1. $x>2$일 때 $4x+\dfrac{1}{x-2}$의 최솟값은?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$x-2=t$ 로 놓으면 $t>0$이고 $x=t+2$
따라서 주어진 식을 t로 나타낸 다음 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하면

$$\begin{aligned} 4x+\frac{1}{x-2} &= 4(t+2)+\frac{1}{t} \\ &= 4t+\frac{1}{t}+8 \\ &\geq 2\sqrt{4t+\frac{1}{t}}+8 \\ &= 12 \end{aligned}$$

(단, 등호는 $4t=\dfrac{1}{t}$ 일 때 성립)

2. 방정식 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}$을 만족하는 양의 정수 $x,\ y$에 대하여 xy의 최솟값은?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\geq 2\sqrt{\frac{1}{xy}},\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}$이므로

$\frac{1}{2}\geq 2\sqrt{\frac{1}{xy}},\ \frac{1}{4}\geq \sqrt{\frac{1}{xy}}$

$\therefore\ \frac{1}{16}\geq\frac{1}{xy}$

따라서 $xy\geq 16$이므로 xy의 최솟값은 16

3. $x > 0,\ y > 0$ 일 때, $\left(x+\dfrac{9}{y}\right)\left(y+\dfrac{1}{x}\right)$의 최솟값을 구하면?

① 16　② 14　③ 12　④ 10　⑤ 8

해설

$x > 0,\ y > 0$이므로 산술기하평균의 관계를 적용하면

$$xy + 1 + 9 + \frac{9}{xy} \geq 2 \cdot \sqrt{xy \cdot \frac{9}{xy}} + 10$$

$$= 2 \cdot 3 + 10 = 16$$

4. $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$일 때,

부등식 $\dfrac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} \geq$ □가 항상 성립한다. □ 안에 알맞은 최댓값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 12

해설

a, b, c 가 모두 양수이므로

$a+b \geq 2\sqrt{ab}$, $b+c \geq 2\sqrt{bc}$, $c+a \geq 2\sqrt{ca}$

따라서

$$\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} \geq \frac{2\sqrt{ab} \cdot 2\sqrt{bc} \cdot 2\sqrt{ca}}{abc}$$

$$= \frac{8abc}{abc} = 8$$

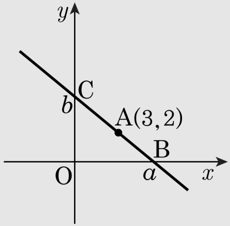
5. 좌표평면 위의 점 A(3, 2) 를 지나는 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ $(a>0, b>0)$ 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 B, C 라 할 때, $\triangle$OBC 의 넓이의 최솟값은? (단, O는 원점이다.)

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

$\triangle$OBC 의 넓이를 S 라 하면

$S=\frac{1}{2}ab$, A(3, 2) 는 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 위의 점이므로

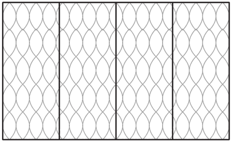


$$1=\frac{3}{a}+\frac{2}{b}\geq 2\sqrt{\frac{3}{a}\times\frac{2}{b}}=2\sqrt{\frac{3}{S}}$$

양변을 제곱하면 $1\geq\frac{12}{S}$ $\quad\therefore S\geq 12$

따라서 $\triangle$OBC 의 넓이의 최솟값은 12 이다.

6. 어떤 농부가 길이 60 m 의 철망을 가지고 아래 그림과 같이 네 개의 작은 직사각형으로 이루어진 직사각형 모양의 우리를 만들려고 한다. 이 때, 전체 우리의 넓이의 최댓값은?



① $60\mathrm{m}^2$ ② $70\mathrm{m}^2$ ③ $80\mathrm{m}^2$

④ $90\mathrm{m}^2$ ⑤ $100\mathrm{m}^2$

해설

전체 직사각형의 가로를 a, 세로를 b라 하면

$2a + 5b = 60$

$a,\ b$는 양수이므로

$60 = 2a + 5b \geq 2\sqrt{2a \cdot 5b}$

양변을 제곱하면 $40ab \leq 60^2$

$\therefore\ ab \leq 90$

한편, 직사각형의 넓이는 $S = ab$이므로

$S = ab \leq 90$

따라서, 넓이의 최댓값은 $90(\mathrm{m}^2)$

7. 빗변의 길이가 5인 직각삼각형 중에서 넓이가 최대가 되는 삼각형의 넓이와 그 때 삼각형의 둘레의 길이를 더하면?

