + \angle ACB = 180°$ 이므로 $\angle ACE = 90°$ 이다.
또, $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.
따라서 $\angle CAE = \dfrac{1}{2} \times 90° = 45°$ 이다.

21. 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다. 이때 ( ) 안에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



> [가정] $\triangle$ABC 에서 $\angle$C $= 90°$
> [결론] $a^2 + b^2 = c^2$
> [증명] 직각삼각형 ABC 에서 두 선분
> CB, CA 를 연장하여 정사각형 CPQR를 만들고,
> $\overline{\mathrm{PE}} = \overline{\mathrm{QD}} = b$ 인 두 점 D, E 를 잡아
> 정사각형 AEDB 를 그린다.
> $\square$CPQR $=$ (①) $+ 4 \times$ (②)
> (③) $= c^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times ab$
> $a^2 + 2ab + b^2 = c^2 +$ (④)
> 따라서 (⑤) 이다.

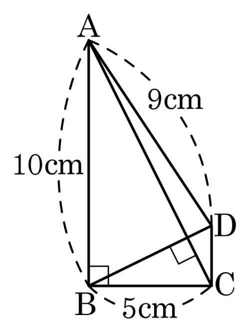
① $\square$AEDB ② $\triangle$ABC ③ $\triangle$ABC

④ $2ab$ ⑤ $a^2 + b^2 = c^2$

해설

$\square$CPQR $= (a+b)^2$

22. 다음 그림을 보고 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 길이를 고르면?



① $\sqrt{2}$cm ② $\sqrt{3}$cm ③ $\sqrt{5}$cm

④ $\sqrt{6}$cm ⑤ $\sqrt{7}$cm

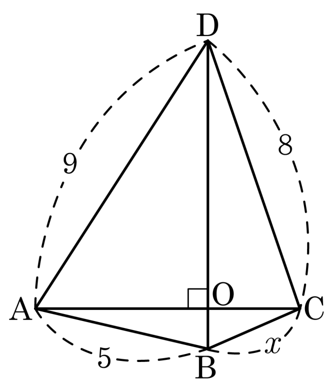
해설

$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 = \overline{\mathrm{AD}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2$

$100 + \overline{\mathrm{CD}}^2 = 81 + 25$

$\overline{\mathrm{CD}}^2 = 6 \quad \therefore \overline{\mathrm{CD}} = \sqrt{6}(\mathrm{cm})$

23. 다음 그림처럼$\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 5, \overline{CD} = 8, \overline{AD} = 9$ 일 때, x 의 값으로 적절한 것을 고르면?



① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

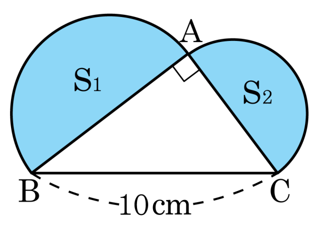
$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로

$5^2 + 8^2 = 9^2 + x^2$

$25 + 64 = 81 + x^2$

$x^2 = 8, x > 0$이므로 $x = 2\sqrt{2}$

24. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 직각을 낀 두 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 두 반원의 넓이의 합 $S_1 + S_2$ 의 값을 구하면?



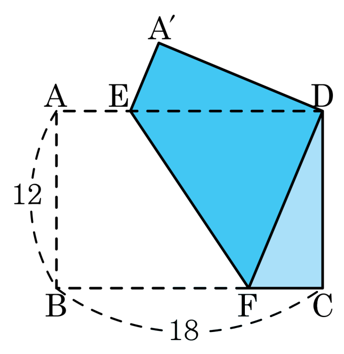
① $\frac{45}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $\frac{35}{2}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{25}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{15}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$S_1 + S_2 = \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 \pi \times \frac{1}{2} + \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 \pi \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{8}\left(\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2\right)$

$= \frac{\pi}{8} \times \overline{BC}^2 = \frac{25}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$

25. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. 이 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

