

1. $A = \{\phi, x, \{x, y\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\phi \subset A$

② $\{\phi\} \subset A$

③ $\{x, y\} \subset A$

④ $\{x, y\} \in A$

⑤ $x \in A$

해설

③ $\{x, y\}$ 는 A 의 원소이다.

$\therefore \{x, y\} \in A$

2. 두 집합 $A = \{3, 4\}$, $B = \{2, 3, x\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

집합 A 의 모든 원소가 집합 B 에 포함 되어야 하므로 집합 B 에 원소 4가 있어야 한다.

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3 을 포함하고 원소 6 을 포함하지 않는 부분집합으로 옳은 것은?

① $\emptyset$

② $\{1, 6\}$

③ $\{1, 4, 12\}$

④ $\{1, 3, 4, 10\}$

⑤ $\{1, 3, 4, 12\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로

① 원소 1, 3 이 포함되지 않음.

② 원소 6 이 포함.

③ 원소 3 이 포함되지 않음.

④ $\{1, 3, 4, 10\} \not\subset A$

⑤ $\{1, 3, 4, 12\} \subset A$

4. 다음 두 집합 A , B 에 대하여 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 를 구한 것이다. 빈 칸에 들어갈 알맞은 원소를 차례대로 쓴 것을 골라라.

$$A = \{x | x \text{는 알파벳의 모음}\}$$

$$B = \{x | x \text{는 단어 } apple \text{에 들어 있는 모음}\}$$

$$A \cap B = \{a, \square\}$$

$$A \cup B = \{a, e, i, l, \square, o, u\}$$

- ① e, p ② l, p ③ o, u ④ e, o ⑤ p, e

해설

$$A = \{a, e, i, o, u\}, \quad B = \{a, e, l, p\}$$

$$A \cap B = \{a, e\}, \quad A \cup B = \{a, e, i, l, p, o, u\}$$

5. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 일 때, $A - B$ 은?

① $\{1\}$

② $\{1, 5, 10\}$

③ $\{1, 2\}$

④ $\{1, 2, 5\}$

⑤ $\{1, 2, 5, 10\}$

해설

$A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로
 $A - B = \{1, 5, 10\}$ 이다.

6. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 4, 7\}$ 에 대하여, $A - B^c$ 의 모든 원소의 총합은?

① 3

② 8

③ 12

④ 15

⑤ 20

해설

$$A - B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B,$$

$$A \cap B = \{1, 7\}$$

$$\therefore 1 + 7 = 8$$

7. 다음 문장 중 명제인 것을 모두 고르면?

① 4는 12의 약수이다.

② $x + y = 10$ 이다.

③ $|-3| = -3$

④ $x = 2$ 일 때, $x - 1 > 0$

⑤ x 는 무리수이다.

해설

① 참, ③ 거짓, ④ 참

따라서 명제는 ①, ③, ④

8. $x > 0, y > 0$ 일 때 두 식 $\sqrt{x} + \sqrt{y}, \sqrt{2(x+y)}$ 를 바르게 비교한 것은?

① $\sqrt{x} + \sqrt{y} < \sqrt{2(x+y)}$

② $\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq \sqrt{2(x+y)}$

③ $\sqrt{x} + \sqrt{y} > \sqrt{2(x+y)}$

④ $\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2(x+y)}$

⑤ $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2(x+y)}$

해설

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} > 0, \sqrt{2(x+y)} > 0$$

$$\begin{aligned}\text{이 때 } & (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - \left\{ \sqrt{2(x+y)} \right\}^2 \\ &= (x + y + 2\sqrt{xy}) - (2x - 2y) \\ &= -(x - 2\sqrt{xy} + y) \\ &= -(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \leq 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{이므로 } & (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \leq \left\{ \sqrt{2(x+y)} \right\}^2 \\ \therefore & (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \leq \sqrt{2(x+y)} \\ & (\text{단, 등호는 } \sqrt{x} = \sqrt{y}, \text{ 즉 } x = y \text{ 일 때 성립})\end{aligned}$$

9. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 의 원소 x 에 Y 의 원소 y 가 다음 보기와 같이 대응될 때, 이 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x \rightarrow x + 1$

