

1. 다음 중 집합이 아닌 것을 모두 찾아라.

① 7 보다 작은 자연수의 모임

② 키가 큰 나무의 모임

③ 월드컵을 개최한 나라의 모임

④ 우리 반에서 농구를 잘 하는 학생의 모임

⑤ 15의 약수의 모임

해설

‘키가 큰’, ‘농구를 잘하는’ 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

2. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $\{3, 6, 9, 12, \dots\} = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$

㉡ $\{1, 2, 3, 4, 5\} = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$

㉢ $\{\text{도, 레, 미, 파, 솔, 라, 시}\} = \{x \mid x \text{는 계이름}\}$

㉣ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$

㉤ $\{\text{고구려, 백제, 신라}\} = \{x \mid x \text{는 현재 우리나라 수도의 명칭}\}$

㉥ $\{\text{빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라}\} = \{x \mid x \text{는 무지개의 색깔}\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

해설

㉡ $\{1, 2, 3, 4\} = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다작은자연수}\}$

㉣ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의약수}\}$

㉤ $\{\text{고구려, 백제, 신라}\} = \{x \mid x \text{는 우리나라 삼국시대 삼국의명칭}\}$

3. 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① $n(\emptyset) + n(\{1\}) = 1$

② $n(\{2, 4\}) + n(\{1, 2\}) = 4$

③ $n(\{5, 6, 7\}) - n(\{5, 7\}) = 6$

④ $n(\{1, 2\}) - n(\{1\}) = 1$

⑤ $n(\{0, 2\}) + n(\{1\}) = 3$

해설

③ $n(\{5, 6, 7\}) = 3$, $n(\{5, 7\}) = 2$ 이므로 $3 - 2 = 1$ 이다.

4. $n(D) = n$ 일 때 집합 D 의 부분집합의 개수로 옳은 것은?

① n

② $2 \times n$

③ $n \times (n + 1)$

④ $2 + 2 + 2 + 2 + 2 \cdots + 2$ (2를 n 번 더한다)

⑤ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \cdots \times 2$ (2를 n 번 곱한다)

해설

어떤 집합의 부분집합의 개수는 2를 그 집합의 원소의 개수만큼 곱한 수이다. 따라서 원소의 개수가 n 개인 집합의 부분집합의 개수는 2를 n 번 곱한 수이다.

5. 다음 중에서 집합 $\{1, 3\}$ 과 같은 집합을 모두 찾아라.

㉠ $\{3, 1\}$

㉡ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\}$

㉢ $\{0, 1, 3\}$

㉣ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

㉡, ㉣을 원소나열법으로 각각 나타내면 $\{1, 3\}, \{1, 3, 5\}$ 이다.

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?

① $\{1, 2, 3, 10\}$

② $\{1, 2, 3, 6\}$

③ $\{2, 3, 4, 5\}$

④ $\{1, 2\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 10, 20\}$

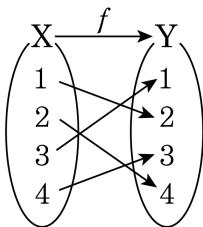
해설

$A \cap B$ 는 A 에도 속하고 B 에도 속하는 집합을 말한다.

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

이므로 두 집합의 공통부분은 $\{1, 2\}$ 가 된다.

7. 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



- ① 함수이다.
- ② 정의역은 {1, 2, 3, 4} 이다.
- ③ 공역은 {1, 2, 3, 4} 이다.
- ④ 치역은 {1, 2, 4} 이다.
- ⑤ 일대일 대응이다.

해설

- ① 주어진 대응 x 의 각 원소에 y 가 1개씩 대응 하므로 함수이다.
- ②, ③ 정의역과 공역은 모두 {1, 2, 3, 4}이다.
- ④ 치역은 {1, 2, 3, 4}이다.
- ⑤ 집합 X 의 각 원소에 대한 함숫값이 모두 다르므로 일대일대응이다.

8. 분수식 $\frac{\frac{x+1}{x-1}}{\frac{x-1}{4}}$ 을 간단히 하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{x+1}{4}$

해설

$$(\text{준 식}) = \frac{(x+1)(x-1)}{4(x-1)} = \frac{x+1}{4}$$

9. 다음 ()안에 알맞은 말을 쓰시오.

이등변삼각형 ABC는 정삼각형이기 위한 ()조건이다.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

이등변삼각형이 정삼각형을 포함한다.

