

1. $x > 2$ 일 때 $4x + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$x - 2 = t$ 로 놓으면 $t > 0$ 이고 $x = t + 2$

따라서 주어진 식을 t 로 나타낸 다음 산술평균과 기하평가의 관계를 이용하면

$$\begin{aligned} 4x + \frac{1}{x-2} &= 4(t+2) + \frac{1}{t} \\ &= 4t + \frac{1}{t} + 8 \\ &\geq 2\sqrt{4t + \frac{1}{t}} + 8 \\ &= 12 \end{aligned}$$

(단, 등호는 $4t = \frac{1}{t}$ 일 때 성립)

2. 방정식 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ 을 만족하는 양의 정수 x, y 에 대하여 xy 의 최솟값은?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 2\sqrt{\frac{1}{xy}}, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \text{이므로}$$

$$\frac{1}{2} \geq 2\sqrt{\frac{1}{xy}}, \frac{1}{4} \geq \sqrt{\frac{1}{xy}}$$

$$\therefore \frac{1}{16} \geq \frac{1}{xy}$$

따라서 $xy \geq 16$ 이므로 xy 의 최솟값은 16

3. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(x + \frac{9}{y}\right)\left(y + \frac{1}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 16 ② 14 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

해설

$x > 0, y > 0$ 이므로 산술기하평균의 관계를 적용하면

$$xy + 1 + 9 + \frac{9}{xy} \geq 2 \cdot \sqrt{xy \cdot \frac{9}{xy}} + 10$$

$$= 2 \cdot 3 + 10 = 16$$

4. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때,
부등식 $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} \geq \square$ 가 항상 성립한다. $\square$ 안에 알맞은
최댓값은?
- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 12

해설

a, b, c 가 모두 양수이므로
 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$, $b + c \geq 2\sqrt{bc}$, $c + a \geq 2\sqrt{ca}$
따라서

$$\begin{aligned}\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} &\geq \frac{2\sqrt{ab} \cdot 2\sqrt{bc} \cdot 2\sqrt{ca}}{abc} \\ &= \frac{8abc}{abc} = 8\end{aligned}$$

5. 좌표평면 위의 점 A(3, 2) 를 지나는 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 B, C 라 할 때, $\triangle OBC$ 의 넓이의 최솟값은? (단, O는 원점이다.)

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

$\triangle OBC$ 의 넓이를 S 라 하면

$S = \frac{1}{2}ab,$ A(3, 2)

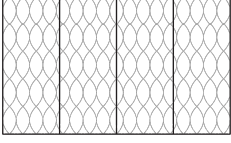
는 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 위의 점이므로

$1 = \frac{3}{a} + \frac{2}{b} \geq 2\sqrt{\frac{3}{a} \times \frac{2}{b}} = 2\sqrt{\frac{3}{S}}$

양변을 제곱하면 $1 \geq \frac{12}{S} \quad \therefore S \geq 12$

따라서 $\triangle OBC$ 의 넓이의 최솟값은 12 이다.

6. 어떤 농부가 길이 60 m의 철망을 가지고 아래 그림과 같이 네 개의 작은 직사각형으로 이루어진 직사각형 모양의 우리를 만들려고 한다. 이 때, 전체 우리의 넓이의 최댓값은?



- ① 60m^2 ② 70m^2 ③ 80m^2
④ 90m^2 ⑤ 100m^2

해설

전체 직사각형의 가로를 a , 세로를 b 라 하면

$$2a + 5b = 60$$

a, b 는 양수이므로

$$60 = 2a + 5b \geq 2\sqrt{2a \cdot 5b}$$

양변을 제곱하면 $40ab \leq 60^2$

$$\therefore ab \leq 90$$

한편, 직사각형의 넓이는 $S = ab$ 이므로

$$S = ab \leq 90$$

따라서, 넓이의 최댓값은 $90(\text{m}^2)$

7. 빗변의 길이가 5인 직각삼각형 중에서 넓이가 최대가 되는 삼각형의 넓이와 그 때 삼각형의 둘레의 길이를 더하면?

