

1. 일차함수 $y = 4x - 5$ 의 그래프와 y 축 위에서 만나고, 점 $(5, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은?

① $y = \frac{1}{5}x - 2$

② $y = \frac{3}{5}x - 3$

③ $y = x - 4$

④ $y = \frac{7}{5}x - 5$

⑤ $y = \frac{9}{5}x - 6$

해설

$$y = ax - 5$$

점 $(5, 2)$ 를 지나므로

$$2 = 5a - 5$$

$$\therefore a = \frac{7}{5}$$

$$\therefore y = \frac{7}{5}x - 5$$

2. 일차함수 $y = 5x - 1$ 의 그래프와 y 축 위에서 만나고, 점 $(-4, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = \frac{1}{2}x - 1$

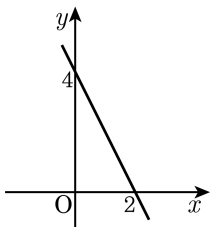
해설

$y = ax - 1$ 가 점 $(-4, -3)$ 을 지나므로

$$-3 = -4a - 1, \quad 4a = 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - 1$$

3. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다.
이 그래프와 일차함수 $nx + y = -1$ 의 그래프가
서로 평행할 때, n 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

주어진 직선은 y 절편이 4이므로 $y = ax + 4$,
또 두 점 $(0, 4)$, $(2, 0)$ 을 지나므로

$$\text{기울기 } a = \frac{0 - 4}{2 - 0} = -2$$

따라서 $y = -2x + 4$ 이다.

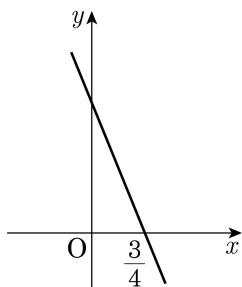
한편 $nx + y = -1$ 을 y 에 관해 풀면

$$y = -nx - 1 \text{ 이다.}$$

일차함수 $y = -2x + 4$ 와 $y = -nx - 1$ 의 그래프가 서로 평행하면
기울기가 같으므로 $-n = -2$

따라서 $n = 2$ 이다.

4. 일차방정식 $4x + 3y - 2a = 0$ 의 그래프가
다음 그림과 같을 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$4x + 3y - 2a = 0$ 이 점 $\left(\frac{3}{4}, 0\right)$ 을 지나므로 $4 \times \frac{3}{4} - 2a = 0$,

$$-2a = -3$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

5. 직선 $y = -\frac{1}{2}x - 3$ 과 수직으로 만나는 두 개의 직선 l 과 m 이 있다. 이 두 개의 직선 위의 점을 각각 P, Q 라 할 때 선분 PQ 의 중점은 (3, 5) 이고 직선 l 의 y 절편의 y 좌표와 직선 m 의 x 절편의 x 좌표가 같다. 점 P 와 점 Q 의 x 좌표의 차이와 y 좌표의 차이가 같을 때, 직선 PQ 와 평행하고 점 (1, -4) 를 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = x - 5$

해설

직선 $y = -\frac{1}{2}x - 3$ 과 수직으로 만나는 직선은 기울기가 2 이므로 두 개의 직선 l 과 m 의 방정식을 각각 $y = 2x + a$, $y = 2x + b$ 라 놓을 수 있다.

두 개의 직선위에 있는 점 P 와 점 Q 의 x 좌표를 각각 x_1 , x_2 라 하면

$P(x_1, 2x_1 + a)$, $Q(x_2, 2x_2 + b)$ 이고 선분 PQ 의 중점이 (3, 5) 이므로

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = 3, \frac{2x_1 + a + 2x_2 + b}{2} = 5$$

$$x_1 + x_2 = 6, 2(x_1 + x_2) + a + b = 10$$

$$\therefore a + b = -2 \cdots \textcircled{1}$$

직선 l 의 y 절편의 y 좌표와 직선 m 의 x 절편의 x 좌표가 같으므로

직선 $y = 2x + b$ 는 $(a, 0)$ 을 지난다.

$$0 = 2a + b, b = -2a \cdots \textcircled{2}$$

② 를 ① 에 대입하면 $a - 2a = -2$ 이다.

$$\therefore a = 2, b = -4$$

직선 l 의 방정식은 $y = 2x + 2$ 이고 직선 m 의 방정식은 $y = 2x - 4$ 이다.