10. $a > 0$ 일 때, $A = 1 + \frac{a}{2}$, $B = \sqrt{1+a}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $A > B$

② $A < B$

③ $A \geq B$

④ $A \leq B$

⑤ $A = B$

해설

$a > 0$ 이므로 $1 + \frac{a}{2} > 0$, $\sqrt{1+a} > 0$

제곱을 하여 비교하면

$$\begin{aligned} A^2 - B^2 &= \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 - (\sqrt{1+a})^2 \\ &= 1 + a + \frac{a^2}{4} - 1 - a \\ &= \frac{a^2}{4} > 0 \end{aligned}$$

따라서 $A^2 > B^2$ 이므로 $A > B$ 이다.

11. 양수 x 에 대하여 $\frac{x^2 + 2x + 2}{x}$ 는 $x = a$ 에서 최솟값 b 를 가질 때,
 $-2a + b + 1$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$x > 0$ 이므로 산술평균, 기하평균에 의하여

$$\frac{x^2 + 2x + 2}{x} = x + 2 + \frac{2}{x}$$

$$x + \frac{2}{x} + 2 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{2}{x}} + 2 = 2\sqrt{2} + 2$$

(단, 등호는 $x = \sqrt{2}$ 일 때 성립)

최솟값이 $2\sqrt{2} + 2$ 이므로 $b = 2\sqrt{2} + 2$

등호는 $x = \sqrt{2}$ 일 때 성립하므로 $a = \sqrt{2}$

따라서 $-2a + b + 1 = -2\sqrt{2} + (2\sqrt{2} + 2) + 1 = 3$

12. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수 $f : X \rightarrow Y$ 의 개수는?

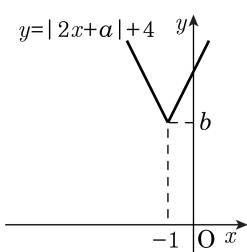
- ① 12 개 ② 27 개 ③ 36 개 ④ 64 개 ⑤ 81 개

해설

집합 X 의 원소 $-1, 0, 1$ 에 대응될 수 있는
집합 Y 의 원소가 각각 4 개씩이므로
 $4 \times 4 \times 4 = 64(\text{개})$

13. 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 점 $(-1, b)$ 를 지난다. 이때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10



해설

$$y = |2x + a| + 4$$

$$= \left| 2 \left(x + \frac{a}{2} \right) \right| + 4$$

즉, 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프는
 함수 $y = |2x|$ 의 그래프를 x 축의 방
 향으로
 $-\frac{a}{2}$ 만큼,

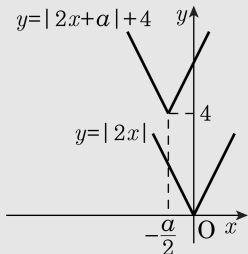
y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것
 이다.

이때, 그래프의 꺾인 점의 좌표는 $\left(-\frac{a}{2}, 4\right)$ 이고,

문제에서 $(-1, b)$ 이므로

$$-\frac{a}{2} = -1, \quad b = 4$$

$$\therefore a = 2, \quad b = 4 \quad \therefore ab = 8$$



14. $-1 < x < 1$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2} \\ &= |x-1| + |x+1| = -(x-1) + (x+1) = 2\end{aligned}$$

15. $y = \frac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$y = \frac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 이므로

점근선 $x=1$ 에서 $y = \frac{ax+1}{x-1}$

점근선 $y=2$ 에서 $y = \frac{2x+1}{x-1}$

따라서 $a=2, b=-1$ 이므로

$\therefore a+b = 2-1 = 1$

16. 함수 $y = \frac{x+3}{x-3}$ 은 $y = \frac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m , n 만큼 평행이동한 것이다. $m+n$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$$

$y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를

x 축으로 3, y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m = 3$, $n = 1$

$$m + n = 4$$

17. $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼 평행이동한
그래프의 함수이다.

즉, $a = 3$, $b = 5$

$\therefore a + b = 8$

18. 다음 안에 알맞은 집합을 차례대로 적은 것은?

두 집합 $A = \{\text{재, 미, 있, 는, 수, 학}\}$, $B = \{\text{수, 학}\}$ 에 대하여
 $A \cap B = \square$, $A \cup B = \square$ 이다.