① $\frac{25}{4}$

② $5 + 5\sqrt{2}$

③ 25

④ $\frac{25}{4} + \sqrt{2}$

⑤ $\frac{45}{4} + 5\sqrt{2}$

해설

밑변과 높이를 각각 a, b 라 하면

$$a^2 + b^2 = 25 \text{ 이고}$$

$$a^2 + b^2 \geq 2ab \text{ 에서 } 25 \geq 2ab$$

$$\therefore \frac{1}{2}ab \leq \frac{25}{4} \text{ 이므로}$$

삼각형의 넓이의 최댓값은 $\frac{25}{4}$ 이고

$$a = b = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ 일 때}$$

$$\text{둘레의 길이는 } 5 + 5\sqrt{2}$$

8. $a > 1$ 일 때, $\frac{1}{a-1} + 4a - 3$ 의 최솟값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

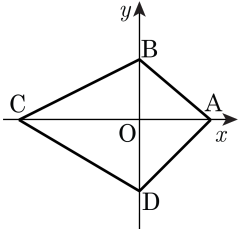
해설

$$\frac{1}{a-1} > 0$$

$$4(a-1) + 1 + \frac{1}{a-1} \geq 2 \cdot \sqrt{4(a-1) \cdot \frac{1}{(a-1)}} + 1$$

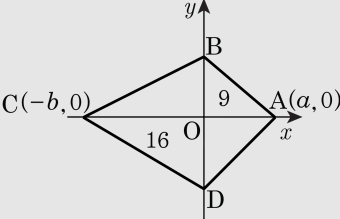
$$= 2 \cdot 2 + 1 = 5$$

9. 좌표평면의 좌표 축 위에 아래 그림과 같이 네 점 A, B, C, D를 잡아 사각형 ABCD를 그린다. $\triangle OAB$ 와 $\triangle OCD$ 의 넓이가 각각 9, 16이다. 사각형 ABCD의 넓이의 최소값은?



- ① 37 ② 40 ③ 43 ④ 46 ⑤ 49

해설



$A(a, 0)$ 이면, $B\left(0, \frac{18}{a}\right)$ 이고,
 $C(-b, 0)$ 이면 $D\left(0, -\frac{32}{b}\right)$ 이다.

($\because a > 0, b > 0$)
 (□ABCD의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (a+b) \cdot \left(\frac{18}{a} + \frac{32}{b}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 50 + \left(\frac{9b}{a} + \frac{16a}{b}\right)$$

$a > 0, b > 0$ 이므로,
 산술기하평균을 이용하면,

$$\square ABCD \geq 25 + 2 \cdot \sqrt{\frac{9b}{a} \times \frac{16a}{b}} = 49$$

10. x 가 실수일 때, $\frac{x^2-x+1}{x^4-2x^3+3x^2-2x+2}$ 의 최댓값은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2 \\ &= x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1 + 1 \\ &= x^2 \left(x^2 - 2x + 3 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right) + 1 \\ &= x^2 \left\{ x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 3 \right\} + 1 \\ &= x^2 \left\{ \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 1 \right\} + 1 \\ &= x^2 \left(x + \frac{1}{x} - 1 \right)^2 + 1 \\ &= (x^2 - x + 1)^2 + 1 \\ \therefore \text{준식} &= \frac{x^2 - x + 1}{(x^2 - x + 1)^2 + 1} \text{이고} \\ x^2 - x + 1 &= \left(x^2 - x + \frac{1}{4} \right) + \frac{3}{4} \\ &= \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \text{이므로} \\ x^2 - x + 1 = t \text{로 치환 } t &\geq \frac{3}{4} \text{하면} \\ \text{준식} : \frac{t}{t^2 + 1} &= \frac{1}{\frac{t^2 + 1}{t}} = \frac{1}{t + \frac{1}{t}} \\ \text{여기서 } t + \frac{1}{t} &\geq 2\sqrt{t \cdot \frac{1}{t}} = 2 \\ (\because t &\geq \frac{3}{4}) \\ \text{따라서 } \frac{t^{-1} + 1}{t} \text{의 최솟값은 } 2 \text{이고} \\ \frac{t}{t^2 + 1} \text{의 최댓값은 } \frac{1}{2} \text{이다.} \end{aligned}$$

11. $x < 0$ 인 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 가 $2f(x) = \frac{1}{x} + f\left(\frac{1}{x}\right)$ 를 만족할 때,
 $f(x)$ 의 최댓값은?