점 P 와 점 Q 의 x 좌표의 차이와 y 좌표의 차이가 같으므로

$$x_2 - x_1 = 2x_2 - 4 - 2x_1 - 2, x_2 - x_1 = 2(x_2 - x_1) - 6$$

$$\therefore x_2 - x_1 = 6$$

$$\text{직선 PQ 의 기울기가 } \frac{2x_2 - 4 - 2x_1 - 2}{x_2 - x_1} = \frac{2(x_2 - x_1) - 6}{x_2 - x_1} \text{ 이고}$$

$$x_2 - x_1 = 6 \text{ 이므로}$$

직선 PQ 의 기울기는 1 이다.

따라서 구하고자 하는 직선의 방정식은 $y - (-4) = 1 \times (x - 1)$ 이다.

$$\therefore y = x - 5$$

6. 직선 $y = 3x$ 위의 한 점 P 에서 y 축까지의 거리를 a , 직선 $y = \frac{1}{3}x$ 위의 한 점 Q 에서 x 축까지의 거리를 b 라고 할 때, $a = b$ 인 두 점 P, Q 에 대하여 직선 PQ 와 수직으로 만나는 직선 중 점 $(-4, -1)$ 을 지나는 일차함수의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = x + 3$

해설

직선 $y = 3x$ 위의 한 점 P 에서 y 축까지의 거리를 a 라 하면 점 P 의 x 좌표는 a 이고, y 좌표는 $3a$ 이다.

직선 $y = \frac{1}{3}x$ 위의 한 점 Q 에서 x 축까지의 거리를 b 라 하면 점 Q 의 y 좌표는 b 이고 x 좌표는 $3b$ 이므로

P($a, 3a$) 와 Q($3b, b$) 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{b-3a}{3b-a}$ 인데, $a = b$ 이므로 -1 이다.

따라서 직선 PQ 와 수직으로 만나는 직선의 기울기는 1 이고, 이 직선이 $(-4, -1)$ 을 지나므로 $y + 1 = x + 4$ 이다.

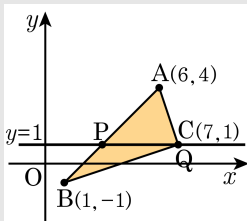
$\therefore y = x + 3$

7. 세 점 $A(6, 4)$, $B(1, -1)$, $C(7, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다. x 축에 평행한 직선이 삼각형 ABC 와 두 점 PQ 에서 만난다고 할 때, 선분 PQ 의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설



선분 PQ 의 길이가 최대가 되려면 위의 그림과 같이 점 Q 는 점 C 와 같아야 한다.

즉, x 축과 평행한 직선의 그래프는 $y = 1$ 이고,

점 P 의 좌표는 직선 AB 와 $y = 1$ 의 교점이다.

직선 AB 의 그래프는 $(6, 4)$ 와 $(1, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식과 같으므로

$$y + 1 = \frac{4 + 1}{6 - 1}(x - 1) \quad \therefore y = x - 2$$

$y = x - 2$ 와 $y = 1$ 의 교점의 좌표는 $P(3, 1)$

따라서 선분 PQ 의 길이의 최댓값은 $7 - 3 = 4$ 이다.

8. 직선 $y = 3$ 과 수직으로 만나고 $(-1, 5)$ 를 지나는 직선의 그래프가 $(a-3)x + (2b+2)y - 4 = 0$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = 3$ 과 수직으로 만나려면 주어진 일차방정식의 y 계수가 0 이 되어야 하고 $(-1, 5)$ 를 지나므로

$$2b + 2 = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$(a-3)(-1) - 4 = 0 \quad \therefore a = -1$$

$$\therefore a - b = 0$$