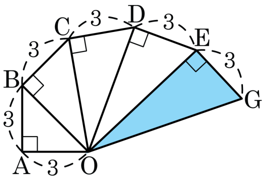
1. 다음 그림에서 $\triangle OEG$ 의 넓이는?



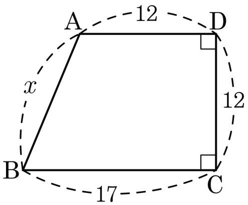
① $9\sqrt{5}$ ② $5\sqrt{5}$ ③ $\frac{9}{2}\sqrt{5}$ ④ $\frac{5}{2}\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

해설

$\overline{OE} = \sqrt{3^2+3^2+3^2+3^2+3^2} = 3\sqrt{5}$

따라서 $\triangle OEG$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times 3 = \frac{9\sqrt{5}}{2}$

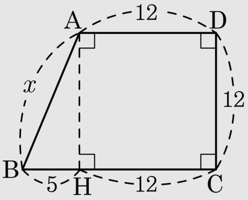
2. 다음 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

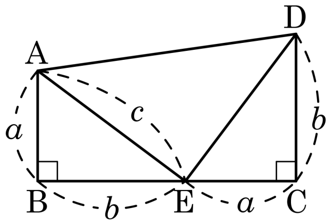


점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 수선의 발을 내려 그 점을 H 라 하면, $\triangle ABH$ 에서

$\overline{AB}^2 = \overline{BH}^2 + \overline{AH}^2 = 12^2 + 5^2 = 169 = 13^2$

$\therefore\ \overline{AB} = 13$

3. 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다.



(가), (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것을 고르면?

$\triangle\mathrm{ABE}+\triangle\mathrm{AED}+\triangle\mathrm{ECD}=\square\mathrm{ABCD}$ 이므로 $\frac{1}{2}ab+$(가)$+\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}(a+b)^2$ 따라서 (나) 이다.

① (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2+b^2=c^2$

② (가) c^2 (나) $b^2+c^2=a^2$

③ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2+b^2=c$

④ (가) c^2 (나) $b^2-a^2=c^2$

⑤ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a+b=c$

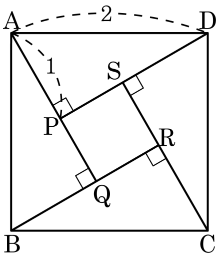
해설

$\triangle\mathrm{ABE}+\triangle\mathrm{AED}+\triangle\mathrm{ECD}=\square\mathrm{ABCD}$ 이므로

$\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}c^2+\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}(a+b)^2$

따라서 $a^2+b^2=c^2$ 이다.

4. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 2 인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 1$ 이다. 사각형 PQRS 의 넓이는?



① $5-3\sqrt{2}$　② $4-\sqrt{3}$　③ $4-2\sqrt{3}$

④ $5-\sqrt{3}$　⑤ $2-\sqrt{3}$

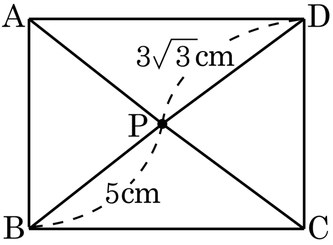
해설

□PQRS 는 정사각형이므로

$\overline{AQ} = \sqrt{2^2-1^2} = \sqrt{3}$　$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{3}-1$

$\therefore$ □PQRS $= (\sqrt{3}-1)^2 = 4-2\sqrt{3}$

5. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{PB} = 5\text{cm}$, $\overline{PD} = 3\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값은?

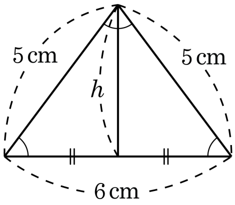


① 34 ② 42 ③ 49 ④ 50 ⑤ 52

해설

$\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 5^2 = 52$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 5 cm, 5 cm, 6 cm 인 이등변삼각형의 높이 h는?



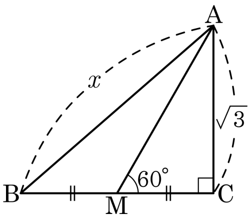
① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm

④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$$h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\,\text{cm}$$

7. 다음 그림의 $\triangle$ABC 는 직각삼각형이다. 이 때, x 는?



① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{7}$

④ $\sqrt{11}$ ⑤ $\sqrt{13}$

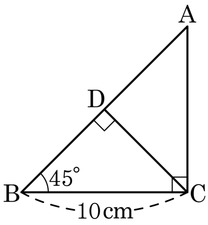
해설

$1 : \sqrt{3} = \overline{\mathrm{CM}} : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{\mathrm{CM}} = 1$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{BM}} = 1$ 이고

$\overline{\mathrm{AB}} = x = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}$ 이다.

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90°$ 이고 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 이다. $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$ cm

해설

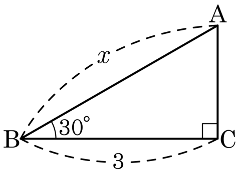
$\overline{AC} = 10\,\text{cm}$

$\overline{AB} = 10\sqrt{2}$

$\triangle ABC = 10 \times 10 \times \frac{1}{2} = 10\sqrt{2} \times \overline{CD} \times \frac{1}{2}$

$\therefore \overline{CD} = 5\sqrt{2}(\,\text{cm})$

9. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x 의 값을 구하면?



