1. 다음 중 집합이 아닌 것을 모두 찾아라.

① 7 보다 작은 자연수의 모임

② 키가 큰 나무의 모임

③ 월드컵을 개최한 나라의 모임

④ 우리 반에서 농구를 잘 하는 학생의 모임

⑤ 15의 약수의 모임

해설

'키가 큰', '농구를 잘하는' 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

2. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $\{3, 6, 9, 12, \cdots\} = \{x \mid x\text{는 } 3\text{의 배수}\}$

㉡ $\{1, 2, 3, 4, 5\} = \{x \mid x\text{는 } 5\text{보다 작은 자연수}\}$

㉢ $\{\text{도, 레, 미, 파, 솔, 라, 시}\} = \{x \mid x\text{는 계이름}\}$

㉣ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{x \mid x\text{는 } 10\text{의 약수}\}$

㉤ $\{\text{고구려, 백제, 신라}\} = \{x \mid x\text{는 현재 우리나라 수도의 명칭}\}$

㉥ $\{\text{빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라}\} = \{x \mid x\text{는 무지개의 색깔}\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

해설

㉡ $\{1, 2, 3, 4\} = \{x \mid x\text{는 } 5\text{보다작은자연수}\}$
㉣ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{x \mid x\text{는 } 12\text{의약수}\}$
㉤ $\{\text{고구려, 백제, 신라}\}$
$= \{x \mid x\text{는 우리나라 삼국시대 삼국의명칭}\}$

3. 다음 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $n(\varnothing)+n(\{1\})=1$ ② $n(\{2,4\})+n(\{1,2\})=4$

③ $n(\{5,6,7\})-n(\{5,7\})=6$ ④ $n(\{1,2\})-n(\{1\})=1$

⑤ $n(\{0,2\})+n(\{1\})=3$

해설

③ $n(\{5,6,7\})=3$, $n(\{5,7\})=2$ 이므로 $3-2=1$ 이다.

4. $n(D) = n$ 일 때 집합 D 의 부분집합의 개수로 옳은 것은?

① n

② $2 \times n$

③ $n \times (n+1)$

④ $2+2+2+2+2 \cdots +2$ (2를 n번 더한다)

⑤ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \cdots \times 2$ (2를 n번 곱한다)

해설

어떤 집합의 부분집합의 개수는 2 를 그 집합의 원소의 개수만큼 곱한 수이다. 따라서 원소의 개수가 n 개인 집합의 부분집합의 개수는 2 를 n 번 곱한 수이다.

5. 다음 중에서 집합 $\{1, 3\}$ 과 같은 집합을 모두 찾아라.

㉠ $\{3, 1\}$
㉡ $\{x \mid x$는 3의 약수$\}$
㉢ $\{0, 1, 3\}$
㉣ $\{x \mid x$는 5이하의 홀수$\}$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

해설

㉡, ㉣을 원소나열법으로 각각 나타내면 $\{1, 3\}, \{1, 3, 5\}$ 이다.

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x$는 6의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 20의 약수$\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?

① $\{1,\ 2,\ 3,\ 10\}$　② $\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$

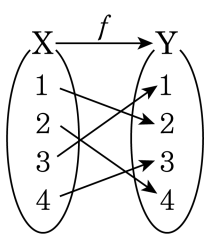
③ $\{2,\ 3,\ 4,\ 5\}$　④ $\{1,\ 2\}$

⑤ $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 10,\ 20\}$

해설

$A \cap B$ 는 A 에도 속하고 B 에도 속하는 집합을 말한다.
집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$, $B = \{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 10,\ 20\}$
이므로 두 집합의 공통부분은 $\{1,\ 2\}$ 가 된다.

7. 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① 함수이다.

② 정의역은 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ 이다.

③ 공역은 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ 이다.

④ 치역은 $\{1,\ 2,\ 4\}$ 이다.

⑤ 일대일 대응이다.

해설

① 주어진 대응 x의 각 원소에 y가 1개씩 대응 하므로 함수이다.
②, ③ 정의역과 공역은 모두 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$이다.
④ 치역은 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$이다.
⑤ 집합 X의 각 원소에 대한 함숫값이 모두 다르므로 일대일대응이다.

8. 분수식 $\dfrac{\dfrac{x+1}{x-1}}{\dfrac{4}{x-1}}$을 간단히 하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{x+1}{4}$

해설

(준 식) $= \dfrac{(x+1)(x-1)}{4(x-1)} = \dfrac{x+1}{4}$

9. 다음 (　　)안에 알맞은 말을 쓰시오.

이등변삼각형 ABC는 정삼각형이기 위한 (　　)조건이다.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

이등변삼각형이 정삼각형을 포함한다.

