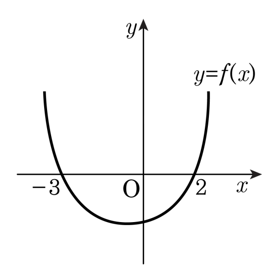
**1.** 이차함수 $y = x^2 + (k-3)x + k$ 의 그래프가 $x$ 축과 만나지 않을 때, 실수 $k$ 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 7$　　② $-1 < k < 8$　　③ $0 < k < 9$
④ $1 < k < 9$　　⑤ $1 < k < 10$

**해설**

주어진 이차함수의 그래프가
$x$ 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k-3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
$D = (k-3)^2 - 4k < 0$
$k^2 - 10k + 9 < 0,\ (k-1)(k-9) < 0$
$\therefore\ 1 < k < 9$

**2.** 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식 $f(x^2-1)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는?




① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

주어진 그래프에서 $f(-3)=0,\ f(2)=0$ 이므로
방정식 $f(x^2-1)=0$ 의 근은
( i ) $x^2-1=-3$ 일 때, $x^2=-2 \quad \therefore\ x=\pm\sqrt{2}i$
( ii ) $x^2-1=2$ 일 때, $x^2=3 \quad \therefore\ x=\pm\sqrt{3}$
( i ), ( ii ) 에서 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 2 개이다.

**3.** 이차함수 $y=x^2-2ax-2b^2-4a+4b-6$ 의 그래프가 $x$축에 접할 때, $a^2+b^2$ 의 값은? (단, $a, b$는 실수)

① 2　② 5　③ 8　④ 10　⑤ 13

해설

$x^2-2ax-2b^2-4a+4b-6=0$ 에서

$\frac{D}{4}=a^2-(-2b^2-4a+4b-6)=0$

$\therefore (a+2)^2+2(b-1)^2=0$

이 때, $a, b$가 실수이므로 $a+2=0, b-1=0$

따라서 $a=-2, b=1$ 이므로

$a^2+b^2=5$

**4.** 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 두 직선 $y=\frac{1}{2}x$와 $y=-2x$에 모두 접할 때, 상수 $a$의 값은?

① $-2$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-1$ ④ $-\frac{3}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

해설

$x^2+ax+b=-2x$에서

$x^2+(a+2)x+b=0$

$\therefore\ D=(a+2)^2-4b=0 \cdots$ ①

$x^2+ax+b=\frac{1}{2}x$에서

$x^2+\left(a-\frac{1}{2}\right)x+b=0$

$D=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2-4b=0\ \cdots$ ②

①,②에서 $(a+2)^2=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2$

$\therefore\ a=-\frac{3}{4}$

**5.** 이차함수 $y = -x^2 - 6x - 3$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 $m$ 만큼, $y$ 축의 방향으로 $2m$ 만큼 평행이동한 그래프는 $x$ 축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 이 때, 정수 $m$ 의 최솟값은?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ $-1$ ⑤ $-2$

해설

$y = -x^2 - 6x - 3$ 의 그래프를
$x$축의 방향으로 $m$만큼, $y$축의 방향으로
$2m$만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y - 2m = -(x - m)^2 - 6(x - m) - 3$
즉, $y = -x^2 + 2(m - 3)x - m^2 + 8m - 3$ 이
그래프가 $x$ 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로
$\frac{D}{4} = (m - 3)^2 - m^2 + 8m - 3 > 0$
$2m + 6 > 0$
$\therefore\ m > -3$
따라서 정수 $m$ 의 최솟값은 $-2$ 이다.

**6.** 이차함수 $y=(x-5)^2+1$ 의 그래프와 직선 $y=a$ 가 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 하자. $\overline{\mathrm{PQ}}=10$ 일 때, 상수 $a$ 의 값은?

① 16 ② 20 ③ 22 ④ 26 ⑤ 30

해설

이차함수 $y=(x-5)^2+1$ 의 그래프는
직선 $x=5$ 에 대하여 대칭이고
$\overline{\mathrm{PQ}}=10$ 이므로 두 점 P, Q 의 $x$ 좌표는
각각 0, 10 이다.
따라서 점 P (또는 Q ) 의 $y$ 좌표를 구하면
$(0-5)^2+1=26$ 이므로
$\therefore\ a=26$

**7.** $x$에 대한 방정식 $|x^2-4x-5|=k$가 양의 근 두 개와 음의 근 두 개를 갖도록 하는 실수 $k$의 값의 범위는?

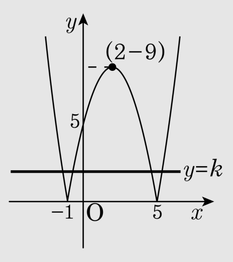
① $0<k<3$　② $0<k<5$　③ $3<k<5$

④ $1<k<4$　⑤ $-2<k<5$

해설

방정식 $|x^2-4x-5|=k$의 실근의 개수는 함수 $y=|x^2-4x-5|$의 그래프와 직선 $y=k$의 교점의 개수와 같다.