① $\dfrac{25}{4}$ ② $5+5\sqrt{2}$ ③ 25

④ $\dfrac{25}{4}+\sqrt{2}$ ⑤ $\dfrac{45}{4}+5\sqrt{2}$

해설

밑변과 높이를 각각 $a,\ b$라 하면

$a^2+b^2=25$이고

$a^2+b^2\geq 2ab$에서 $25\geq 2ab$

$\therefore\ \dfrac{1}{2}ab\leq\dfrac{25}{4}$이므로

삼각형의 넓이의 최댓값은 $\dfrac{25}{4}$이고

$a=b=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$일 때

둘레의 길이는 $5+5\sqrt{2}$

8. $a>1$일 때, $\dfrac{1}{a-1}+4a-3$의 최솟값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

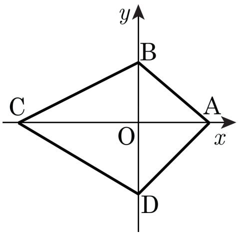
해설

$$\frac{1}{a-1}>0$$

$$4(a-1)+1+\frac{1}{a-1}\geq 2\cdot\sqrt{4(a-1)\cdot\frac{1}{(a-1)}}+1$$

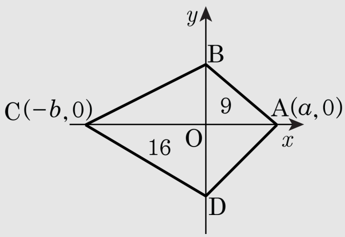
$$=2\cdot 2+1=5$$

9. 좌표평면의 좌표 축 위에 아래 그림과 같이 네 점 A, B, C, D를 잡아 사각형 ABCD를 그린다. $\triangle$OAB와 $\triangle$OCD의 넓이가 각각 9, 16이다. 사각형 ABCD의 넓이의 최소값은?



① 37 ② 40 ③ 43 ④ 46 ⑤ 49

해설



$A(a,\ 0)$이면, $B\left(0,\ \dfrac{18}{a}\right)$이고,

$C(-b,\ 0)$이면 $D\left(0,\ -\dfrac{32}{b}\right)$이다.

$(\because\ a>0,\ b>0)$

($\square$ABCD의 넓이)

$= \dfrac{1}{2}\cdot\overline{AC}\cdot\overline{BD}$

$= \dfrac{1}{2}\cdot(a+b)\cdot\left(\dfrac{18}{a}+\dfrac{32}{b}\right)$

$= \dfrac{1}{2}\cdot 50+\left(\dfrac{9b}{a}+\dfrac{16a}{b}\right)$

$a>0,\ b>0$이므로,

산술기하평균을 이용하면,

$\square ABCD \geq 25+2\cdot\sqrt{\dfrac{9b}{a}\times\dfrac{16a}{b}}=49$

10. x가 실수일 때, $\dfrac{x^2-x+1}{x^4-2x^3+3x^2-2x+2}$의 최댓값은?

① $-\dfrac{3}{2}$ ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{1}{2}$ ④ $\dfrac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

$x^4-2x^3+3x^2-2x+2$

$=x^4-2x^3+3x^2-2x+1+1$

$=x^2\left(x^2-2x+3-\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)+1$

$=x^2\left\{x^2+\dfrac{1}{x^2}-2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+3\right\}+1$