① $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$
 ④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

② $-\frac{\sqrt{2}}{3}$
 ⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$

해설

$$2f(x) = \frac{1}{x} + f\left(\frac{1}{x}\right) \text{에서}$$

$$2f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

x 에 $\frac{1}{x}$ 을 대입하면

$$2f\left(\frac{1}{x}\right) - f(x) = x \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{2}$ 하면

$$3f(x) = \frac{2}{x} + x = \frac{x^2 + 2}{x}$$

$$\therefore f(x) = \frac{x^2 + 2}{3x} = \frac{x}{3} + \frac{2}{3x}$$

$x < 0$ 이므로

$$\frac{x}{3} + \frac{2}{3x} \leq -2\sqrt{\frac{x}{3} \cdot \frac{2}{3x}} = -2 \times \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\therefore f(x) \text{의 최댓값은 } -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

12. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 이 성립할 때, $x + y$ 의 최댓값은?

- ① $\sqrt{7}$ ② 3 ③ $\sqrt{13}$ ④ 5 ⑤ 12

해설

코시-슈바르츠부등식에 의해서

$$(2^2 + 3^2) \left\{ \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \left(\frac{y}{3} \right)^2 \right\} \geq (x + y)^2$$

$13 \geq (x + y)^2$ 이므로

$$-\sqrt{13} \leq x + y \leq \sqrt{13}$$

$\therefore x + y$ 의 최댓값은 $\sqrt{13}$

13. 실수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 일 때 $x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z$ 의 최댓값 M 과 최솟값 m 은?

① $M = 3, m = 0$

② $M = 3, m = -3$

③ $M = 6, m = 0$

④ $M = 6, m = -6$

⑤ $M = 6, m = -12$

해설

x, y, z 가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $\{1 + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2\} (x^2 + y^2 + z^2)$
 $\geq (x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z)^2$
 $36 \geq (x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z)^2$
 $-6 \leq x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z \leq 6$
 $\therefore M = 6, m = -6$

14. 실수 x, y, z 에 대하여 $x - y + 4z = 3\sqrt{2}$ 일 때 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

x, y, z 가 실수이므로

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$\{1 + (-1)^2 + 4^2\}(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$\geq (x - y + 4z)^2$$

$$18(x^2 + y^2 + z^2) \geq (3\sqrt{2})^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$$

따라서 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값은 1이다.

15. 실수 x, y 에 대하여 $3x + 4y = 5$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 8

해설

코시-슈바르츠 부등식에 의해
 $(3^2 + 4^2)(x^2 + y^2) \geq (3x + 4y)^2$
 $25(x^2 + y^2) \geq 25$
 $\therefore x^2 + y^2 \geq 1$

해설

$3x + 4y = 5$ 에서
 $y = \frac{1}{4}(5 - 3x)$
 $x^2 + y^2 = x^2 + \frac{1}{16}(3x - 5)^2$
 $= x^2 + \frac{1}{16}(9x^2 - 30x + 25)$
 $= \frac{25}{16}x^2 - \frac{30}{16}x + \frac{25}{16}$
 $= \frac{25}{16}\left(x^2 - \frac{6}{5}x + \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2\right) + \frac{25}{16}$
 $= \frac{25}{16}\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 - \frac{9}{16} + \frac{25}{16}$
 $= \frac{25}{16}\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 + 1$

16. a, b, c 가 실수이고 $a^2 + b^2 + c^2 = 4$ 일 때 $a + b + \sqrt{2}c$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

코시-슈바르츠 부등식을 이용하면

$$\{1^2 + 1^2 + (\sqrt{2})^2\} (a^2 + b^2 + c^2) \geq (a + b + \sqrt{2}c)^2$$

$$\therefore (a + b + \sqrt{2}c)^2 \leq 4^2$$

$$\therefore -4 \leq a + b + \sqrt{2}c \leq 4$$

따라서 최댓값은 4, 최솟값은 -4

$$\therefore M = 4, m = -4$$

$$M - m = 8$$

17. $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$ 이고 $x + y + z = 10$ 일 때, $\sqrt{x} + 2\sqrt{y} + 3\sqrt{z}$ 의 최댓값을 구하면?