10. $a > 0$ 일 때, $A = 1 + \frac{a}{2}$, $B = \sqrt{1+a}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $A > B$ ② $A < B$ ③ $A \geq B$

④ $A \leq B$ ⑤ $A = B$

해설

$a > 0$ 이므로 $1 + \frac{a}{2} > 0$, $\sqrt{1+a} > 0$

제곱을 하여 비교하면

$$A^2 - B^2 = \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{1+a}\right)^2$$
$$= 1 + a + \frac{a^2}{4} - 1 - a$$
$$= \frac{a^2}{4} > 0$$

따라서 $A^2 > b^2$ 이므로 $A > B$ 이다.

11. 양수 x에 대하여 $\dfrac{x^2+2x+2}{x}$는 $x=a$에서 최솟값 b를 가질 때, $-2a+b+1$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$x>0$이므로 산술평균, 기하평균에 의하여

$$\frac{x^2+2x+2}{x}=x+2+\frac{2}{x}$$

$$x+\frac{2}{x}+2\geq 2\sqrt{x\cdot\frac{2}{x}}+2=2\sqrt{2}+2$$

(단, 등호는 $x=\sqrt{2}$일 때 성립)

최솟값이 $2\sqrt{2}+2$이므로 $b=2\sqrt{2}+2$

등호는 $x=\sqrt{2}$일 때 성립하므로 $a=\sqrt{2}$

따라서 $-2a+b+1=-2\sqrt{2}+(2\sqrt{2}+2)+1=3$

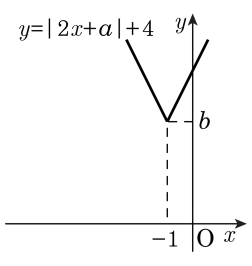
12. 두 집합 $X = \{-1,\ 0,\ 1\}$, $Y = \{a,\ b,\ c,\ d\}$ 에 대하여 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수 $f : X \to Y$ 의 개수는?

① 12 개 ② 27 개 ③ 36 개 ④ 64 개 ⑤ 81 개

해설

집합 X 의 원소 $-1,\ 0,\ 1$ 에 대응될 수 있는
집합 Y 의 원소가 각각 4 개씩이므로
$4 \times 4 \times 4 = 64$(개)

13. 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 점 $(-1, b)$ 를 지난다. 이때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?



① 2 ② 4 ③ 6

④ 8 ⑤ 10

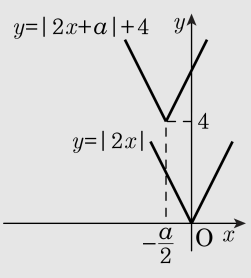
해설

$y = |2x + a| + 4$

$= \left|2\left(x + \frac{a}{2}\right)\right| + 4$

즉, 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프는 함수 $y = |2x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{a}{2}$ 만큼,

y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이다.



이때, 그래프의 꺾인 점의 좌표는 $\left(-\frac{a}{2}, 4\right)$ 이고,

문제에서 $(-1, b)$ 이므로

$-\frac{a}{2} = -1,\ b = 4$

$\therefore\ a = 2,\ b = 4 \quad \therefore\ ab = 8$

14. $-1 < x < 1$일 때, $\sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x^2+2x+1}$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

(준식) $= \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2}$

$= |x-1| + |x+1| = -(x-1) + (x+1) = 2$

15. $y=\dfrac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$y=\dfrac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 이므로

점근선 $x=1$ 에서 $y=\dfrac{ax+1}{x-1}$

점근선 $y=2$ 에서 $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$

따라서 $a=2,\ b=-1$ 이므로

$\therefore a+b=2-1=1$

16. 함수 $y=\dfrac{x+3}{x-3}$ 은 $y=\dfrac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m , n 만큼 평행이동한 것이다. $m+n$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y=\dfrac{x+3}{x-3}=1+\dfrac{6}{x-3}$

$y=\dfrac{6}{x}$ 의 그래프를

x 축으로 3 , y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m=3,\ n=1$

$m+n=4$

17. $y = \sqrt{4x-12}+5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 a, y 축으로 b만큼 평행이동한 것이다.$a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3}+5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
x 축 방향으로 3만큼,
y 축 방향으로 5만큼 평행이동한
그래프의 함수이다.
즉, $a = 3,\ b = 5$
$\therefore\ a+b = 8$

18. 다음 $\square$ 안에 알맞은 집합을 차례대로 적은 것은?

> 두 집합 $A = \{$재, 미, 있, 는, 수, 학$\}$, $B = \{$수, 학$\}$에 대하여
> $A \cap B = \square$, $A \cup B = \square$이다.