$=x^2\left\{\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+1\right\}+1$

$=x^2\left(x+\dfrac{1}{x}-1\right)^2+1$

$=(x^2-x+1)^2+1$

$\therefore$ 준식 $=\dfrac{x^2-x+1}{(x^2-x+1)^2+1}$ 이고

$x^2-x+1=\left(x^2-x+\dfrac{1}{4}\right)+\dfrac{3}{4}$

$=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}$ 이므로

$x^2-x+1=t$로 치환 $t\geq\dfrac{3}{4}$ 하면

준 식 : $\dfrac{t}{t^2+1}=\dfrac{1}{\dfrac{t^2+1}{t}}=\dfrac{1}{t+\dfrac{1}{t}}$

여기서 $t+\dfrac{1}{t}\geq 2\sqrt{t\cdot\dfrac{1}{t}}=2$

$(\because\ t\geq\dfrac{3}{4})$

따라서 $\dfrac{t^{-1}+1}{t}$ 의 최솟값은 2 이고

$\dfrac{t}{t^2+1}$ 의 최댓값은 $\dfrac{1}{2}$ 이다.

11. $x<0$인 실수 x에 대하여 $f(x)$가 $2f(x)=\frac{1}{x}+f\left(\frac{1}{x}\right)$를 만족할 때, $f(x)$의 최댓값은?

① $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　② $-\frac{\sqrt{2}}{3}$　③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$　④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

해설

$2f(x)=\frac{1}{x}+f\left(\frac{1}{x}\right)$에서

$2f(x)-f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}\cdots\cdots$ ㉠

x에 $\frac{1}{x}$을 대입하면

$2f\left(\frac{1}{x}\right)-f(x)=x\cdots\cdots$ ㉡

㉠ $\times 2+$ ㉡하면

$3f(x)=\frac{2}{x}+x=\frac{x^2+2}{x}$

$\therefore f(x)=\frac{x^2+2}{3x}=\frac{x}{3}+\frac{2}{3x}$

$x<0$이므로

$\frac{x}{3}+\frac{2}{3x}\leq -2\sqrt{\frac{x}{3}\cdot\frac{2}{3x}}=-2\times\frac{\sqrt{2}}{3}$

$\therefore f(x)$의 최댓값은 $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

12. 실수 x, y에 대하여 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$이 성립할 때, $x+y$의 최댓값은?

① $\sqrt{7}$ ② 3 ③ $\sqrt{13}$ ④ 5 ⑤ 12

해설

코시-슈바르츠부등식에 의해서

$$(2^2+3^2)\left\{\left(\frac{x}{2}\right)^2+\left(\frac{y}{3}\right)^2\right\} \geq (x+y)^2$$

$13 \geq (x+y)^2$ 이므로

$-\sqrt{13} \leq x+y \leq \sqrt{13}$

$\therefore$ $x+y$의 최댓값은 $\sqrt{13}$

13. 실수 $x,\ y,\ z$에 대하여 $x^2+y^2+z^2=6$일 때 $x+\sqrt{2}y+\sqrt{3}z$의 최댓값 M과 최솟값 m은?

① $M=3,\ m=0$ ② $M=3, m=-3$

③ $M=6, m=0$ ④ $M=6, m=-6$

⑤ $M=6, m=-12$

해설

$x,\ y,\ z$가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$\left\{1+(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2\right\}(x^2+y^2+z^2)$$

$$\geq (x+\sqrt{2}y+\sqrt{3}z)^2$$

$$36 \geq (x+\sqrt{2}y+\sqrt{3}z)^2$$

$$-6 \leq x+\sqrt{2}y+\sqrt{3}z \leq 6$$

$$\therefore M=6,\ m=-6$$

14. 실수 x, y, z에 대하여 $x-y+4z=3\sqrt{2}$일 때 $x^2+y^2+z^2$의 최솟값은?

① $\frac{1}{3}$　　② $\frac{1}{2}$　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3

해설

x, y, z가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
$\{1+(-1)^2+4^2\}(x^2+y^2+z^2)$
$\geq (x-y+4z)^2$
$18(x^2+y^2+z^2) \geq (3\sqrt{2})^2$
$x^2+y^2+z^2 \geq 1$
따라서 $x^2+y^2+z^2$의 최솟값은 1이다.