① 5 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$

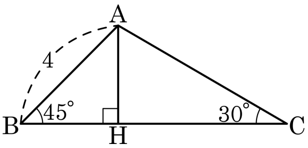
④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

해설

$x : 3 = 2 : \sqrt{3}$

$x = 2\sqrt{3}$

10. 다음 그림의 $\overline{AB} = 4$, $\angle B = 45°$, $\angle C = 30°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $4\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{2} + \frac{2\sqrt{6}}{3}$

④ $2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$ ⑤ $8\sqrt{2}$

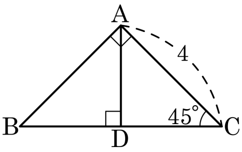
해설

$1 : \sqrt{2} = \overline{BH} : 4$, $\overline{BH} = 2\sqrt{2} = \overline{AH}$

$1 : \sqrt{3} = 2\sqrt{2} : \overline{CH}$, $\overline{CH} = 2\sqrt{6}$

$\therefore\ \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$

11. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 를 구하면?



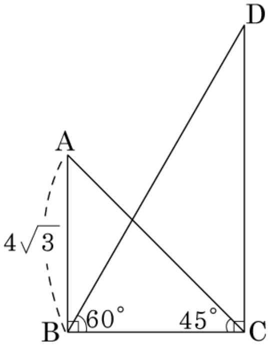
① $\sqrt{2}$　　② $2\sqrt{2}$　　③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$　　⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$1 : \sqrt{2} = \overline{DC} : 4$, $\overline{DC} = 2\sqrt{2}$ 이다.
따라서 $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$ 이고 $\overline{BD} = 2\sqrt{2}$ 이므로
$\overline{BC} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4\sqrt{3}$ 이고 $\angle ACB = 45°$, $\angle DBC = 60°$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{BD} = 8\sqrt{3}$

해설

$\overline{BC} = \overline{AB} = 4\sqrt{3}$

$\overline{BD} = 2\overline{BC} = 8\sqrt{3}$

13. 좌표평면 위의 두 점 A$(-3,\ 2)$, B$(6,\ 4)$ 사이의 거리를 구하여라.

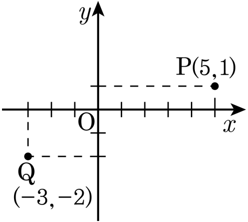
▶ **답 :**

▷ **정답 :** $\sqrt{85}$

해설

$$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(-3-6)^2+(2-4)^2}$$
$$= \sqrt{81+4} = \sqrt{85}$$

14. 다음 그림에서 두 점 $P(5,\ 1)$, $Q(-3,\ -2)$ 사이의 거리는?

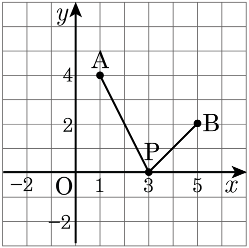


① $\sqrt{5}$ ② 5 ③ $\sqrt{73}$ ④ $\sqrt{65}$ ⑤ 11

해설

$$\overline{PQ} = \sqrt{\{5-(-3)\}^2 + \{1-(-2)\}^2}$$
$$= \sqrt{8^2 + 3^2} = \sqrt{73}$$

15. 좌표평면 위의 두 점 $A(1,\ 4)$, $B(5,\ 2)$ 와 x 축 위의 임의의 점 P 에 대하여 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값을 구하면?



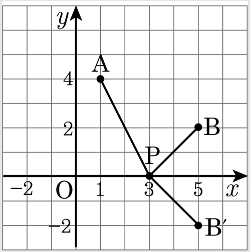
① $\sqrt{13}$ ② 2 ③ 3

④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{13}$

해설

점 B 를 x 축에 대해 대칭이동한 점을 B′ 이라 하면 $B'(5,-2)$, $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최단 거리$=\overline{AB'}$

$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{4^2+6^2} = 2\sqrt{13}$ 이다.



16. 가로, 세로의 길이가 5 인 직육면체의 대각선의 길이가 $3\sqrt{6}$ 일 때, 이 직육면체의 높이의 길이는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

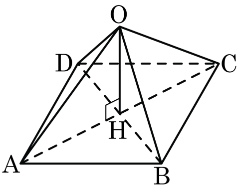
높이를 x라 하면 직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 이므로

$\sqrt{5^2+5^2+x^2} = 3\sqrt{6}$

$x^2 = 4$

$x > 0$ 이므로 $x = 2$ 이다.

17. 다음 그림과 같은 정사각뿔에서 $\overline{OH} = \sqrt{29}$, $\overline{OA} = 8\sqrt{2}$일 때, 밑넓이는 ?



① $3\sqrt{22}$ ② $3\sqrt{11}$ ③ 99 ④ 121 ⑤ 198

해설

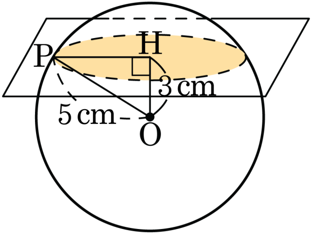
직각삼각형 OAH 에서

$\overline{AH} = \sqrt{\left(8\sqrt{2}\right)^2 - \left(\sqrt{29}\right)^2} = 3\sqrt{11}$

$\overline{AH} = \frac{1}{2} \times \overline{AC}$에서 $\overline{AC} = 6\sqrt{11}$이고 $\overline{AC} = \text{BD}$ 이므로

밑넓이는 $\frac{1}{2} \times 6\sqrt{11} \times 6\sqrt{11} = 198$

18. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 인 구를 중심 O 에서 3cm 떨어진 평면으로 자를 때 생기는 단면의 반지름은?