① A, B

② A, A

③ $B, \emptyset$

④ B, A

⑤ $\emptyset, A$

해설

$$A \cap B = \{\text{수, 학}\},$$

$$A \cup B = \{\text{재, 미, 있, 는, 수, 학}\}$$

19. 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하고 $\sim p$ 가 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닐 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P - Q = \emptyset$

② $P \cap Q = Q$

③ $P \cap Q = P$

④ $P^c = Q$

⑤ $P = Q$

해설

$\sim p$ 가 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이므로 $\sim p \rightarrow \sim q$ 이고, 대우 $q \rightarrow p$ 는 참이다. 따라서, 두 진리집합 사이에는 $Q \subset P$ 가 성립하므로 $P \cap Q = Q$

20. 함수 $f(x) = -x$, $g(x) = 2x - 1$ 일 때, $(h \circ g \circ f)(x) = f(x)$ 인 일차함수 $h(x)$ 를 구하면?

① $y = \frac{1}{4}x + 2$

② $y = \frac{1}{4}x - 2$

③ $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

④ $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

⑤ $y = \frac{1}{2}x + 2$

해설

$h(x) = ax + b$ 라고 놓으면,

$(h \circ g \circ f)x = (h \circ g)(f(x)) = f(x)$ 에서 $h \circ g = I$

즉 $(h \circ g)(x) = x$, $a(2x - 1) + b = x$

$x = 1$ 일 때, $a + b = 1$

$x = 0$ 일 때, $-a + b = 0$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$$

따라서 $h(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

21. 함수 $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 에 대하여 $f^{101}(-1)$ 의 값은? (단, $f^n = f \circ f \circ \dots \circ f$)

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$f(-1) = \frac{1}{2}, \quad f^2(-1) = 2, \quad f^3(-1) = -1, \quad f^4(-1) = \frac{1}{2} \quad \dots$$

주기가 3 으로 반복되므로

$$f^{101} = (f^3)^{33} \circ f^2 = f^2 = 2$$

22. 0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $a^2 - 3ab + b^2 = 0$ 이 성립할 때,
 $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

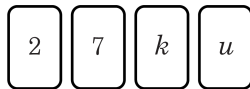
해설

준식의 양변을 ab 로 나누면 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 3$

$$\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

따라서, 구하는 식의 값은 7이다.

23. 한쪽 면에는 숫자, 다른 쪽 면에는 영문자가 쓰여진 카드가 다음 규칙을 만족한다. ‘카드의 한쪽 면에 홀수가 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 자음이 적혀 있다.’ 탁자 위에 그림과 같이 놓인 카드 4장이 위 규칙에 맞는 카드인지 알기 위해 다른 쪽 면을 반드시 확인해야 할 필요가 있는 것은?



①



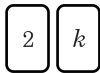
②



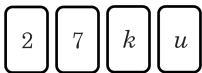
③



④



⑤



해설

주어진 규칙의 대우는 ‘한 쪽 면에 모음이 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 짝수가 적혀 있다.’이다. 따라서 홀수가 적혀있는 카드와 모음이 적혀 있는 카드만 확인하면 된다.

24. 자연수 x, y, z 에 대하여 $\sqrt{17+x\sqrt{2}} = y+z\sqrt{2}$ 가 성립할 때, $x+y+z$ 의 값을 구하면?

① 17

② 18

③ 19

④ 20

⑤ 21

해설

$\sqrt{17+x\sqrt{2}} = y+z\sqrt{2}$ 의 양변을 제곱하면

$$17+x\sqrt{2} = y^2 + 2z^2 + 2yz\sqrt{2}$$

$$\therefore y^2 + 2z^2 = 17 \cdots \textcircled{㉠}, x = 2yz \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 $z = 1$ 이면 $y = \sqrt{15}$ 이므로 자연수가 아니다.

$$z = 2 \text{이면 } y^2 = 9 \quad \therefore y = 3$$

$$z = 3 \text{이면 } y^2 = -1 < 0 \text{ 이므로 모순}$$

$$\therefore x = 12, y = 3, z = 2$$

$$\therefore x + y + z = 17$$

25. 함수 $y = \frac{x+1}{x-2}$ 의 그래프에서 점근선의 방정식을 $x = a$, $y = b$ 라 할 때, 함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 역함수의 최솟값을 구하면?

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$y = \frac{x+1}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2}$$

$$\therefore \text{점근선은 } x = 2, y = 1$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$y = \sqrt{2x+1} \text{ 의 } \left(x \geq -\frac{1}{2}\right) \text{ 역함수는}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} \quad (x \geq 0)$$

$$\therefore \text{최솟값은 } -\frac{1}{2}$$