$y=|x^2-4x-5|=|(x+1)(x-5)|=|(x-2)^2-9|$




따라서 주어진 방정식이 양의 근 두 개와 음의 근 두 개를 갖도록 하는 실수 $k$의 값의 범위는 $0<k<5$

**8.** 이차함수 $y = 12x - (1+3x)(1-3x)$ 가 $x = p$ 에서 최소이고 최솟값은 $q$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{17}{3}$　② $-\frac{5}{3}$　③ $0$　④ $\frac{8}{3}$　⑤ $\frac{20}{3}$

**해설**

$y = 12x - (1+3x)(1-3x) = 9x^2 + 12x - 1$

$= 9\left(x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}\right) - 5 = 9\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - 5$

따라서, $x = -\frac{2}{3}$ 일 때 최소이고

최솟값은 $-5$ 이므로

$p = -\frac{2}{3}$ , $q = -5$

$\therefore p+q = -\frac{17}{3}$

**9.** 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① $-1$ ② $0$ ③ $1$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $2$

해설

$f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$ 에서
$x = 1$ 일 때 최소이며 최솟값은 $f(1) = 1$

**10.** $x$ 에 대한 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 5k^2 - 5k + 7$ 에 대하여 $y$ 가 최소가 되도록 하는 $x$ 의 값과 그 때의 $y$ 의 값으로 옳은 것은?

① $x = k,\ y = k^2 + k + 2$
② $x = k,\ y = k^2 - 3k + 4$
③ $x = 2k,\ y = k^2 + 4k + 1$
④ $x = 2k,\ y = k^2 - 5k + 7$
⑤ $x = 3k,\ y = 2k^2 - 3k + 6$

해설

$y = x^2 - 4kx + 5k^2 - 5k + 7$
$= (x - 2k)^2 + k^2 - 5k + 7$ 이므로
주어진 이차함수는 $x = 2k$ 일 때
최솟값 $k^2 - 5k + 7$ 을 갖는다.
따라서, 구하는 $x, y$ 의 값은
$x = 2k,\ y = k^2 - 5k + 7$

**11.** 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지나고, $x = -1$ 일 때 최솟값 $-3$ 을 가진다. 이 때, $abc$ 의 값은?

① $-10$　② $-8$　③ $-6$　④ $-4$　⑤ $-2$

해설

$y = a(x+1)^2 - 3$ 에 $(1,\ 5)$ 를 대입하면 $a = 2$
따라서 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 을 전개하면
$y = 2x^2 + 4x - 1$ 이므로 $a = 2,\ b = 4,\ c = -1$
$\therefore\ abc = -8$

**12.** 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $x = -1$ 에서 최댓값 7 을 갖고, $f(2) = -2$ 를 만족할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 3　② 7　③ 11　④ −3　⑤ −5

해설

$f(x) = a(x+1)^2 + 7, f(2) = -2$

$\Rightarrow 3^2 \times a + 7 = -2, a = -1$

$\therefore\ f(x) = -(x+1)^2 + 7 = -x^2 - 2x + 6$

따라서 $a + b + c = 3$

**13.** 함수 $y = \dfrac{6}{x^2 - 2x + 4}$ 의 최댓값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 2x + 4 = (x - 1)^2 + 3 > 0$ 이므로
분모가 최소가 될 때 $y$ 가 최대이다.
$\therefore\ x = 1$ 일 때 최댓값 $\dfrac{6}{3} = 2$

**14.** $-2 \le x \le 3$ 에서 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① 3 ② 7 ③ $-2$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = (x-1)^2 - 3$ 이고 꼭짓점의 $x$좌표가 주어진 $x$의 범위에 포함되므로

$x = 1$ 에서 최솟값을 $x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.