15. 실수 x, y에 대하여 $3x+4y=5$일 때, x^2+y^2의 최솟값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 8

해설

코시-슈바르츠 부등식에 의해

$(3^2+4^2)(x^2+y^2) \geq (3x+4y)^2$

$25(x^2+y^2) \geq 25$

$\therefore\ x^2+y^2 \geq 1$

해설

$3x+4y=5$에서

$$y=\frac{1}{4}(5-3x)$$

$$x^2+y^2=x^2+\frac{1}{16}(3x-5)^2$$

$$=x^2+\frac{1}{16}(9x^2-30x+25)$$

$$=\frac{25}{16}x^2-\frac{30}{16}x+\frac{25}{16}$$

$$=\frac{25}{16}\left(x^2-\frac{6}{5}x+\left(\frac{3}{5}\right)^2-\left(\frac{3}{5}\right)^2\right)+\frac{25}{16}$$

$$=\frac{25}{16}\left(x-\frac{3}{5}\right)^2-\frac{9}{16}+\frac{25}{16}$$

$$=\frac{25}{16}\left(x-\frac{3}{5}\right)^2+1$$

16. a, b, c가 실수이고 $a^2+b^2+c^2=4$일 때 $a+b+\sqrt{2}c$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$의 값을 구하면?

① 4　② 6　③ 8　④ 10　⑤ 12

해설

코시-슈바르츠 부등식을 이용하면

$\left\{1^2+1^2+(\sqrt{2})^2\right\}(a^2+b^2+c^2) \geq (a+b+\sqrt{2}c)^2$

$\therefore\ (a+b+\sqrt{2}c)^2 \leq 4^2$

$\therefore\ -4 \leq a+b+\sqrt{2}c \leq 4$

따라서 최댓값은 4, 최솟값은 -4

$\therefore\ M=4,\ m=-4$

$M-m=8$

17. $x>0,\ y>0,\ z>0$이고 $x+y+z=10$일 때, $\sqrt{x}+2\sqrt{y}+3\sqrt{z}$의 최댓값을 구하면?

① $\sqrt{35}$ ② $2\sqrt{35}$ ③ $3\sqrt{35}$ ④ $4\sqrt{35}$ ⑤ $5\sqrt{35}$

해설

$\{(\sqrt{x})^2+(\sqrt{y})^2+(\sqrt{z})^2\}(1+4+9)$
$\geq(\sqrt{x}+2\sqrt{y}+3\sqrt{z})^2$이므로
$(\sqrt{x}+2\sqrt{y}+3\sqrt{z})^2\leq 140$

$\therefore\ 0<\sqrt{x}+2\sqrt{y}+3\sqrt{z}\leq\sqrt{140}=2\sqrt{35}$
$(\because x>0,\ y>0,\ z>0)$
$\therefore\ \sqrt{x}+2\sqrt{y}+3\sqrt{z}$의 최댓값은

$2\sqrt{35}$

18. 다음은 a, b, c, d, x, y, z, w가 실수일 때, 부등식 $(a^2+b^2+c^2+d^2)(x^2+y^2+z^2+w^2) \geq (ax+by+cz+dw)^2$이 성립함을 증명하는 과정의 일부이다. ㉠, ㉡ 부분에 들어갈 기호가 순서대로 적당한 것은?

> [증명] 모든 실수 t에 대하여 다음 부등식이 성립한다.
> $(at-x)^2+(bt-y)^2+(ct-z)^2+(dt-w)^2$ $\boxed{㉠}$ 0
> 이것을 t에 관하여 정리하면
> $(a^2+b^2+c^2+d^2)t^2-2(ax+by+cz+dw)t$
> $+(x^2+y^2+z^2+w^2)$ $\boxed{㉠}$ 0
> 따라서 항상 성립하기 위해서는
> $(ax+by+cz+dw)^2-$
> $(a^2+b^2+c^2+d^2)(x^2+y^2+z^2+w^2)$ $\boxed{㉡}$ $0\cdots\cdots$(이하 생략)

① $>$, $<$ ② $\geq$, $<$ ③ $\leq$, $>$ ④ $\leq$, $\geq$ ⑤ $\geq$, $\leq$

해설

생략

19. $X = \{1,2,3\}, Y = \{1,2,3\}$ 에 대하여 함수 $f : X \to Y$ 의 개수를 구하면?