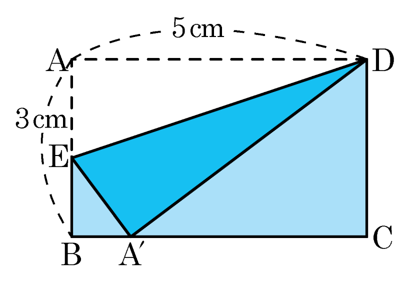
$\overline{DF} = x$ 라 하면, $\overline{BF} = x$ 이므로 $\overline{CF} = 18 - x$

$\triangle CDF$ 에서

$x^2 = (18 - x)^2 + 12^2$

$\therefore x = 13$

26. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 점 A 가 변 BC 위에 오도록 접었을 때, $\overline{\mathrm{A'C}}$ 의 길이는?

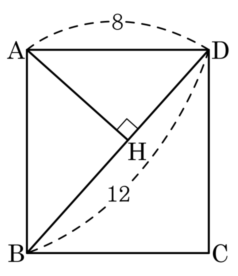


① 1 cm　② 2 cm　③ 3 cm　④ 4 cm　⑤ 5 cm

해설

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{A'D}} = 5\,\mathrm{cm}$ 이므로 피타고라스 정리에서
$\overline{\mathrm{A'C}} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4(\mathrm{cm})$

27. 다음 그림에서 □ABCD 는 직사각형이고, $\overline{AH} \perp \overline{BD}$ 이다. $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



① $16\sqrt{5}$　② $8\sqrt{5}$　③ $\frac{4\sqrt{5}}{3}$
④ $\frac{16\sqrt{5}}{3}$　⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{3}$

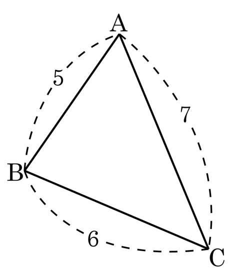
해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB} = \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5}$

$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AD}$ 이므로 $\frac{1}{2} \times 12 \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times 8$

$\therefore \overline{AH} = \frac{8\sqrt{5}}{3}$

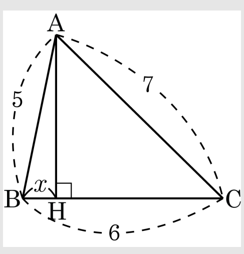
28. $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{CA} = 7$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)



▶ 답 :

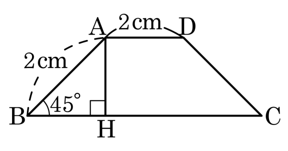
▷ 정답 : 12

해설



$7^2 < 5^2 + 6^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 한다.
$5^2 - x^2 = 7^2 - (6-x)^2 \therefore\ x = 1$
$\overline{AD} = 2\sqrt{6}$
$\therefore$ (넓이) $= \dfrac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6}$

29. 다음 그림의 사각형 ABCD는 등변사다리꼴이다. $\overline{AB}=2\,\mathrm{cm}$, $\overline{AD}=2\,\mathrm{cm}$, $\angle B=45^\circ$ 일 때, $\overline{BC}$의 길이는?



① $\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　② $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　③ $(1+2\sqrt{2})\,\mathrm{cm}$
④ $(2+2\sqrt{2})\,\mathrm{cm}$　⑤ $(4+4\sqrt{2})\,\mathrm{cm}$

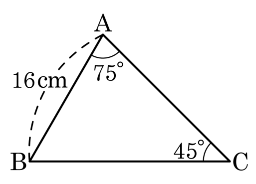
해설

$\triangle ABH$ 는 한 내각의 크기가 45° 인 직각삼각형이므로 $\overline{BH}:\overline{AH}:\overline{AB}=1:1:\sqrt{2}$

$\overline{BH}:\overline{AH}:2=1:1:\sqrt{2}$ 에서 $\overline{AH}=\overline{BH}=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{2}+2+\sqrt{2}=2\sqrt{2}+2(\mathrm{cm})$

30. 다음 그림과 같이 $\angle A = 75°$, $\angle C = 45°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 16\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① $8\,\text{cm}$ ② $10\,\text{cm}$