① A, B ② A, A ③ B, $\varnothing$ ④ B, A ⑤ $\varnothing$, A

해설

$A \cap B = \{$수, 학$\}$,
$A \cup B = \{$재, 미, 있, 는, 수, 학$\}$

19. 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하고 $\sim p$ 가 $\sim q$이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닐 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P - Q = \varnothing$　② $P \cap Q = Q$　③ $P \cap Q = P$

④ $P^c = Q$　⑤ $P = Q$

해설

$\sim p$가 $\sim q$이기 위한 충분조건이므로 $\sim p \to \sim q$이고, 대우 $q \to p$는 참이다. 따라서, 두 진리집합 사이에는 $Q \subset P$가 성립하므로 $P \cap Q = Q$

20. 함수 $f(x) = -x,\ g(x) = 2x-1$ 일 때, $(h \circ g \circ f)(x) = f(x)$ 인 일차함수 $h(x)$ 를 구하면?

① $y = \frac{1}{4}x + 2$ ② $y = \frac{1}{4}x - 2$ ③ $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 2$

해설

$h(x) = ax + b$ 라고 놓으면,
$(h \circ g \circ f)x = (h \circ g)(f(x)) = f(x)$ 에서 $h \circ g = I$
즉 $(h \circ g)(x) = x,\ a(2x-1) + b = x$
$x = 1$ 일 때, $a + b = 1$
$x = 0$ 일 때, $-a + b = 0$
$\therefore\ a = \frac{1}{2},\ b = \frac{1}{2}$
따라서 $h(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

21. 함수 $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$ 에 대하여 $f^{101}(-1)$ 의 값은? (단, $f^n=f\circ f\circ\cdots\circ f$)

① 5　② 4　③ 3　④ 2　⑤ 1

해설

$f(-1)=\dfrac{1}{2}$, $f^2(-1)=2$, $f^3(-1)=-1$, $f^4(-1)=\dfrac{1}{2}$ …

주기가 3 으로 반복되므로

$f^{101}=(f^3)^{33}\circ f^2=f^2=2$

22. 0이 아닌 두 실수 a, b에 대하여 $a^2 - 3ab + b^2 = 0$이 성립할 때, $\dfrac{a^2}{b^2} + \dfrac{b^2}{a^2}$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

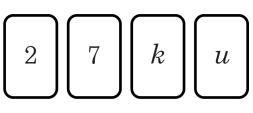
해설

준식의 양변을 ab로 나누면 $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} = 3$

$\dfrac{a^2}{b^2} + \dfrac{b^2}{a^2} = \left(\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a}\right)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$

따라서, 구하는 식의 값은 7이다.

23. 한쪽 면에는 숫자, 다른 쪽 면에는 영문자가 쓰여진 카드가 다음 규칙을 만족한다. '카드의 한쪽 면에 홀수가 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 자음이 적혀 있다.' 탁자 위에 그림과 같이 놓인 카드 4장이 위 규칙에 맞는 카드인지 알기 위해 다른 쪽 면을 반드시확인해야할 필요가 있는 것은?



① 7 u

② 7 k

③ 2 u

④ 2 k

⑤ 2 7 k u

해설

주어진 규칙의 대우는 '한 쪽 면에 모음이 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 짝수가 적혀있다.'이다. 따라서 홀수가 적혀있는 카드와 모음이 적혀 있는 카드만 확인하면 된다.

24. 자연수 x, y, z에 대하여 $\sqrt{17+x\sqrt{2}} = y+z\sqrt{2}$가 성립할 때, $x+y+z$의 값을 구하면?

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$\sqrt{17+x\sqrt{2}} = y+z\sqrt{2}$의 양변을 제곱하면
$17+x\sqrt{2} = y^2+2z^2+2yz\sqrt{2}$
$\therefore\ y^2+2z^2 = 17 \cdots ㉠,\ x = 2yz \cdots ㉡$
㉠에서 $z=1$이면 $y=\sqrt{15}$이므로 자연수가 아니다.
$z=2$이면 $y^2=9\ \ \therefore\ y=3$
$z=3$이면 $y^2=-1<0$이므로 모순
$\therefore\ x=12,\ y=3,\ z=2$
$\therefore\ x+y+z=17$

25. 함수 $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ 의 그래프에서 점근선의 방정식을 $x=a,\ y=b$라 할 때, 함수 $y=\sqrt{ax+b}$의 역함수의 최솟값을 구하면?

① -1 ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\dfrac{3}{2}$

해설

$y=\dfrac{x+1}{x-2}=1+\dfrac{3}{x-2}$

$\therefore$ 점근선은 $x=2,\ y=1$

$\therefore\ a=2,\ b=1$

$y=\sqrt{2x+1}$의 $\left(x\geq -\dfrac{1}{2}\right)$ 역함수는

$y=\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{2}\ \ (x\geq 0)$

$\therefore$ 최솟값은 $-\dfrac{1}{2}$