㉡ $x \rightarrow 2x - 1$

㉢ $x \rightarrow x^2 + 2$

① ㉠

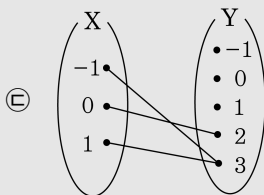
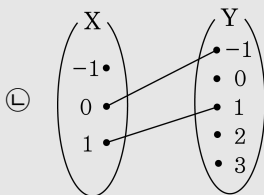
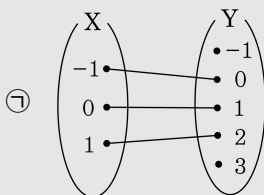
② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설



10. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 상수함수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 3가지

▷ 정답: 3가지

해설

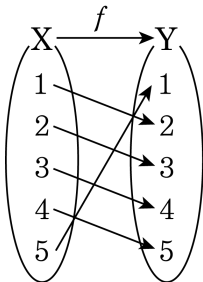
함수 f 가 상수함수인 경우는

$$f(1) = f(2) = f(3) = a$$

$$f(1) = f(2) = f(3) = b$$

$$f(1) = f(2) = f(3) = c \text{ 의 3가지이다}$$

11. 다음 그림과 같이 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고, 함수 $f : X \rightarrow X$ 에 대하여 $(f \circ f)(a) = 3$ 이 되는 a 의 값은?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(f(a)) = 3 \text{ 이므로 } f(a) = 2$$

$$\therefore a = 1$$

12. $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 12} \times \frac{4x^2 + 16x}{x + 1} \div \frac{2x - 4}{x - 3}$ 을 간단히 하면?

① x

② $2x$

③ $x - 2$

④ $2x - 6$

⑤ $x + 4$

해설

식을 인수분해 한 후 약분하여 정리한다.

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 12} \times \frac{4x^2 + 16x}{x + 1} \div \frac{2x - 4}{x - 3} \\ &= \frac{(x - 2)(x + 1)}{(x + 4)(x - 3)} \times \frac{4x(x + 4)}{(x + 1)} \times \frac{(x - 3)}{2(x - 2)} = 2x \end{aligned}$$

13. $x, y, y - \frac{1}{x}$ 이 모두 0이 아닐 때, $\frac{x - \frac{1}{y}}{y - \frac{1}{x}}$ 을 간단히 하면?

① 1

② $\frac{x}{y}$

③ $\frac{y}{x}$

④ $\frac{x}{y} - \frac{y}{x}$

⑤ $xy - \frac{1}{xy}$

해설

$$\frac{x - \frac{1}{y}}{y - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{xy - 1}{y}}{\frac{xy - 1}{x}} = \frac{x}{y}$$

14. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\{\emptyset\}$

② $\{x \mid x \text{는 두 자리의 자연수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 분자가 1인 분수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 자연수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 100보다 크고 101보다 작은 자연수}\}$

해설

③ $\left\{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$: 무한집합

④ $\{2, 5, 8, \dots\}$: 무한집합

15. 다음 중 명제의 대우가 참인 것은?

- ① x 가 유리수이면 x^2 은 유리수이다.
- ② 두 직사각형의 넓이가 같으면 두 직사각형은 합동이다.
- ③ $x^2 = y^2$ 이면 $x = y$ 이다.
- ④ 닮음인 두 삼각형은 합동이다.
- ⑤ x 또는 y 가 무리수이면 $x + y$ 가 무리수이다.

해설

명제의 대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

16. $x > 2$ 일 때 $4x + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$x - 2 = t$ 로 놓으면 $t > 0$ 이고 $x = t + 2$

따라서 주어진 식을 t 로 나타낸 다음 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하면

$$\begin{aligned} 4x + \frac{1}{x-2} &= 4(t+2) + \frac{1}{t} \\ &= 4t + \frac{1}{t} + 8 \\ &\geq 2\sqrt{4t + \frac{1}{t}} + 8 \\ &= 12 \end{aligned}$$

(단, 등호는 $4t = \frac{1}{t}$ 일 때 성립)

17. $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$), $g(x) = x + c$ 라 할 때, $(f \circ g)(x) = 2x - 3$, $f^{-1}(3) = -2$ 가 성립한다. 상수 a, b, c 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 7$

