

1. 세호네 반 학생 30 명의 몸무게의 총합은 2100 , 몸무게의 제곱의 총합은 150000 일 때, 세호네 반 학생 몸무게의 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$(\text{분산}) = \frac{\{(\text{변량})^2 \text{의 총 합}\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$$\frac{150000}{30} - 70^2 = 100, \text{ 즉 분산은 } 100 \text{ 이다.}$$

따라서 표준편차는 10 이다.

2. 다음 조건을 만족하는 50 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{48}, x_{49}, x_{50}$ 의 분산을 구하여라.

$$\textcircled{㉠} \quad x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{48} + x_{49} + x_{50} = 100$$

$$\textcircled{㉡} \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{48}^2 + x_{49}^2 + x_{50}^2 = 800$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{48} + x_{49} + x_{50} = 100$ 이므로 평균은

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{48} + x_{49} + x_{50}}{50} = \frac{100}{50} = 2$$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $x_1 - 2, x_2 - 2, x_3 - 2, \dots, x_{48} - 2, x_{49} - 2, x_{50} - 2$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{1}{50} \{ (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 2)^2 + \dots + (x_{48} - 2)^2 + (x_{49} - 2)^2 + (x_{50} - 2)^2 \}$$

$$= \frac{1}{50} \{ (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{48}^2 + x_{49}^2 + x_{50}^2) - 4(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{48} + x_{49} + x_{50}) + 4 \times 50 \}$$

$$= \frac{800 - 4 \times 100 + 4 \times 50}{50} = 12 \text{ 이다.}$$

3. x, y, z 의 평균이 5이고 분산이 2일 때, 세 수 x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① 20

② 23

③ 24

④ 26

⑤ 27

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5이므로

$$\frac{x + y + z}{3} = 5$$

$$\therefore x + y + z = 15 \cdots \text{㉠}$$

$$\text{또, 분산이 2이므로 } \frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 2$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 6$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 - 10(x + y + z) + 75 = 6$$

위 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(15) + 75 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 81$$

따라서 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 평균은 $\frac{81}{3} = 27$ 이다.

4. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

- ① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.
- ③ B의 표준편차가 A의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B이다.
- ④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.
- ⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준 편차	2.2 $=\sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2}$ $=\sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$ $=\sqrt{\frac{10}{4}}$ $=\sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

- ③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A이다.

5. 세 개의 변량 a, b, c 의 평균을 M , 표준편차를 S 라고 할 때, $a + 1, b + 1, c + 1$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① M, S^2

② $M, S^2 + 1$

③ $M + 1, S^2$

④ $M + 1, S^2 + 1$

⑤ $M + 1, (S + 1)^2$

해설

세 개의 변량 a, b, c 의 평균과 분산이 각각 M, S^2 이므로

$$M = \frac{a + b + c}{3}$$

$$S^2 = \frac{(a - M)^2 + (b - M)^2 + (c - M)^2}{3}$$

$a + 1, b + 1, c + 1$ 의 평균을 M_1 과 분산을 S_1^2 이라고 하면

$$M_1 = \frac{(a + 1) + (b + 1) + (c + 1)}{3}$$

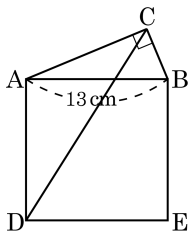
$$= \frac{(a + b + c) + 3}{3} = \frac{a + b + c}{3} + 1 = M + 1$$

$$S_1^2 = \frac{1}{3} \{ (a + 1 - M - 1)^2 + (b + 1 - M - 1)^2 + (c + 1 - M - 1)^2 \}$$

$$= \frac{1}{3} \{ (a - M)^2 + (b - M)^2 + (c - M)^2 \} = S^2$$

따라서 $a + 1, b + 1, c + 1$ 의 평균과 분산은 각각 $M + 1, S^2$ 이다.

6. 다음 그림은 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\text{ cm}$, $\triangle ACD = 72\text{ cm}^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?



- ① 21 cm^2 ② 22 cm^2 ③ 25 cm^2
 ④ 30 cm^2 ⑤ 40 cm^2

해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$

를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 144 cm^2 이다.

또, $\square ADEB = 13^2 = 169 (\text{cm}^2)$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는

$169 - 144 = 25 (\text{cm}^2)$ 이다.