① 6 개　② 8 개　③ 18 개　④ 24 개　⑤ 27 개

해설

$3 \times 3 \times 3 = 27$

20. 두 집합 $X=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 상수함수의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 집합 $X=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3\}$ 에 대하여
X 에서 Y 로의 상수함수는
$f(x)=1,\ f(x)=2,\ f(3)=3$ 의 3 개가 있다.

21. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 A에서 A로의 함수 f 중에서 $f(x)=f^{-1}(x)$를 만족시키는 것의 개수는?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 6개 ⑤ 9개

해설

역함수 f^{-1}가 존재하므로, f는 일대일대응이다.

(i) $f(1)=1$일 때,

$f(2)=2,\ f(3)=3$ 또는 $f(2)=3,\ f(3)=2$

(ii) $f(1)=2$일 때,

$f(2)=f^{-1}(2)=1$이므로 $f(3)=3$

(iii) $f(1)=3$일 때,

$f(3)=f^{-1}(3)=1$이므로 $f(2)=2$

(i), (ii), (iii)에서 함수 f의 개수는 4개이다.

22. 두 집합 $X = \{1,\ 2,\ 3\}$, $Y = \{5,\ 6,\ 7\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수의 개수를 a , 일대일 대응의 개수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

해설

집합 X 에서 Y 로의 함수의 개수는

$a = 3 \times 3 \times 3 = 27$

집합 X 에서 Y 로의 일대일 대응의 개수는

$b = 3 \times 2 \times 1 = 6$

$\therefore a + b = 27 + 6 = 33$

23. $X=\{a,b,c\}$, $Y=\{1,2,3,4\}$라고 할 때, X 에서 Y 로 대응되는 함수의 개수와 X 에서 Y 로 대응되는 일대일 함수의 개수를 더한 값은?

① 87 ② 88 ③ 105 ④ 144 ⑤ 267

해설

함수 a,b,c 모두 선택 가능한 개수는 4 가지 이다.
그리고 각각을 선택하는 사건은 동시에 일어나는 것이다.
$\therefore 4\times4\times4=64$ 가지
일대일 함수 : $a\neq b$ 이면 $f(a)\neq f(b)$ 이므로
a 가 선택 가능한 개수 : 4
b 가 선택 가능한 개수 ; 3
c 가 선택 가능한 개수 : 2
이 경우 역시 각각의 사건 모두 동시에 일어난다.
$\therefore\ 4\times3\times2=24$ 가지
$\therefore\ 64+24=88$

24. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 다음 보기의 X 에서 X 로의 함수 중 항등함수인 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $f(x) = x$ ㉡ $g(x) = x^3$

㉢ $h(x) = x^2 + 2$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉠, ㉢

해설

㉠ $f(-1) = -1,\ \ f(0) = 0,\ f(1) = 1$ 이므로
$f(x)$는 항등함수이다.

㉡ $g(-1) = -1,\ \ g(0) = 0,\ g(1) = 1$ 이므로
$g(x)$는 항등함수이다.

㉢ $h(-1) = 3,\ \ h(0) = 2,\ h(1) = 3$ 이므로
$h(x)$는 항등함수가 아니다.

25. 이차함수 $f(x)=x^2-4x$ 가 있다. 함수 $f:X \to X$ 가 일대일대응이 되도록 하는 집합 X 를 구하면 $X=\{x\mid x\geq k\}$ 이다. 이 때, k 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$k \geq 2$ 라면 $x \geq k$ 에서 $f(x)$ 는 계속 증가하므로
함수 $f:X \to X$ 가 일대일 대응이 되려면
$f(x) \geq x$

$\Rightarrow x^2-4x \geq x$

$\Rightarrow x \leq 0,\ \ x \geq 5$

$x \geq k$ 이므로 $k=5$

26. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $B = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 로의 대응 f 중 $f(1) = a_1$, $f(2) = a_2$ 인 함수 f 의 개수는?