① $\sqrt{35}$ ② $2\sqrt{35}$ ③ $3\sqrt{35}$ ④ $4\sqrt{35}$ ⑤ $5\sqrt{35}$

해설

$$\begin{aligned} & \{(\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2 + (\sqrt{z})^2\}(1 + 4 + 9) \\ & \geq (\sqrt{x} + 2\sqrt{y} + 3\sqrt{z})^2 \text{ 이므로} \\ & (\sqrt{x} + 2\sqrt{y} + 3\sqrt{z})^2 \leq 140 \\ & \therefore 0 < \sqrt{x} + 2\sqrt{y} + 3\sqrt{z} \leq \sqrt{140} = 2\sqrt{35} \\ & (\because x > 0, y > 0, z > 0) \\ & \therefore \sqrt{x} + 2\sqrt{y} + 3\sqrt{z} \text{의 최댓값은} \\ & 2\sqrt{35} \end{aligned}$$

18. 다음은 a, b, c, d, x, y, z, w 가 실수일 때, 부등식 $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(x^2 + y^2 + z^2 + w^2) \geq (ax + by + cz + dw)^2$ 이 성립함을 증명하는 과정의 일부이다. ㉠, ㉡ 부분에 들어갈 기호가 순서대로 적당한 것은?

[증명] 모든 실수 t 에 대하여 다음 부등식이 성립한다.
 $(at - x)^2 + (bt - y)^2 + (ct - z)^2 + (dt - w)^2$ ㉠ 0
이것을 t 에 관하여 정리하면
 $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)t^2 - 2(ax + by + cz + dw)t$
 $+ (x^2 + y^2 + z^2 + w^2)$ ㉡ 0
따라서 항상 성립하기 위해서는
 $(ax + by + cz + dw)^2 -$
 $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(x^2 + y^2 + z^2 + w^2)$ ㉢ 0..... (이하 생략)

- ① >, < ② ≥, < ③ ≤, > ④ ≤, ≥ ⑤ ≥, ≤

해설

생략

19. $X = \{1, 2, 3\}, Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 의 개수를 구하면?

- ① 6 개 ② 8 개 ③ 18 개 ④ 24 개 ⑤ 27 개

해설

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

20. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 상수함수의 개수를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여

X 에서 Y 로의 상수함수는

$f(x) = 1, f(x) = 2, f(x) = 3$ 의 3개가 있다.

21. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 f 중에서 $f(x) = f^{-1}(x)$ 를 만족시키는 것의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 6개 ⑤ 9개

해설

역함수 f^{-1} 가 존재하므로, f 는 일대일대응이다.

(i) $f(1) = 1$ 일 때,

$f(2) = 2, f(3) = 3$ 또는 $f(2) = 3, f(3) = 2$

(ii) $f(1) = 2$ 일 때,

$f(2) = f^{-1}(2) = 1$ 이므로 $f(3) = 3$

(iii) $f(1) = 3$ 일 때,

$f(3) = f^{-1}(3) = 1$ 이므로 $f(2) = 2$

(i), (ii), (iii)에서 함수 f 의 개수는 4개이다.

22. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{5, 6, 7\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수의 개수를 a , 일대일 대응의 개수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

해설

집합 X 에서 Y 로의 함수의 개수는

$$a = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

집합 X 에서 Y 로의 일대일 대응의 개수는

$$b = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$\therefore a + b = 27 + 6 = 33$$

23. $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 라고 할 때, X 에서 Y 로 대응되는 함수의 개수와 X 에서 Y 로 대응되는 일대일 함수의 개수를 더한 값은?

① 87 ② 88 ③ 105 ④ 144 ⑤ 267

해설

함수 a, b, c 모두 선택 가능한 개수는 4 가지 이다.
그리고 각각을 선택하는 사건은 동시에 일어나는 것이다.
 $\therefore 4 \times 4 \times 4 = 64$ 가지
일대일 함수 : $a \neq b$ 이면 $f(a) \neq f(b)$ 이므로
 a 가 선택 가능한 개수 : 4
 b 가 선택 가능한 개수 : 3
 c 가 선택 가능한 개수 : 2
이 경우 역시 각각의 사건 모두 동시에 일어난다.
 $\therefore 4 \times 3 \times 2 = 24$ 가지
 $\therefore 64 + 24 = 88$

24. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 다음 보기의 X 에서 X 로의 함수 중
항등함수인 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $f(x) = x$

㉡ $g(x) = x^3$

㉢ $h(x) = x^2 + 2$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉢

해설

㉠ $f(-1) = -1, f(0) = 0, f(1) = 1$ 이므로
 $f(x)$ 는 항등함수이다.

㉡ $g(-1) = -1, g(0) = 0, g(1) = 1$ 이므로
 $g(x)$ 는 항등함수이다.

㉢ $h(-1) = 3, h(0) = 2, h(1) = 3$ 이므로
 $h(x)$ 는 항등함수가 아니다.