③ $8\sqrt{3}\,\text{cm}$ ④ $10\sqrt{3}\,\text{cm}$

⑤ $8\sqrt{6}\,\text{cm}$

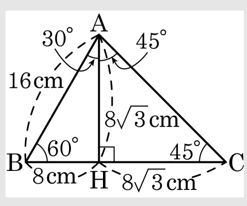
해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면, $\overline{AB} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로

$\overline{AH} = 8\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\overline{AH} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$

$\therefore \overline{AC} = 8\sqrt{6}\,\text{cm}$



31. 두 점 $A(-1,3)$, $B(2,x)$ 사이의 거리가 5 일 때, x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=-1$

▷ 정답 : $x=7$

해설

$\overline{AB}=\sqrt{(2+1)^2+(x-3)^2}=5$

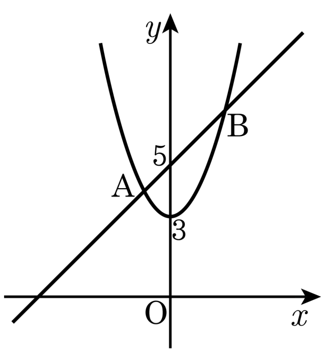
$9+x^2-6x+9=25$

$x^2-6x-7=0$

$(x+1)(x-7)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=7$

32. 다음 그림과 같이 포물선 $y = x^2 + 3$ 와 직선 $y = x + 5$ 의 그래프가 두 점 A, B 에서 만날 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

$x^2 + 3 = x + 5$

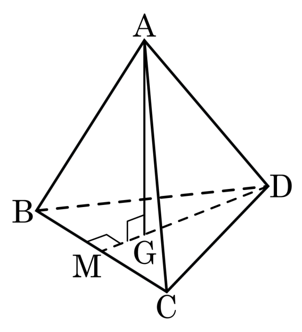
$x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0$

$\therefore\ x = 2,\ -1$ 이므로 $A(-1,\ 4),\ B(2,\ 7)$

따라서 $\overline{AB} = \sqrt{\{2-(-1)\}^2 + (7-4)^2} = 3\sqrt{2}$ 이다.

33. 다음 그림의 정사면체에서 점 G 는 $\triangle$BCD 의 무게중심이다. $\overline{GM} = 2\sqrt{5}$cm 일 때, 정사면체의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : $80\sqrt{30}$ cm^3

해설

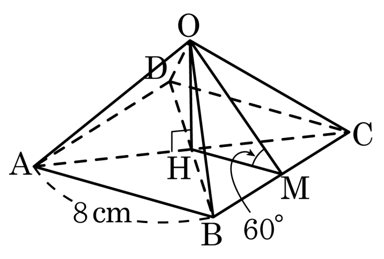
$\triangle$BCD 에서 $\overline{MD} = \overline{GM} \times 3 = 6\sqrt{5}$(cm)
(정사면체의 한모서리의 길이) $= x$ 라 하면

$\overline{MD} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times x$

$x = 6\sqrt{5} \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{15}$(cm)

(정사면체의 부피) $= \dfrac{\sqrt{2}}{12} \times (4\sqrt{15})^3 = 80\sqrt{30}$($cm^3$)

34. 다음 그림의 정사각뿔에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{OH} \perp \overline{AC}$, $\angle OMH = 60^\circ$ 일 때, 정사각뿔의 부피를 구하면?



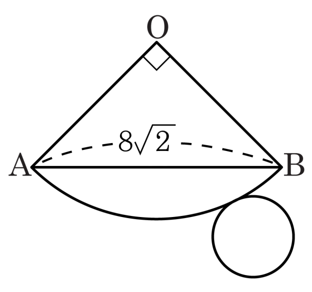
① $\dfrac{32\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}^3$ ② $\dfrac{64\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}^3$ ③ $\dfrac{128\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}^3$
④ $\dfrac{256\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}^3$ ⑤ $\dfrac{512\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}^3$

해설

$\overline{HM} = 4\mathrm{cm}$
$\overline{HM} : \overline{OH} : \overline{OM} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로
$\overline{OM} = 2\overline{HM} = 8(\mathrm{cm})$
$\overline{OH} = 4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

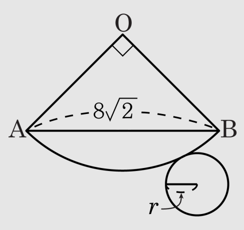
$\therefore$ (부피) $= \dfrac{1}{3} \times 64 \times 4\sqrt{3} = \dfrac{256\sqrt{3}}{3}(\mathrm{cm}^3)$

35. 다음 그림과 같이 중심각의 크기가 $90°$ 이고 $\overline{\mathrm{AB}} = 8\sqrt{2}$ 인 부채꼴을 옆면으로 하는 원뿔의 부피를 구하면?