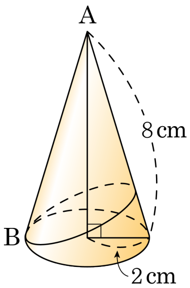


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$\overline{\mathrm{PH}} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4(\mathrm{cm})$

19. 밑면의 반지름의 길이가 2cm 이고, 모선의 길이가 8cm 인 원뿔이 있다. 밑변인 원의 둘레 위의 한 점 B에서 옆면을 지나 다시 점 B로 돌아오는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $8\sqrt{2}$ cm

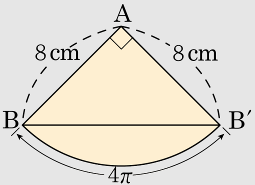
해설

$\angle BAB' = x$라고 하면

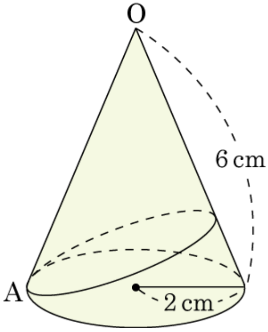
$2\pi \times 8 \times \dfrac{x}{360^\circ} = 2\pi \times 2$

$x = 90^\circ$

따라서 최단거리는 $8\sqrt{2}$cm



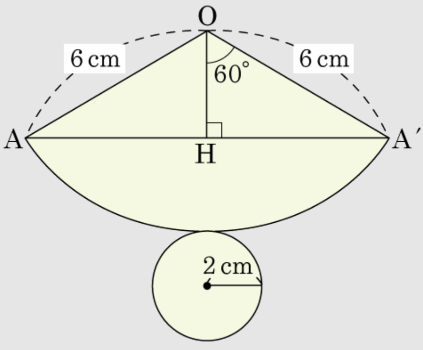
20. 다음 그림과 같은 원뿔에서 점 A를 출발하여 겉면을 따라 다시 점 A로 돌아오는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : cm

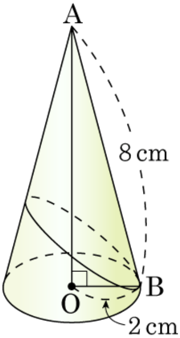
▷ 정답 : $6\sqrt{3}$ cm

해설



$\overline{AH} = 3\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{AA'} = 6\sqrt{3}\,\text{cm}$

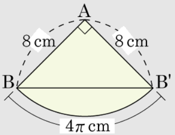
21. 다음 그림과 같은 원뿔에서 점 B를 출발하여 옆면을 지나 다시 점 B 로 돌아오는 최단 거리는?



① $7\sqrt{2}$ cm ② $7\sqrt{3}$ cm ③ $8\sqrt{2}$ cm

④ $8\sqrt{3}$ cm ⑤ $9\sqrt{2}$ cm

해설

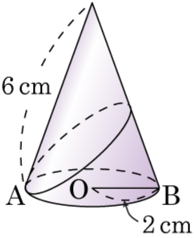


$\angle BAB' = x$라 하면

$$2\pi \times 8 \times \frac{x}{360°} = 4\pi,\ x = 90°$$

$$\overline{BB'} = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$$

22. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2 cm 이고, 모선의 길이가 6 cm 인 원뿔을 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 까지 왔을 때의 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $6\sqrt{3}$ cm

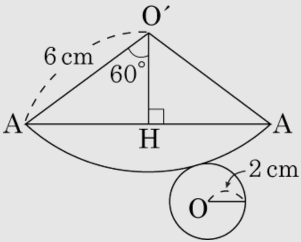
해설

옆면인 부채꼴의 중심각을 x 라 놓으면

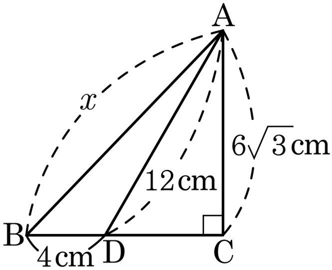
$2\pi \times 6 \times \dfrac{x}{360°} = 2\pi \times 2$ $\therefore x = 120°$ $\triangle O'AH$ 에서 $6 : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$

$\therefore \overline{AH} = 3\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore$ (최단거리) $= 2\overline{AH} = 6\sqrt{3}$ (cm)



23. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x 의 길이를 구하여라.



① $\sqrt{13}$cm ② $2\sqrt{13}$cm ③ $3\sqrt{13}$cm

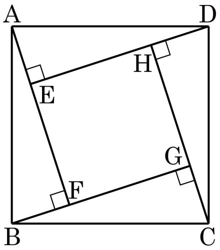
④ $4\sqrt{13}$cm ⑤ $5\sqrt{13}$cm

해설

$$\overline{CD} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{3})^2} = \sqrt{144 - 108} = \sqrt{36} = 6\ (\text{cm})$$

$$x = \sqrt{10^2 + (6\sqrt{3})^2} = \sqrt{100 + 108} = \sqrt{208} = 4\sqrt{13}(\text{cm})$$

24. 다음 그림에서 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고, 사각형 ABCD 와 EFGH 의 넓이는 각각 169 cm^2, 16 cm^2 이다. 이 때, 두 사각형의 둘레의 길이의 차는?

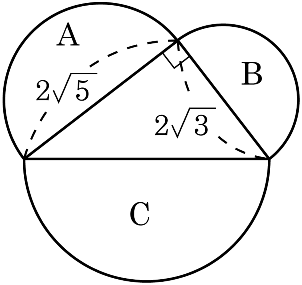


① 36 cm ② 32 cm ③ 28 cm ④ 25 cm ⑤ 24 cm

해설

사각형 ABCD 와 EFGH 는 정사각형이므로
사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 $\sqrt{169} = 13(\mathrm{cm})$ 이고,
사각형 EFGH 의 한 변의 길이는 $\sqrt{16} = 4(\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 $13 \times 4 - 4 \times 4 = 36(\mathrm{cm})$ 이다.

25. 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 A, B, C 라고 할 때, $2(\mathrm{A}+\mathrm{B})+\mathrm{C}$ 의 값을 구하면?