▷ 정답 : $c = -5$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(x + c) = a(x + c) + b = ax + ac + b$$

$$\therefore a = 2 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$ac + b = -3 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$f^{-1}(3) = -2 \text{ 이므로, } f(-2) = 3$$

$$\therefore -2a + b = 3 \cdots \textcircled{\text{㉢}}$$

$\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$, $\textcircled{\text{㉢}}$ 을 연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = 7, c = -5$$

18. 함수 $y = |x + 1| - |x - 3|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |x + 1| - |x - 3|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때

$$y = -(x + 1) + x - 3 = -4$$

ii) $-1 \leq x < 3$ 일 때

$$y = x + 1 + x - 3 = 2x - 2$$

iii) $x \geq 3$ 일 때

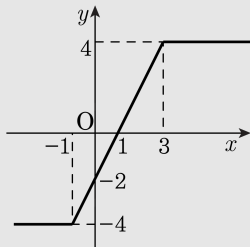
$$y = x + 1 - (x - 3) = 4$$

이상에서 주어진 함수의 그래프가 다음 그림과 같으므로

$$M = 4, m = -4$$

$$\therefore M - m = 4 - (-4)$$

$$= 8$$



19. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} \text{의 우변을 통분하여 계산하면}$$

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

$$\text{따라서 } a-b=1, -2(a+b)=6$$

$$\therefore a=-1, b=-2$$

$$\therefore a+b=-1-2=-3$$

20. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} \neq 0$ 일 때, $\frac{x^2 - 8xy + y^2}{x^2 - y^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = a \neq 0 \text{ 라 하면}$$

$$x = 2a, y = 3a$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 8xy + y^2}{x^2 - y^2} &= \frac{4a^2 - 48a^2 + 9a^2}{4a^2 - 9a^2} \\ &= \frac{-35a^2}{-5a^2} = 7 \end{aligned}$$

21. $\frac{x}{5} = \frac{y+4z}{2} = \frac{z}{3} = \frac{-x+2y}{A}$ 에서 A 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -25$

해설

$$\frac{-x + 2(y + 4z) - 8 \times z}{-5 + 2 \times 2 - 8 \times 3}$$
$$= \frac{-x + 2y + 8z - 8z}{-5 + 4 - 24} = \frac{-x + 2y}{-25}$$

$$\therefore A = -25$$

22. $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

23. 함수 $y = \frac{1-2x}{x-2}$ 의 그래프는 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 시킨 것이다. 여기서 $k+a+b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$$y = \frac{-2x+1}{x-2} = \frac{-2(x-2)-3}{x-2} = \frac{-3}{x-2} - 2$$

따라서 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{-3}{x}$ 의

그래프를 x 축의 방향으로 2만큼,

y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동 시킨 것이므로

$$k = -3, a = 2, b = -2$$

$$\therefore k + a + b = -3 + 2 - 2 = -3$$

24. 분수함수 $y = \frac{ax+b}{x-1}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(2, 3)$ 을 지날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$f(x) = \frac{ax+b}{x-1} \text{ 라 하면 } f(2) = 3, f^{-1}(2) = 3$$

$$f(2) = 2a + b = 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f^{-1}(2) = 3 \text{ 에서 } f(3) = 2 \text{ 이므로}$$

$$f(3) = \frac{3a+b}{2} = 2 \quad \therefore 3a+b = 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 1 \quad \therefore ab = 1$$

25. 다음 중 무리함수 $y = \sqrt{-3x+1} + \sqrt{-12x}$ 의 정의역과 치역을 차례대로 나타낸 것을 고르면?

① $\{x \mid x \geq 0\}, \{y \mid y \geq 1\}$

② $\{x \mid x \leq 0\}, \{y \mid y \geq 1\}$

③ $\{x \mid x \geq 1\}, \{y \mid y \leq 0\}$

④ $\{x \mid x \leq 1\}, \{y \mid y \geq 0\}$

⑤ $\{x \mid x \leq 0\}, \{y \mid y \leq 1\}$

해설

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{-3x+1} + \sqrt{-12x} \\ &= \sqrt{-3x+1} + 2\sqrt{(-3x) \cdot 1} \\ &= \sqrt{-3x+1} \end{aligned}$$

따라서 그래프를 그리면 다음 그림과 같다.

$\therefore$ 정의역 : $\{x \mid x \leq 0\}$,

치역 : $\{y \mid y \geq 1\}$