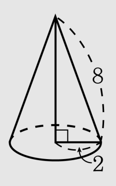


① $\dfrac{\sqrt{15}}{3}\pi$ ② $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}\pi$ ③ $\dfrac{4\sqrt{15}}{3}\pi$
④ $\dfrac{8\sqrt{15}}{5}\pi$ ⑤ $\dfrac{8\sqrt{15}}{3}\pi$

해설

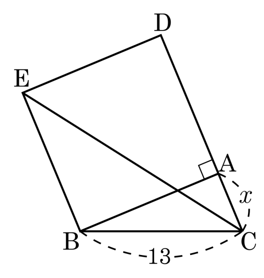


$\overline{\mathrm{OA}}$ 와 $\overline{\mathrm{OB}}$ 는 부채꼴의 반지름이므로 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}}$
$\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}} = x$, $\angle\mathrm{AOB} = 90°$ 이므로 $x^2 + x^2 = (8\sqrt{2})^2$ $\therefore x = 8$
부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi x \times \dfrac{90°}{360°} = 16\pi \times \dfrac{1}{4} = 4\pi$
호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이가 $2\pi r = 4\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 2$ 이다.
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{64 - 4} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$ 이다.
원뿔의 부피 $V = \dfrac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 2\sqrt{15} = \dfrac{8\sqrt{15}}{3}\pi$ 이다.

36. 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 $\overline{\mathrm{AB}}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ADEB 를 그렸을 때, $\triangle$EBC 의 넓이가 $72\,\mathrm{cm}^2$ 이면 $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이는 얼마인지 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

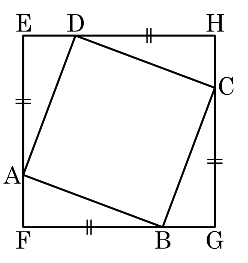
해설

$\triangle\mathrm{EBC} = \triangle\mathrm{EBA} = 72\,\mathrm{cm}^2$

$\square\mathrm{ADEB} = 144\,\mathrm{cm}^2,\ \overline{\mathrm{AB}} = 12\,\mathrm{cm}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\ (\mathrm{cm})$

37. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 EFGH 는 모두 정사각형이고 $\square\mathrm{ABCD} = 73\,\mathrm{cm}^2$, $\square\mathrm{EFGH} = 121\,\mathrm{cm}^2$, $\overline{\mathrm{BF}} > \overline{\mathrm{BG}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{BG}}$ 의 길이는?

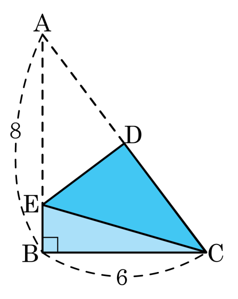


① $3\,\mathrm{cm}$　② $\dfrac{7}{2}\,\mathrm{cm}$　③ $4\,\mathrm{cm}$
④ $8\,\mathrm{cm}$　⑤ $\dfrac{15}{2}\,\mathrm{cm}$

해설

$\square\mathrm{ABCD} = 73\,\mathrm{cm}^2$, $\square\mathrm{EFGH} = 121\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{73}\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{FG}}\,\mathrm{cm} = 11\,\mathrm{cm}$ 이다.
$\overline{\mathrm{BG}} = x\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{FB}} = y\,\mathrm{cm}$ 라고 할 때,
$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.
$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$
인수분해를 이용하면 $(x-3)(x-8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{\mathrm{BF}} > \overline{\mathrm{BG}}$) 이다.