① 8π ② 10π ③ 12π ④ 14π ⑤ 16π

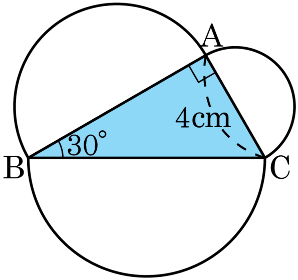
해설

피타고라스 정리에 의해서 C 의 지름을 c 라고 하면 $c^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 32$

따라서 $c = 4\sqrt{2}$ 이므로 $\mathrm{C} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{c}{2}\right)^2 \pi = \frac{1}{8} \times 32\pi = 4\pi$

피타고라스 정리를 이용하면 $\mathrm{C} = \mathrm{A}+\mathrm{B}$ 이므로 $2(\mathrm{A}+\mathrm{B})+\mathrm{C} = 3\mathrm{C} = 12\pi$

26. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

▷ **정답 :** $8\sqrt{3}$ cm^2

해설

$\overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

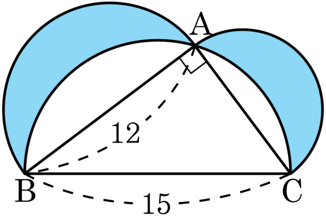
$\overline{AB} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{BC} = 8(\text{cm})$

(색칠한 부분의 넓이) = ($\triangle$ABC의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4$$

$$= 8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

27. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?



① 27 ② 54 ③ 81 ④ 100 ⑤ 108

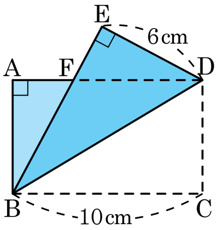
해설

색칠한 부분의 넓이는 큰 반원 안 직각삼각형의 넓이와 같다.

직각삼각형의 나머지 한 변이 9 이므로 그 넓이는 $\frac{1}{2}\times12\times9 = 54$

따라서 넓이는 54 이다.

28. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{FD}$ 의 길이는?



① $\dfrac{16}{5}$ ② $\dfrac{32}{5}$ ③ $\dfrac{34}{5}$ ④ 6 ⑤ 8

해설

$\triangle BAF \equiv \triangle DEF$ (ASA 합동), $\overline{FD} = x$ 로 놓으면, $\overline{AF} = 10 - x, \overline{BF} = x$

$\triangle ABF$ 에서, $x^2 = 6^2 + (10 - x)^2$

$\therefore \ x = \dfrac{34}{5}$

29. 세로와 대각선의 비가 $3:5$ 인 직사각형의 가로의 길이가 $4\sqrt{2}$ 일 때, 이 직사각형의 넓이는?

① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

해설

세로의 길이를 $3x$ 라고 하면, 대각선의 길이는 $5x$ 이고
피타고라스 정리에 따라
$(3x)^2+(4\sqrt{2})^2=(5x)^2$
$16x^2=32$
$x^2=2$
직사각형의 변의 길이는 양수이므로
$x=\sqrt{2}$
따라서 가로의 길이는 $3\sqrt{2}$, 대각선의 길이는 $5\sqrt{2}$ 이므로
이 직사각형의 넓이는
$3\sqrt{2}\times4\sqrt{2}=24$ 이다.

30. 가로, 세로의 길이가 각각 $2a\text{cm}$, $3a\text{cm}$ 인 직사각형의 대각선의 길이가 $3\sqrt{13}\text{cm}$ 일 때, 가로와 세로의 길이의 합을 구하여라.

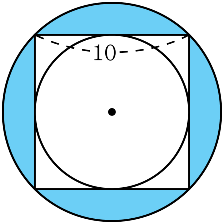
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

$3\sqrt{13} = \sqrt{(2a)^2 + (3a)^2} = \sqrt{13a^2} = \sqrt{13}a$, $a = 3$
따라서 가로의 길이는 6cm , 세로의 길이는 9cm 가 된다.
가로와 세로의 길이의 합은 $6 + 9 = 15(\text{cm})$

31. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 10 인 정사각형에 내접하는 원과 외접하는 원을 그렸다. 이때 색칠한 부분의 넓이가 $a+b\pi$ 라면 $b-a$ 의 값은? (단, a, b는 유리수)



① 50 ② 100 ③ 150

④ 200 ⑤ 250

해설

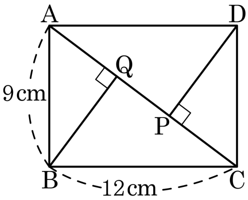
한 변의 길이가 10 인 정사각형의 대각선의 길이는 $10\sqrt{2}$ 이다. 외접원은 정사각형의 대각선을 지름으로 하는 원이므로 이 원의 반지름은 $5\sqrt{2}$ 이고, 색칠한 부분의 넓이는 외접원의 넓이에서 정사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$(5\sqrt{2})^2\pi-10^2=50\pi-100$ 이므로

$a=-100,\ b=50$

따라서 $b-a=50-(-100)=150$ 이다.

32. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 B , D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P 라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이를 구하여라.



① 5.0 cm ② 5.2 cm ③ 5.4 cm

④ 5.6 cm ⑤ 5.8 cm

해설

피타고라스 정리에 의해

$\overline{AC} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$

$\triangle ABC$ 에서

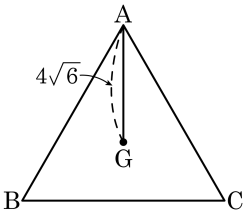
$\triangle AQB$ 와 $\triangle ABC$ 는 닮음이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$ 에서

$\overline{AB}^2 = \overline{AC} \times \overline{AQ}$

$\overline{AQ} = \frac{81}{15} = \frac{27}{5}$ (cm) 이다.

