

1. 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{2\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 6\}$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

$\{2\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 6\}$ 의 의미는 $\{1, 2, 4, 6\}$ 의 부분집합 중 원소 2를 반드시 포함하는 부분집합 이므로 집합 X 를 구하면 $\{2\}, \{1, 2\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 6\}, \{2, 4, 6\}, \{1, 2, 4, 6\}$ 이므로 개수는 8개 이다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 12$, $n(A \cup B) = 16$, $n(A \cap B) = 5$ 일 때, $n(B)$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

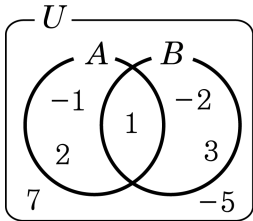
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(B) = n(A \cup B) - n(A) + n(A \cap B)$$

$$= 16 - 12 + 5 = 9$$

$$\therefore n(B) = 9$$

3. 다음 벤 다이어그램을 보고, $A^c \cap B$ 의 원소들의 합을 구하여라.



① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -2

해설

$B - A$ 를 나타낸 것이므로 $(-2) + 3 = 1$

4. 집합 $A = \{1, 2, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{1\} \in A$

② $2 \in A$

③ $\{1, 2\} \subset A$

④ $\{\{1\}, \{2\}\} \subset A$

⑤ $\emptyset \in A$

해설

⑤ $\emptyset \subset A$

5. 명제「 $x = 1$ 이면 $x^2 + 4x - 5 = 0$ 이다.」의 역, 이, 대우 중에서 참인 것을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 대우

해설

주어진 명제가 참이므로 대우가 참이고, 역은 거짓이므로 이도 거짓이다.

(역의 반례 : $x = -5$)

6. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(3x + \frac{2}{y}\right) \left(y + \frac{6}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$\left(3x + \frac{2}{y}\right) \left(y + \frac{6}{x}\right) = 20 + 3 \left(xy + \frac{4}{xy}\right)$$

산술기하조건을 사용하면

$$xy + \frac{4}{xy} \geq 2 \sqrt{xy \times \left(\frac{4}{xy}\right)} = 4$$

$$\therefore \text{최솟값} : 20 + 3 \times 4 = 32$$

7. x 가 양의 실수 일 때, $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의 x 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 > 0$, $\frac{1}{x^2} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$$x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{x^2 \times \frac{1}{x^2}} + 1 \geq 2 + 1 = 3$$

등호는 $x^2 = \frac{1}{x^2}$ 일 때 성립하므로 $x^4 = 1$

따라서 양의 실수 x 는 1이다.

최솟값은 3이고, x 값은 1이다.

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 3 \text{이하의 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 가 될 수 없는 것은?

① $\{1, 2, 6\}$

② $\{x|x \text{는 } 12 \text{보다 작은 } 6 \text{의 배수}\}$

③ $\{3, 6\}$

④ $\{x|x \text{는 } 4 < x < 7 \text{인 자연수}\}$

⑤ $\{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$

해설

집합 $B = \{1, 2, 3\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 $6 \in A$
집합 A 는 원소 6 을 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

④ $\{x|x \text{는 } 4 < x < 7 \text{인 자연수}\} = \{5, 6\} \not\subset \{1, 2, 3, 6\}$

9. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하자. $\sim p$ 가 q 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P \cap Q = \emptyset$

② $P \subset Q$

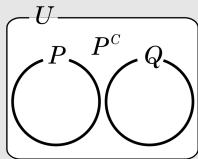
③ $Q \subset P$

④ $Q - P = \emptyset$

⑤ $Q^c = P$

해설

$$P \subset Q^c \leftrightarrow P - Q^c = P \cap Q = \emptyset$$



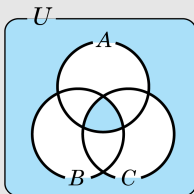
10. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합
 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4\text{의 배수}\},$
 $C = \{1, 2, 5, 7, 11, 12\}$ 에 대하여 $A \Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 일 때,
 $n((A \Delta B) \cap (A \Delta C))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(A \Delta B) \cap (A \Delta C)$ 를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$n(A \cap B \cap C) = 1, n((A \cup B \cup C)^c) = 4$$

$$\therefore n((A \Delta B) \cap (A \Delta C)) = 1 + 4 = 5$$