38. 다음 그림과 같이 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형이고 $\overline{DE}$ 를 접선으로 점 A 가 점 C 와 겹치지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 넓이와 $\triangle ECB$ 의 넓이의 합을 구하여라.



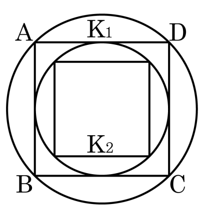
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{117}{8}$

해설

$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 8 - x$이고
$\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로
$(8-x)^2 = x^2 + 6^2, x = \frac{7}{4}$ 이고,
$\triangle ABC$가 직각삼각형이므로
$\overline{AC}^2 = 8^2 + 6^2$, $\overline{AC} = 10$이다.
$\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로
$\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{4}\right)^2 - 5^2$, $\overline{DE} = \frac{15}{4}$ 이다.
$\triangle EDC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times \frac{15}{4} = \frac{75}{8}$ 이고,
$\triangle EBC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{7}{4} \times 6 = \frac{21}{4}$ 이다.
따라서 합은 $\frac{75}{8} + \frac{21}{4} = \frac{117}{8}$ 이다.

39. 그림과 같이 지름의 길이가 $20\,\mathrm{cm}$ 인 원에 내접하는 정사각형을 K_1 이라 할 때, K_1 에 내접하는 원에 또 다시 내접하는 정사각형 K_2 의 한 변의 길이는 얼마인가?



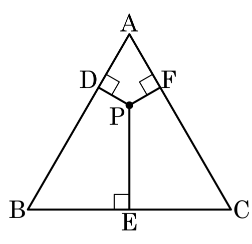
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

지름의 길이가 $20\,\mathrm{cm}$ 이므로 사각형 ABCD 의 대각선의 길이는 $20\,\mathrm{cm}$ 이므로 정사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 $10\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 이다.
정사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 안에 내접하는 작은 원의 지름이므로 작은 원의 지름은 $10\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 이고, 작은 원의 지름은 K_2 의 대각선의 길이와 같다.
따라서 K_2 는 대각선의 길이가 $10\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형이므로 K_2 의 한 변의 길이는 $10\,\mathrm{cm}$ 이다.

40. 한 변의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC 의 내부의 한 점 P 에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{\mathrm{PD}}+\overline{\mathrm{PE}}+\overline{\mathrm{PF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

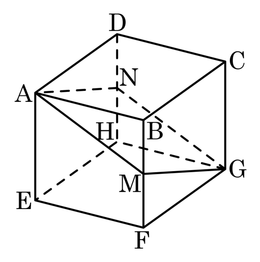
$\triangle\mathrm{ABC}=\triangle\mathrm{ABP}+\triangle\mathrm{BCP}+\triangle\mathrm{APC}$

$\frac{\sqrt{3}}{4}\times\sqrt{3}^2=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\overline{\mathrm{PD}}+\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\overline{\mathrm{PE}}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\overline{\mathrm{PF}}=$

$\frac{1}{2}\times\sqrt{3}(\overline{\mathrm{PD}}+\overline{\mathrm{PE}}+\overline{\mathrm{PF}})$

$\therefore\ \overline{\mathrm{PD}}+\overline{\mathrm{PE}}+\overline{\mathrm{PF}}=\frac{3}{2}$

41. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$ 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



① $50\sqrt{2}\,cm^2$ ② $50\sqrt{3}\,cm^2$

③ $100\,cm^2$ ④ $50\sqrt{5}\,cm^2$

⑤ $50\sqrt{6}\,cm^2$

해설

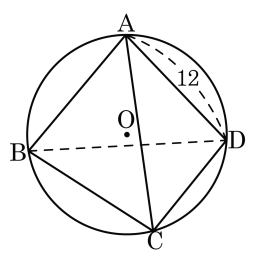
(마름모의 넓이) $=$ (대각선) $\times$ (대각선) $\times \frac{1}{2}$

$\overline{AG} = \sqrt{10^2+10^2+10^2} = 10\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{MN} = \sqrt{10^2+10^2} = 10\sqrt{2}$ (cm)

따라서 $10\sqrt{3} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{6}$ (cm^2) 이다.

42. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12 인 정사면체에 외접하는 구를 그린 것이다. 이 구의 반지름의 길이는?



① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 12^3 = 144\sqrt{2}$

구의 중심 O 에서 점 A, B, C, D 에 선을 그으면, 밑면은 한 변의 길이가 12 인 정삼각형인 사면체 4 개가 된다.

이 사면체의 높이를 h

구의 반지름의 길이를 R이라고 하면

$R^2 = h^2 + (4\sqrt{3})^2$ 에서

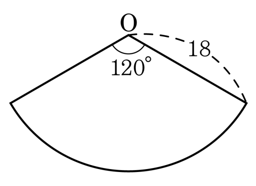
$h = \sqrt{R^2 - 48}$ 이므로

그 정사면체들의 부피의 합은

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times \sqrt{R^2 - 48} \times \frac{1}{3} \times 4 = 144\sqrt{2}$

따라서 $\mathrm{R} = 3\sqrt{6}$ 이다.

43. 다음 그림과 같은 반지름의 길이가 18, 중심각의 크기가 $120°$ 인 부채꼴로 밑면이 없는 원뿔을 만들 때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.

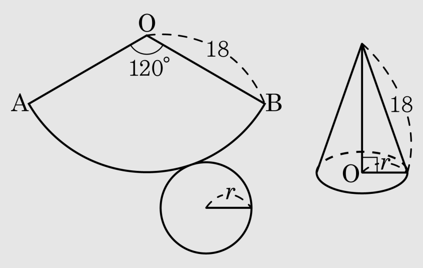


▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}$

해설

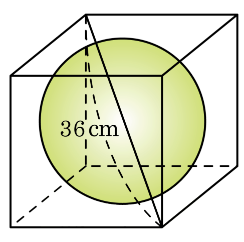
5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 길이는 밑면의 원주의 길이와 같으므로 밑면의 반지름의 길이를 r 이라 하면



$2\pi \times r = 2\pi \times 18 \times \dfrac{120°}{360°}$ $\quad \therefore\ r = 6$

$\therefore$ (원뿔의 높이) $= \sqrt{18^2 - 6^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$

44. 대각선 길이가 36 cm 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^3

▷ 정답 : $864\sqrt{3}\pi$ cm^3

해설

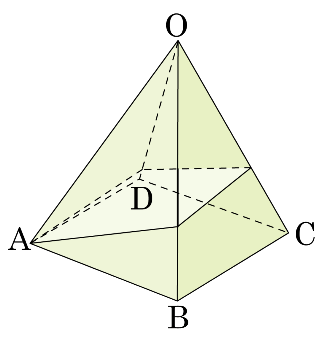
정육면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면

$\sqrt{3}a = 36 \qquad \therefore\ a = 12\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

(구의 반지름의 길이) $= 6\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

(구의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times \left(6\sqrt{3}\right)^3 = 864\sqrt{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

45. 다음과 같이 $\overline{OA}=10$ 인 정사각뿔의 한 꼭짓점 A 에서 옆면을 따라 모서리 OB, OC, OD 를 거쳐 다시 A 로 돌아오는 가장 짧은 경로의 길이를 구하여라. (단, $\angle OBA = 75°$)



▶ 답 :

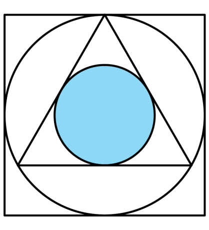
▷ 정답 : $10\sqrt{3}$

해설

정사각뿔의 옆면은 합동인 4 개의 이등변삼각형으로 이루어지고
$\angle AOB = 180 - 2\times 75 = 30°$ 이므로
구하는 최단거리는 두 변의 길이가 10 이고, 그 끼인 각이 120° 인 이등변삼각형의 가장 긴 변의 길이와 같다.