33. 다음 그림의 정삼각형에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게 중심이고, $\overline{AG} = 4\sqrt{6}$ 일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.



① $12\sqrt{2}$　② $3\sqrt{6}$　③ $36\sqrt{3}$

④ $72\sqrt{3}$　⑤ $144\sqrt{3}$

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면,
$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로

$\overline{AG} = (\text{정삼각형의 높이}) \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times a \times \dfrac{2}{3}$

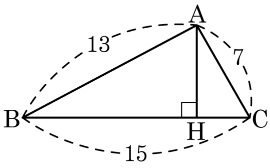
$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a \times \dfrac{2}{3} = 4\sqrt{6}$ 이므로

$\therefore\ a = 12\sqrt{2}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\dfrac{\sqrt{3}}{4} \times \left(12\sqrt{2}\right)^2 = 72\sqrt{3}$ 이다.

34. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BH}$ 의 길이를 구하고 $\triangle ABC$ 의 넓이를 각각 바르게 구한 것은?



① $\frac{7}{4}$, $\frac{25\sqrt{29}}{4}$ ② $\frac{7}{2}$, $\frac{25\sqrt{29}}{4}$ ③ $\frac{7}{4}$, $\frac{75\sqrt{29}}{4}$
④ $\frac{23}{2}$, $\frac{105\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{23}{2}$, $\frac{105\sqrt{3}}{2}$

해설

$\overline{BH}=x$, $\overline{CH}=15-x$ 라 하면

$\overline{AH}^2=13^2-x^2=7^2-(15-x)^2$

$169-x^2=49-225+30x-x^2$, $30x=345$ 이므로 $x=\frac{23}{2}$

$\overline{AH}=\sqrt{13^2-\left(\frac{23}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{147}}{2}=\frac{7\sqrt{3}}{2}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times15\times\frac{7\sqrt{3}}{2}=\frac{105\sqrt{3}}{4}$ 이다.

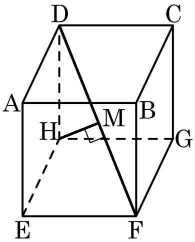
35. 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ 4), \mathrm{B}(4,\ -3)$ 사이의 거리가 $\sqrt{a}$ 라고 할 때, a의 값은?

① 83 ② 84 ③ 85 ④ 86 ⑤ 87

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{6^2 + 7^2} = \sqrt{85}$

36. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정육면체의 꼭짓점 H 에서 $\overline{\mathrm{DF}}$ 에 내린 수선 HM 의 길이는?



① 2 cm ② $2\sqrt{2}$ cm ③ $2\sqrt{3}$ cm

④ 4 cm ⑤ $2\sqrt{6}$ cm

해설

한 변의 길이가 6 cm 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\overline{\mathrm{DF}} = \sqrt{6^2+6^2+6^2} = 6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

한 변의 길이가 6 cm 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\overline{\mathrm{HF}} = \sqrt{6^2+6^2} = 6\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

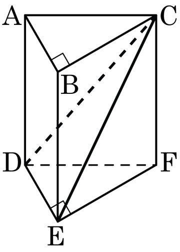
$\therefore \triangle\mathrm{DHF} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{DH}}\cdot\overline{\mathrm{FH}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{DF}}\cdot\overline{\mathrm{HM}}$

즉, $\overline{\mathrm{DH}}\cdot\overline{\mathrm{FH}} = \overline{\mathrm{DF}}\cdot\overline{\mathrm{HM}}$ 이므로

$6\times 6\sqrt{2} = 6\sqrt{3}\times\overline{\mathrm{HM}}$

$\therefore \overline{\mathrm{HM}} = 2\sqrt{6}(\mathrm{cm})$

37. 다음 그림처럼 $\angle ABC = \angle DEF = 90°$ 인 삼각기둥에서 $\overline{AC} = 13$, $\overline{BC} = 12$, $\overline{BE} = 16$ 일 때, $\triangle CDE$ 의 넓이는?



① 24 ② 32 ③ 42 ④ 50 ⑤ 62

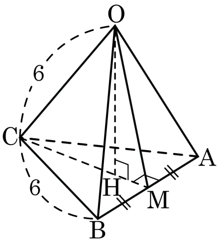
해설

$\overline{DE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$

$\overline{CE} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$

따라서 $\triangle CDE$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 20 = 50$ 이다.

38. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 8 인 정삼각형으로 이루어진 정사면체가 있다. 점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H, 선분 AB 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{\mathrm{BM}}$, $\overline{\mathrm{CM}}$, $\overline{\mathrm{CH}}$, $\overline{\mathrm{OH}}$ 의 길이를 차례로 구하면?
(단, H 는 밑면 ABC 의 무게중심이다.)



① $3,\ 3\sqrt{3},\ 2\sqrt{3},\ 2\sqrt{6}$

② $3,\ 2\sqrt{3},\ 3\sqrt{3},\ 2\sqrt{6}$

③ $3,\ 2\sqrt{3},\ 2\sqrt{3},\ 3\sqrt{6}$

④ $3,\ 3\sqrt{3},\ 3\sqrt{3},\ 2\sqrt{6}$

⑤ $3,\ 3\sqrt{3},\ 3\sqrt{3},\ 3\sqrt{6}$

해설

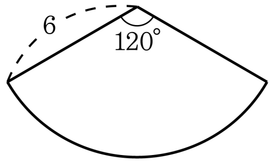
(1)$\overline{\mathrm{BM}} = 3$

(2)$\overline{\mathrm{CM}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$

(3)$\overline{\mathrm{CH}} = 3\sqrt{3} \times \dfrac{2}{3} = 2\sqrt{3}$

(4)$\overline{\mathrm{OH}} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{36 - 12} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

39. 반지름이 6 이고 중심각이 $120°$ 인 부채꼴이 있다. 이 부채꼴로 원뿔의 옆면을 만들 때, 이 원뿔에 대한 설명으로 <u>틀린</u> 것을 모두 고르면?