25. 이차함수 $f(x) = x^2 - 4x$ 가 있다. 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일대응이 되도록 하는 집합 X 를 구하면 $X = \{x \mid x \geq k\}$ 이다. 이 때, k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$k \geq 2$ 라면 $x \geq k$ 에서 $f(x)$ 는 계속 증가하므로

함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일 대응이 되려면

$$f(x) \geq x$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x \geq x$$

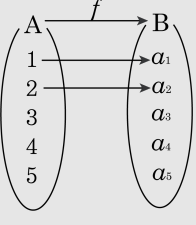
$$\Rightarrow x \leq 0, x \geq 5$$

$$x \geq k \text{ 이므로 } k = 5$$

26. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $B = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 로의 대응 f 중 $f(1) = a_1, f(2) = a_2$ 인 함수 f 의 개수는?
- ① 8 개 ② 25 개 ③ 64 개
④ 81 개 ⑤ 125 개

해설

$f(1) = a_1, f(2) = a_2$ 인 함수
 $f : A \rightarrow B$ 는 다음 그림에서 A 의 원소
3, 4, 5 에 B 의 원소 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 중
하나를 각각 대응시키면 된다.
따라서, 구하는 함수의 개수는 $5 \times 5 \times 5 =$
125 (개)



27. 두 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 함수 f 가 $x \in A$ 인 모든 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킬 때, 함수 f 의 개수는 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

집합 A 에서 B 로의 함수 f 가
 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키려면
 -1 이 대응할 수 있는 원소는
 $-2, -1, 0, 1, 2$ 의 5가지.
 0 이 대응할 수 있는 원소는
 $f(-0) = -f(0)$ 에서, $2f(0) = 0$,
즉 0 의 1가지
 1 이 대응할 수 있는 원소는 $-f(-1)$ 의 1가지
따라서, 함수 f 의 개수는 $5 \times 1 \times 1 = 5$ (개)

28. 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 A 에서 A 로 함수 f 중 $f(x) = f(-x)$ 를 만족시키는 것의 개수는 몇 개인가?

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

-1 이 대응할 수 있는 원소는 -1, 0, 1 의 3 가지
0 이 대응할 수 있는 원소는 -1, 0, 1 의 3 가지
1 이 대응할 수 있는 원소는
-1 이 대응한 원소 1 가지
따라서, 주어진 조건을 만족시키는
함수 f 의 개수는 $3 \times 3 \times 1 = 9$ (개)

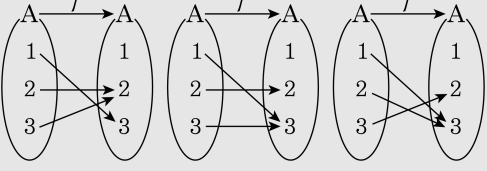
29. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 모두 만족시키는 함수 $f : A \rightarrow A$ 의 개수는 몇 개인가?

- I. $f(1) = 3$
II. $x \in A$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값은 2 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 조건을 만족시키기 위해서는
 $f(2) = 2$ 또는 $f(3) = 2$ 를 만족시키고
 $f(2), f(3)$ 의 값이 동시에
3 이 되어서는 안되며 어떤 원소도
1 에 대응해서는 안된다.
따라서, 함수 f 의 대응은 다음과 같다.



30. 두 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에서 A 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) = f(x^2)$ 으로 되는 A 에서 B 로의 함수 f 의 개수는?

① 12 개 ② 20 개 ③ 25 개 ④ 27 개 ⑤ 30 개

해설

$f(-1) = f(1), f(0) = f(0)$ 이므로
 A 의 원소 1 이 대응하는 방법의 수는 5 가지
 A 의 원소 0 이 대응하는 방법의 수는 5 가지
 $\therefore 5 \times 5 = 25$ (가지)

31. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에서 집합 $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 로의 함수 f 가 일대일 함수이다. f 중에서 임의의 x 에 대하여 $f(x) \neq x$ 인 것의 개수는?

① 14 개 ② 18 개 ③ 20 개 ④ 24 개 ⑤ 27 개

해설

일대일 대응 함수는

$f(1)$: 4 가지

$f(2)$: 3 가지

$f(3)$: 2 가지

$\therefore 4 \times 3 \times 2 = 24$ (가지)

그런데 $f(3) = 3$ 인 것이 6 가지 이므로

$f(x) \neq x$ 인 것은

$\therefore 24 - 6 = 18$ (가지)