$\therefore\ 2\times 10\times \sin 60° = 2\times 10\times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$

46. 다음 그림과 같이 정사각형에 내접한 원에 정삼각형이 내접하고 있고, 정삼각형 안에 원이 또 내접하고 있다. 정사각형의 넓이가 18 일 때, 작은 원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{8}\pi$

해설

큰 원의 지름의 길이는 정사각형의 한 변의 길이이므로

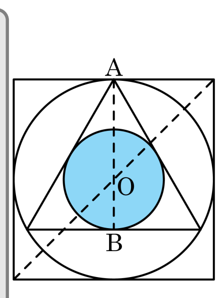
(큰 원의 지름의 길이) $= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

이 때, 점 O 는 정삼각형의 무게중심이므로

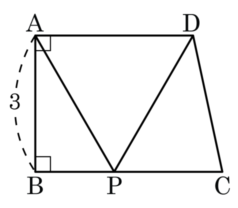
$\overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{AO} = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

따라서 작은 원의 넓이는 $\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2 \pi = \frac{9}{8}\pi$

이다.



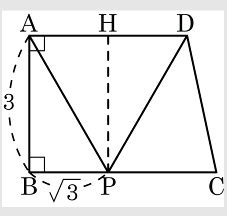
47. 다음 그림과 같이 $\angle A = \angle B = 90°$, $\overline{AB} = 3$ 인 사다리꼴 ABCD 의 변 BC 위에 한 점 P 를 삼각형 ADP 가 정삼각형이 되게 잡았을 때, 삼각형 ADP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{3}$

해설



$\triangle ABP$ 에서 $\angle APB = 60°$ 인 직각삼각형이므로

$\overline{AP} = 2\overline{BP}$

$\overline{BP} = x$라 하면

$x^2 + 3^2 = (2x)^2$

$x^2 = 3$

$\therefore \ x = \sqrt{3}$

따라서 $\overline{AD} = 2\sqrt{3}$

$\triangle ADP$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3}$이다.

48. 좌표평면 위의 점 $\mathrm{A}(0,\ 3)$, $\mathrm{P}(x,\ 0)$, $\mathrm{Q}(x,\ -1)$, $\mathrm{B}(4,\ -2)$ 에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}$ 의 최솟값을 구하여라.

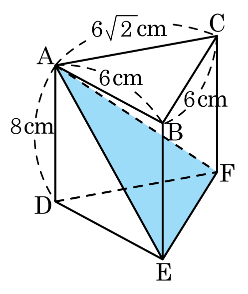
▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{2}+1$

해설

점 B 를 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 점을 B′ 라 하면 $\mathrm{B'}(4,\ -1)$
점 A 와 B′ 을 이은 선분이 x 축과 만나는 점을 P 로 잡으면 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}$ 가 최소가 된다.
이때, $\overline{\mathrm{AB'}}=\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{QB}}$ 이므로 구하는 최솟값은
$\overline{\mathrm{AB'}}+\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{(4-0)^2+(-1-3)^2}+1=4\sqrt{2}+1$ 이다.

49. 다음 그림과 같은 삼각기둥에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle AEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $30\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

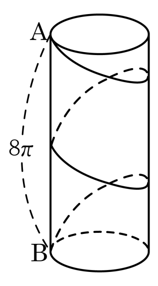
$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이다.

$\overline{AE} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$

$\square ADEB \perp \square BEFC$ 이므로 $\overline{AE} \perp \overline{EF}$

$$\therefore\ \triangle AEF = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{EF} = \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30\ (\text{cm}^2)$$

50. 다음 그림과 같이 높이가 8π 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 두 번 감았더니 실의 길이가 10π 이었다. 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 구하여라.

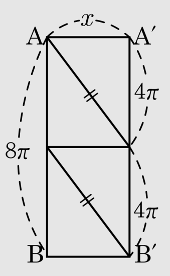


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

옆면의 전개도에서 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r, 둘레의 길이를 x 로 놓으면



$10\pi = 2\overline{\mathrm{AP}}$

$\overline{\mathrm{AP}} = 5\pi$ 이므로 $\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{x^2 + 16\pi} = 5\pi$

$\therefore\ x = 3\pi\ (\because\ x > 0),\ 2\pi r = 3\pi$

$\therefore\ r = \frac{3}{2}$