(최댓값)$=(-2)^2 - 2(-2) - 2 = 6$

(최솟값)$=-3$

**15.** 이차함수$y=-2+3x-x^2$ $(-1 \le x \le 2)$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① $-\frac{23}{4}$ ② $-\frac{16}{3}$ ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

해설

$y=-(x-\frac{3}{2})^2+\frac{1}{4}$ 이므로

$x=\frac{3}{2}$ 가 $x$의 값의 범위 $-1 \le x \le 2$ 에 포함되므로

$x=\frac{3}{2}$ 에서 최솟값 $\frac{1}{4}$ 를 갖고,

$x=-1$ 에서 최댓값 $-6$을 갖는다.

따라서 최솟값과 최댓값의 합은 $-\frac{23}{4}$ 이다.

**16.** 함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 $x$의 범위가 $0 < x < 1$ 일 때, 이 함수의 함숫값의 범위을 구하면?

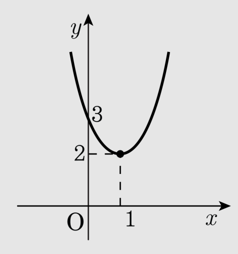
① $-2 < y < 3$ ② $-2 < y < 2$ ③ $0 < y < 3$

④ $0 < y < 2$ ⑤ $2 < y < 3$

해설

$y = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$

따라서 함수의 그래프는 다음의 그림과 같다.




$f(0) = 3,\ f(1) = 2$ 이므로

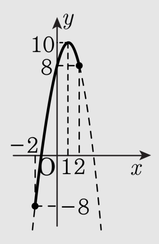
함숫값의 범위은 $2 < y < 3$

**17.** $2x^2 + y^2 = 8$ 을 만족하는 실수 $x$, $y$ 에 대하여 $4x + y^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$2x^2 + y^2 = 8$ 에서
$y^2 = 8 - 2x^2$ 으로 놓으면
$y^2 = 8 - 2x^2 \geq 0, x^2 - 4 \leq 0$
$\therefore -2 \leq x \leq 2$
이 때, $y^2 = 8 - 2x^2$ 을 $4x + y^2$ 에 대입하면
$4x + y^2 = 4x + (8 - 2x^2)^2 = -2(x-1)^2 + 10$
여기서 $f(x) = 4x + y^2 = -2(x-1)^2 + 10$
이라고 하면 $-2 \leq x \leq 2$ 이므로
다음 그림에서 $x = 1$ 일 때
$f(x)$ 의 최댓값은 10
$x = -2$ 일 때 $f(x)$ 의 최솟값은 $-2(-2-1)^2 + 10 = -8$




따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $10 + (-8) = 2$

**18.** $x, y$가 실수일 때, $-x^2-y^2-4x+6y-12$의 최댓값은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$-x^2-y^2-4x+6y-12=-(x+2)^2-(y-3)^2+1$
이 때, $x, y$가 실수이므로
$(x+2)^2 \geq 0,\ (y-3)^2 \geq 0$
$\therefore -x^2-y^2-4x+6y-12 \leq 1$
따라서 $x=-2,\ y=3$일 때
주어진 식의 최댓값은 1이다.

**19.** $x^2 + y^2 = 5$를 만족시키는 실수 $x, y$에 대하여 $2x - y$ 는 $x = \alpha, y = \beta$ 에서 최댓값 $m$을 갖는다. 이때, $m + \alpha + \beta$의 값은?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

$2x - y = k$로 놓으면
$y = 2x - k \cdots$ ㉠
㉠을 $x^2 + y^2 = 5$에 대입하면
$x^2 + (2x - k)^2 = 5$
$\therefore 5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0 \cdots$ ㉡
㉡을 $x$에 대한 이차방정식으로 보면
$x$가 실수이므로
$\frac{D}{4} = 4k^2 - 5(k^2 - 5)\ 0$ , $k^2 \leq 25$
$\therefore -5 \leq k \leq 5$
따라서 $k$의 최댓값은 5이다.
이 때의 $x, y$의 값은
㉡에서 $5x^2 - 20x + 20 = 0$ , $5(x - 2)^2 = 0 \therefore x = 2$
㉠에서 $y = 4 - 5 = -1$
따라서, $m = 5, \alpha = 2, \beta = -1$이므로
$m + \alpha + \beta = 6$

**20.** 너비가 40 cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 될 때, 높이를 구하면?

① 10　② 8　③ 6　④ 4　⑤ 2

해설

직사각형의 가로를 $2x$ 라 하면 세로는 $20-x$ 이다.
단면의 넓이는
$2x(20-x)=-2x^2+40x=-2(x^2-20x+200)+100=-2(x-10)^2+200$
$\therefore\ x=10$ 일 때 넓이가 최대이다.