① 8 개　　② 25 개　　③ 64 개

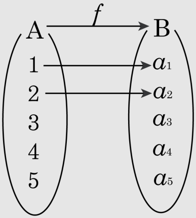
④ 81 개　　⑤ 125 개

해설

$f(1) = a_1$, $f(2) = a_2$ 인 함수

$f : A \to B$ 는 다음 그림에서 A 의 원소 3, 4, 5 에 B 의 원소 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 중 하나를 각각 대응시키면 된다.

따라서, 구하는 함수의 개수는 $5 \times 5 \times 5 = 125$ (개)



27. 두 집합 $A=\{-1,\ 0,\ 1\}$, $B=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 함수 f 가 $x \in A$ 인 모든 x 에 대하여 $f(-x)=-f(x)$ 를 만족시킬 때, 함수 f 의 개수는 몇 개인가?

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

집합 A 에서 B 로의 함수 f 가
$f(-x)=-f(x)$ 를 만족시키려면
-1 이 대응할 수 있는 원소는
$-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$ 의 5 가지.
0 이 대응할 수 있는 원소는
$f(-0)=-f(0)$ 에서, $2f(0)=0$,
즉 0 의 1 가지
1 이 대응할 수 있는 원소는 $-f(-1)$ 의 1 가지
따라서, 함수 f 의 개수는 $5\times1\times1=5$ (개)

28. 집합 $A = \{-1,\ 0,\ 1\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 f 중 $f(x) = f(-x)$ 를 만족시키는 것의 개수는 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

-1 이 대응할 수 있는 원소는 $-1,\ 0,\ 1$ 의 3 가지
0 이 대응할 수 있는 원소는 $-1,\ 0,\ 1$ 의 3 가지
1 이 대응할 수 있는 원소는
-1 이 대응한 원소 1 가지
따라서, 주어진 조건을 만족시키는
함수 f 의 개수는 $3 \times 3 \times 1 = 9$ (개)

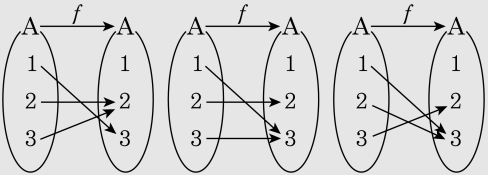
29. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 모두 만족시키는 함수 $f : A \to A$ 의 개수는 몇 개인가?

Ⅰ. $f(1) = 3$ Ⅱ. $x \in A$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값은 2 이다.

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

두 조건을 만족시키기 위해서는
$f(2) = 2$ 또는 $f(3) = 2$ 를 만족시키고
$f(2),\ f(3)$ 의 값이 동시에
3 이 되어서는 안되며 어떤 원소도
1 에 대응해서는 안된다.
따라서, 함수 f 의 대응은 다음과 같다.



$\therefore$ 3 개

30. 두 집합 $A=\{-1,\ 0,\ 1\}$, $B=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1, 2\}$ 에서 A 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x)=f(x^2)$ 으로 되는 A 에서 B 로의 함수 f 의 개수는?

① 12 개 ② 20 개 ③ 25 개 ④ 27 개 ⑤ 30 개

해설

$f(-1)=f(1), f(0)=f(0)$ 이므로
A 의 원소 1 이 대응하는 방법의 수는 5 가지
A 의 원소 0 이 대응하는 방법의 수는 5 가지
$\therefore 5\times 5=25$ (가지)

31. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3\}$ 에서 집합 $B=\{3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 로의 함수 f 가 일대일 함수이다. f 중에서 임의의 x 에 대하여 $f(x)\neq x$ 인 것의 개수는?

① 14 개 ② 18 개 ③ 20 개 ④ 24 개 ⑤ 27 개

해설

일대일 대응 함수는
$f(1)$: 4 가지
$f(2)$: 3 가지
$f(3)$: 2 가지
$\therefore\ 4\times3\times2=24$ (가지)
그런데 $f(3)=3$ 인 것이 6 가지 이므로
$f(x)\neq x$ 인 것은
$\therefore\ 24-6=18$ (가지)