7. 빗변의 길이가 $m^2 + n^2$ 이고, 다른 한 변의 길이가 $m^2 - n^2$ 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m > 0, n > 0$)

① $m + n$

② $2m + n$

③ $m + 2n$

④ $2(m + n)$

⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면

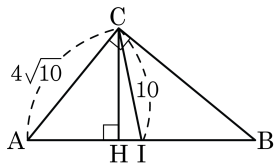
$$(m^2 + n^2)^2 = (m^2 - n^2)^2 + X^2$$

$$m^4 + 2m^2n^2 + n^4 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + X^2$$

$$X^2 = 4m^2n^2 = (2mn)^2$$

$X > 0, m > 0, n > 0$ 이므로 $X = 2mn$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 I 는 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 빗금 친 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

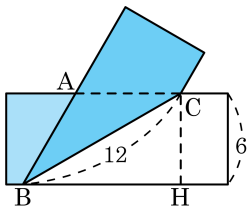
점 I 가 직각삼각형 ABC 의 외심이므로
 $\overline{AI} = \overline{BI} = 10$ 이다.

$\overline{AH} = x$ 라고 하고, 닮은 삼각형의 성질을 이용하면 $20x = (4\sqrt{10})^2 = 160$ 이므로 $x = 8$ 이다.

$\triangle CAH$ 에 피타고라스 정리를 적용하면
 $\overline{CH} = \sqrt{160 - 64} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}, \overline{HI} = 2$

$$\therefore \triangle CHI = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6} \times 2 = 4\sqrt{6}$$

9. 폭이 6 인 종이테이프를 접었더니 접은 선이 12 였다. 테이프가 겹쳐진 부분 $\triangle ABC$ 의 넓이를 $a\sqrt{b}$ 라고 할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. (단, b 는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\overline{BH} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}, \overline{AB} = \overline{AC} = x \text{ 라 하면,}$$

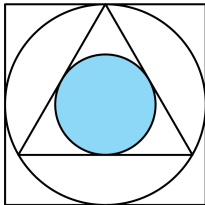
$$x^2 = 6^2 + (6\sqrt{3} - x)^2$$

$$12\sqrt{3}x = 144$$

$$\therefore x = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 6 = 12\sqrt{3}$$

10. 다음 그림과 같이 정사각형에 내접한 원에 정삼각형이 내접하고 있고, 정삼각형 안에 원이 또 내접하고 있다. 정사각형의 넓이가 18 일 때, 작은 원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{9}{8}\pi$

해설

큰 원의 지름의 길이는 정사각형의 한 변의 길이이므로

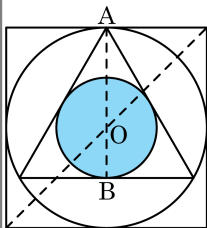
$$(\text{큰 원의 지름의 길이}) = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

이 때, 점 O 는 정삼각형의 무게중심이므로

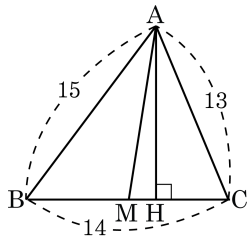
$$\overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{AO} = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

따라서 작은 원의 넓이는 $\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2 \pi = \frac{9}{8}\pi$

이다.



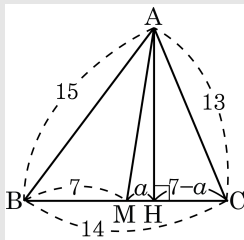
11. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\overline{AH} - \overline{MH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설



$\overline{MH} = a$ 라 할 때,

$$15^2 - (7 + a)^2 = 13^2 - (7 - a)^2$$

$$225 - (49 + 14a + a^2) = 169 - (49 - 14a + a^2), \quad 28a = 56, \quad a = 2$$

$$\text{따라서 } \overline{MH} = a = 2, \quad \overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$\text{이므로 } \overline{AH} - \overline{MH} = 10$$

12. 다항식 $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하였을 때, 그 인수들의 합을 구하면?

① $x + 2y + 1$

② $x + y - 3$

③ $2x + 3y + 2$

④ $x + y - 2$

⑤ $2x + 3y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (y - 2)(2y + 1) \\ &= (x + y - 2)(x + 2y + 1) \end{aligned}$$

13. $[a, b, c] = a(b^2 - c^2)$ 일 때, $[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b]$ 의 인수인 것은?

① $a - b$

② $b + c$

③ $c + a$

④ $a + b + c$

⑤ abc

해설

$$\begin{aligned} & [a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b] \\ &= a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2) \\ &= ab^2 - ac^2 + bc^2 - ba^2 + ca^2 - cb^2 \\ &= a^2(c - b) - a(c^2 - b^2) + bc(c - b) \\ &= (c - b)\{a^2 - a(c + b) + bc\} \\ &= (c - b)(a - b)(a - c) \end{aligned}$$