① 밑면의 반지름의 길이는 2 이다.

② 부채꼴 둘레의 길이와 밑면의 둘레의 길이는 같다.

③ 부채꼴 호의 길이는 4π 이다.

④ 원뿔의 높이는 4 이다.

⑤ 원뿔의 부피는 $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$ 이다.

해설

① 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r이라 하면

$$2\times6\times\pi\times\frac{120°}{360°}=2\times r\times\pi \therefore r=2$$

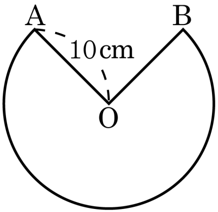
② 부채꼴 둘레의 길이와 밑면의 둘레의 길이가 같은 것이 아니라, 부채꼴 호의 길이와 밑면의 둘레가 같은 것이다.

③부채꼴 호의 길이는 $2\pi\times6\times\frac{120°}{360°}=4\pi$이다.

④원뿔의 높이는 $\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$이다.

⑤원뿔의 부피는 $2\times2\times\pi\times4\sqrt{2}\times\frac{1}{3}=\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$이다.

40. 다음 그림에서 호 AB 의 길이는 16πcm , $\overline{OA} = 10$cm 이다. 이 전개도로 고깔을 만들 때, 고깔의 부피는?



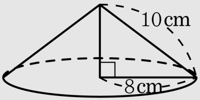
① $24\pi\text{cm}^3$　② $36\pi\text{cm}^3$　③ $54\pi\text{cm}^3$

④ $84\pi\text{cm}^3$　⑤ $128\pi\text{cm}^3$

해설

밑면의 반지름을 r라 하면

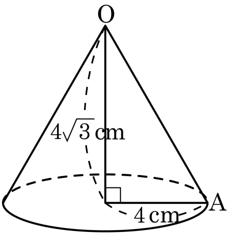
$16\pi = 2\pi r$,　$r = 8$



높이는 $\sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$ 이다.

따라서 고깔의 부피는 $\pi \times 8^2 \times 6 \times \dfrac{1}{3} = 128\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

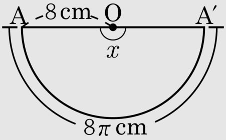
41. 다음 원뿔 모형을 전개도로 만들려고 한다. 전개도에 쓰일 부채꼴의 중심각의 크기는?



① 120 °　② 140 °　③ 150 °

④ 160 °　⑤ 180 °

해설

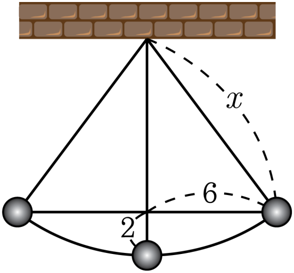


$\overline{OA} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = \sqrt{64} = 8$

$8\pi = 8 \times 2 \times \pi \times \dfrac{x}{360°}$

$\therefore \ x = 180°$

42. 다음 그림처럼 길이가 x 인 줄에 매달린 추가 좌우로 왕복운동을 하고 있다. 추가 천장과 가장 가까울 때와, 가장 멀 때의 차이가 2 일 때, 추가 매달려 있는 줄의 길이를 구하여라. (단 추의 크기는 무시한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

밑변이 2 이고 빗변이 x 인 직각삼각형으로 생각하면 높이가 $x-2$ 이므로

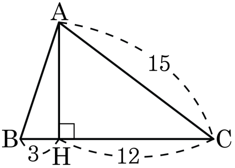
피타고라스 정리에 따라

$x^2 = (x-2)^2 + 6^2$

$4x = 4 + 36$

$x = 10$ 이다.

43. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

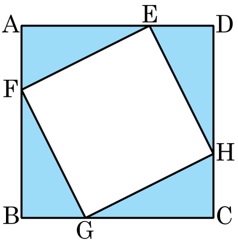


① $7\sqrt{2}$ ② 13 ③ $6\sqrt{2}$
④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설

$\triangle$AHC 에서 $\overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$
$\triangle$ABH 에서 $\overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

44. 다음은 정사각형 ABCD 의 내부에 $\overline{AF} = \overline{BG} = \overline{CH} = \overline{DE}$ 가 성립하도록 □EFGH 를 그린 것이다. $\overline{AE} : \overline{AF} = 2 : 1$, $\overline{EF} = \sqrt{5}$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

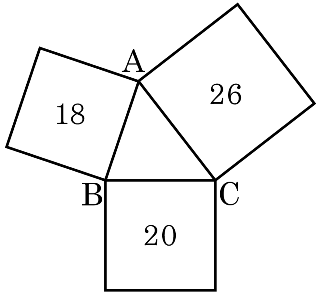
해설

색칠된 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AE}^2 + \overline{AF}^2 = \overline{EF}^2$ 이 성립한다.

$\overline{AE} : \overline{AF} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{AE} = 2k$, $\overline{AE} = k\ (k > 0)$ 라 하면 $(2k)^2 + k^2 = 5$ 에서 $k = 1$ 이므로 $\overline{AF} = 1$, $\overline{AE} = 2$ 가 성립한다.

따라서 직각삼각형 하나의 넓이를 A 라고 할 때, $A = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{AF} = 1$ 이므로 $4A = 4$ 이다.

45. 다음 그림과 같이 삼각형의 세 변을 한 변으로 하는 정사각형 세 개의 넓이가 각각 18, 20, 26 일 때, 삼각형의 넓이를 구하여라.

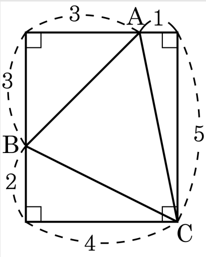


▶ 답 :

▷ 정답 : 9

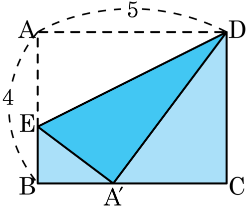
해설

정사각형의 넓이 18, 20, 26 은 각각 $18 = 3^2 + 3^2, 20 = 2^2 + 4^2, 26 = 1^2 + 5^2$ 이므로 다음 그림과 같이 가로의 길이가 4 , 세로의 길이가5 인 직사각형을 만들 수 있다.



$\therefore$ (삼각형의 넓이)$=(4\times5)-\dfrac{1}{2}(3\times3+2\times4+1\times5) = 20-11 = 9$

46. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 점 A 가 변 BC 위에 오도록 접었을 때, $\triangle A'BE$ 의 넓이는?



① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

해설

$\overline{EB}=x$ 라 하면 $\overline{AE}=4-x$

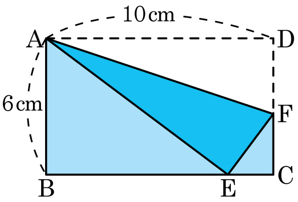
$\overline{AD}=\overline{A'D}=5$ 이므로 $\overline{A'C}=\sqrt{5^2-4^2}=3$, $\overline{A'C}=3$, $\overline{BA'}=2$ 이다.

$\triangle A'BE$ 에서 $(4-x)^2=x^2+2^2$

$8x=12 \quad \therefore \ x=\frac{3}{2}$

$\therefore \ \triangle A'EB=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times 2=\frac{3}{2}$

47. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$ 인 직사각형 모양의 종이를 점 D가 $\overline{BC}$ 위에 오도록 접었을 때, $\overline{BE}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{2}\,\text{cm}$ ② $8\,\text{cm}$ ③ $2\sqrt{3}\,\text{cm}$

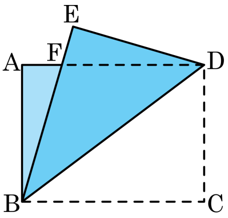
④ $5\,\text{cm}$ ⑤ $7\,\text{cm}$

해설

$\overline{AE} = \overline{AD}$ 이므로 피타고라스 정리에서

$\overline{BE} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8(\text{cm})$

48. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle BFD$ 는 어떤 삼각형인가?



① $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형

② $\angle F = 90°$ 인 직각삼각형

③ $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형

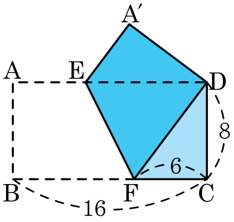
④ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 삼각형

⑤ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 정삼각형

해설

$\triangle ABF \equiv \triangle EDF$ 이므로 $\triangle BFD$ 는 $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이다.

49. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ **답 :**

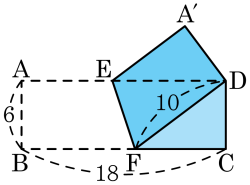
▷ **정답 :** 10

해설

$\overline{BF} = \overline{FD}$

$\therefore \overline{BF} = 16 - 6 = 10 = \overline{DF}$

50. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. $\overline{BF}$ 의 길이는?



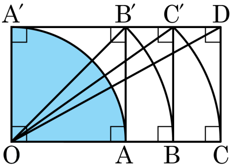
① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\overline{BF} = \overline{FD}$

$\therefore \overline{BF} = 10$

51. 다음 그림과 같이 □OAB′A′은 정사각형이고 두 점 B , C 는 각각 점 O 를 중심으로 하고, $\overline{OB'}$, $\overline{OC'}$ 을 반지름으로 하는 원을 그릴 때 x 축과 만나는 교점이다. $\overline{OC} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, 사분원 OAA′ 의 넓이는?



① $\pi\,\text{cm}^2$　　② $2\pi\,\text{cm}^2$　　③ $3\pi\,\text{cm}^2$

④ $4\pi\,\text{cm}^2$　　⑤ $\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{OA} = x$라고 하면

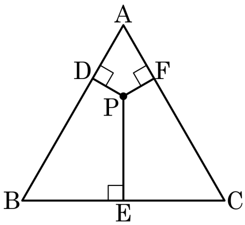
$\overline{OC} = \sqrt{x^2 + x^2 + x^2} = x\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$\therefore x = 2$

따라서 사분원 OAA′ 의 넓이는

$\frac{1}{4} \times 2^2 \times \pi = \pi(\text{cm}^2)$이다.

52. 한 변의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC 의 내부의 한 점 P 에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{3}{2}$

해설

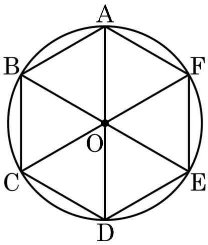
$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle BCP + \triangle APC$

$\dfrac{\sqrt{3}}{4} \times \sqrt{3}^2 = \dfrac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \overline{PD} + \dfrac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \overline{PE} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \overline{PF} =$

$\dfrac{1}{2} \times \sqrt{3}(\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF})$

$\therefore\ \overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF} = \dfrac{3}{2}$

53. 다음 그림에서 반지름의 길이가 8 cm 인 원 O 의 둘레를 6 등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 한다. 이 때, 사각형 ABEF 의 넓이를 구하면?



▶ 답 : ____ cm^2

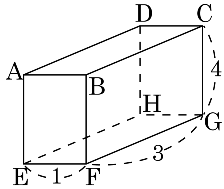
▷ 정답 : $48\sqrt{3}$ cm^2

해설

사다리꼴 ABEF 의 넓이는 한 변의 길이가 8 cm 인 3 개의 정삼각형의 넓이의 합과 같다.

$\therefore\ 3 \times \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 48\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$

54. 다음 그림은 세 모서리의 길이가 각각 1, 3, 4 인 직육면체이다. 꼭짓점 A 에서 G 까지 면을 따라 움직일 때, 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

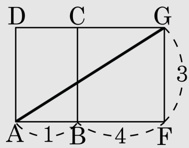
▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

해설

(i) $\overline{BC}$ 를 지날 때, $\triangle AGF$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{AG}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FG}^2$$

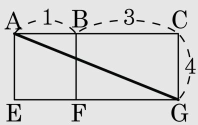
$$\overline{AG} = \sqrt{(1+4)^2 + 3^2} = \sqrt{34}$$



(ii) $\overline{BF}$ 를 지날 때, $\triangle ACG$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{AG}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CG}^2$$

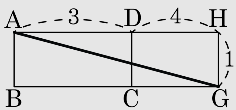
$$\overline{AG} = \sqrt{(1+3)^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$



(iii) $\overline{CD}$를 지날 때, $\triangle AHG$는 직각삼각형이므로

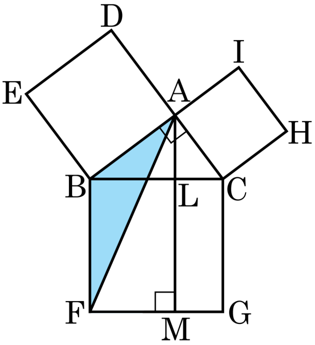
$$\overline{AG}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HG}^2$$

$$\overline{AG} = \sqrt{(4+3)^2 + 1^2} = \sqrt{50}$$



(i), (ii), (iii) 에 의하여 최단거리는 $4\sqrt{2}$ 이다.

55. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$와 넓이가 같지 않은 삼각형은?

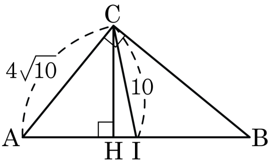


① $\triangle EBC$ ② $\triangle BLF$ ③ $\triangle AFM$ ④ $\triangle EAB$ ⑤ $\triangle FMB$

해설

① $\triangle EBC$, SAS 합동
② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형
④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$와 넓이가 같다.
⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

56. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 I 는 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 빗금 친 부분의 넓이를 구하여라.



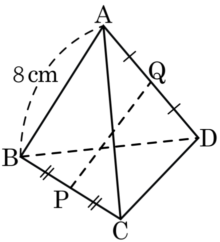
▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

점 I 가 직각삼각형 ABC 의 외심이므로
$\overline{AI} = \overline{BI} = 10$ 이다.
$\overline{AH} = x$ 라고 하고, 닮은 삼각형의 성질을 이용하면 $20x = \left(4\sqrt{10}\right)^2 = 160$ 이므로 $x = 8$ 이다.
$\triangle CAH$ 에 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{CH} = \sqrt{160 - 64} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}, \overline{HI} = 2$
$\therefore \triangle CHI = \dfrac{1}{2} \times 4\sqrt{6} \times 2 = 4\sqrt{6}$

57. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 cm 인 정사면체에서 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 의 중점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$ cm

해설

$\overline{AP}$ 와 $\overline{PD}$ 는 정삼각형 ABC 와 DBC 의 높이이므로

$\overline{AP} = \overline{PD} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$ (cm)

따라서 $\triangle APQ$ 에서

$\overline{PQ} = \sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2 - 4^2} = 4\sqrt{2}$ (cm)

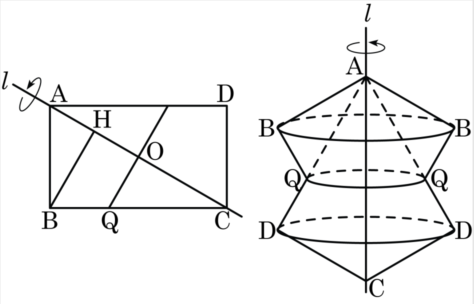
58. 가로, 세로의 길이가 각각 $4\sqrt{3}$, 4 인 직사각형의 대각선을 축으로 하여 1 회전시킨 입체도형의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{448}{9}\pi$

해설

$\overline{AC}$ 의 중점을 O 라 하고, $\overline{AC}$ 의 수직이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 Q 라 하면 구하는 회전체의 부피는 □ABQO 를 $\overline{AO}$ 를 축으로 하여 1 회전시킨 것의 2 배이다.



$\overline{AC} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = 8$

점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\triangle ADC \backsim \triangle BHA$ (AA 닮음)이므로

$\overline{HA} = 2,\ \overline{BH} = 2\sqrt{3}$

또, $\triangle ADC \backsim \triangle COQ$ (AA 닮음)이므로

$\overline{OQ} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$\overline{AH}$ 를 높이로 하는 원뿔의 부피 V_1 은

$\frac{1}{3} \times \pi \times (2\sqrt{3})^2 \times 2 = 8\pi$

$\overline{CH}$ 를 높이로 하는 원뿔의 부피 V_2 는

$\frac{1}{3} \times \pi \times (2\sqrt{3})^2 \times 6 = 24\pi$

$\overline{CO}$ 를 높이로 하는 원뿔의 부피 V_3 는

$\frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 \times 4 = \frac{64}{9}\pi$

따라서 구하는 회전체의 부피는

$2(V_1 + V_2 - V_3) = \frac{448}{9}\pi$ 이다.